

文章编号: 0253-2239(2008)07-1291-05

# 改进傅里叶变换轮廓术的测量算法研究

毛先富 苏显渝 陈文静 荆海龙

(四川大学光电科学技术系, 四川 成都 610064)

**摘要** 提出一种适用于更普遍情况的计算方法, 推导了投影装置与成像装置双瞳不等高且双轴不共面时的条纹获取公式, 推导出新的相位获取公式以及相位高度映射公式, 使得系统可以在双瞳连线不平行参考面, 且双光轴也不共面时进行正确的三维测量。与传统的傅里叶变换轮廓术(FTP)相比, 该算法实验系统的搭建更容易, 投影装置和成像装置的摆放位置可以随意移动以方便全场条纹的获取; 与改进的傅里叶变换轮廓术(IFTP)相比, 只需要对系统测量三个长度量, 系统参量的获取更容易和准确, 从而误差变小, 测量结果更加接近真实。

**关键词** 光学测量; 傅里叶变换轮廓术; 改进傅里叶变换轮廓术; 相位高度映射

**中图分类号** O438 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20082807.1291

## Analysis on Measurement Method of Improved Fourier Transforms Profilometry

Mao Xianfu Su Xianyu Chen Wenjing Jin Hailong

(Department of Opto-Electronics, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China)

**Abstract** A flexible optical geometry of Fourier transform profilometry (FTP) is discussed. The fringe acquisition formula was derived, as well as the phase acquisition formula and the phase-height mapping formula, when the exit pupil of the projecting lens and the entrance pupil of the imaging lens do not share the same height and the axes of the two lenses are not in the same plane. Compared with the traditional Fourier transform profilometry, the experimental setup is simple and it is easier to obtain the full-field fringe through adjusting either the location of the projector or that of imaging device. Compared with the improved Fourier transform profilometry, only three length system parameters need to be measured, so the operation is simple and the measurement is more accurate.

**Key words** optical measurement; Fourier transform profilometry (FTP); improved Fourier transform profilometry (IFTP); phase-height mapping

## 1 引言

傅里叶变换轮廓术(FTP)<sup>[1]</sup>自 1983 年被 M. Takeda 等提出以来, 得到了广泛而深入的研究<sup>[2~16]</sup>。针对传统傅里叶变换轮廓术测量的局限, 众多研究者提出了各种改进的测量方法, 在投影系统的出瞳与成像系统入瞳不等高且投影系统出射光轴与摄像系统入射光轴不共面时, 也能进行较为准确的测量<sup>[13]</sup>。虽然这种改进的傅里叶变换轮廓术<sup>[13]</sup>(IFTP)使系统变得比较灵活, 但是由于测量

时需要引入的系统参量较多, 而且要进行不易得到精确值的角度的测量, 给最终测量带来额外的误差, 进而影响三维面形恢复的精度。

在改进的傅里叶变换轮廓术<sup>[13]</sup>的基础上, 考虑到系统参量测量的准确性, 推导了投影装置与成像装置双瞳不等高且双轴不共面时的条纹获取公式, 并得出新的条纹描述公式及新的高度的计算方法。不但使搭建 FTP 测量装置更加方便灵活, 可以随意移动投影装置和成像装置的摆放位置以方便全场条

**收稿日期**: 2007-12-11; **收到修改稿日期**: 2007-12-25

**基金项目**: 国家自然科学基金资助项目(60677028, 60527001)资助课题。

**作者简介**: 毛光富, 男, 博士研究生, 主要从事信息光学及三维数字图像处理等方面的研究。

E-mail: mx9971f@163.com

**导师简介**: 苏显渝(1944—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事信息光学和光学三维传感技术等方面的研究。

E-mail: xysu@email.scu.edu.cn



所以

$$\psi(x, y) = 2\pi f \frac{m}{\sqrt{m^2 + r^2}} \cdot \left\{ \frac{\overline{BD}}{m - \overline{BD}} \left[ r - \frac{x(m-L)}{L - \overline{BD}} \right] \right\}. \quad (9)$$

将(9)式代入(5)式即可得变形光栅光场分布

$$I_2(x, y) = I_0 \left\{ 1 + \cos \left\{ \frac{2\pi f m}{\sqrt{m^2 + r^2}} \left\{ x \left( 1 - \frac{2xr}{m^2 + r^2} \right) - \frac{\overline{BD}}{m - \overline{BD}} \left[ r - \frac{x(m-L)}{L - \overline{BD}} \right] \right\} \right\} \right\}, \quad (10)$$

(4)式、(10)式分别表示参考条纹和变形条纹,可简称为

$$I_1(x, y) = I_0 \{ 1 + \cos[2\pi f_0 x + \phi_0(x, y)] \}, \quad (11)$$

$$I_2(x, y) = I_0 \{ 1 + \cos[2\pi f_0 x + \phi(x, y)] \}, \quad (12)$$

其中  $\phi_0(x, y), \phi(x, y)$  分别表示参考面和物面的相位信息,且

$$f_0 = f \cos \theta = f \frac{m}{\sqrt{m^2 + r^2}}. \quad (13)$$

分别将(11)式、(12)式进行傅里叶变换,选用适当的滤波器,滤出基频,再作逆傅里叶变换,即可得参考面及物面的相位  $\phi_0(x, y), \phi(x, y)$ , 则

$$\Delta\phi(x, y) = \phi(x, y) - \phi_0(x, y). \quad (14)$$

## 2.2 高度计算

双瞳不等高,双轴不共面时,测定  $L, m, r$ , 且计算出  $\Delta\phi(x, y), \phi_0(x, y)$  后,可以推出三维物体表面上任一点  $D$  的高度  $\overline{BD}$  的解析式。分析  $\triangle ABD, \triangle CBD$  可得

$$\overline{BD} = \frac{\overline{BA}}{\cot \gamma} = \frac{\overline{BC}}{\cot \delta} = \frac{\overline{CA}}{\cot \gamma - \cot \delta}, \quad (15)$$

其中  $\cot \delta = \overline{OC}/L$ , 而  $\overline{OC} = \phi_C / (2\pi f_0)$ ,  $\phi_C$  为  $D$  点对应的参考面上  $C$  点的相位(设  $\phi_C > 0$ )。则

$$\cot \delta = \frac{\phi_C}{2\pi f_0 L}. \quad (16)$$

考虑到  $\overline{OA} = \frac{\phi_A}{2\pi f_0} = \frac{\phi_D}{2\pi f_0}$  ( $\phi_D, \phi_A$  分别表示三维表面  $D$  点相位以及对应的参考面上的  $A$  点相位, 设

$\phi_D, \phi_A$  均取正值), 而  $\overline{CA} = |\overline{OA} - \overline{OC}| = \left| \frac{\phi_{DC}}{2\pi f_0} \right|$ ,

考虑  $\phi_{DC} < 0$ , 所以

$$\overline{CA} = \frac{-\phi_{DC}}{2\pi f_0}, \quad (17)$$

从  $\triangle AKI_1$  可得

$$\cot \gamma = \frac{r + \overline{OA}}{m} = \frac{2\pi f_0 r + \phi_D}{2\pi f_0 m}. \quad (18)$$

将(16)式、(17)式、(18)式代入(15)式中,化简可得

$$\overline{BD} = -\frac{\phi_{DC} L m}{2\pi f_0 L r + L \phi_{DC} - (m - L) \phi_C}, \quad (19)$$

式中  $\phi_{DC}, \phi_C$  分别是连续相位分布,对应于前面的  $\Delta\phi(x, y), \phi_0(x, y)$ 。(19)式即为成像系统的光轴与投影系统的光轴不共面,且双瞳连线与水平面不等高时的高度计算公式。作为验证,在传统的双轴共面,且双瞳连线平行于水平面的情况下,此时  $m = L$ , 化简为

$$\overline{BD} = -\frac{L \phi_{DC}}{2\pi f_0 r + \phi_{DC}}, \quad (20)$$

与传统傅里叶变换轮廓术的高度计算公式相同<sup>[1]</sup>。与传统的傅里叶变换轮廓术<sup>[1]</sup>相比,需要多测量一个系统参量  $m$ , 但不要求双瞳等高且双轴共面,系统搭建比较随意;与改进的傅里叶变换轮廓术<sup>[13]</sup>相比,不但少测量一个系统参量,而且少测量了一个最不易精确测量的系统参量——偏向角<sup>[13]</sup>, 却也同样可以进行双瞳不等高双轴不共面时的三维物体面型测量;同时,由于本文所提的系统参量都只是长度参量,测量过程中较易得到精确值,所以在实际应用中,不易因系统参量测量的不准确而给最终结果带来额外的误差。

## 3 模拟实验

首先通过模拟实验验证本文的分析,采用的光路如图1所示,模拟的是最大高度为 60 mm 的抛物面物体,如图3。系统参量  $r=100$  mm,  $L=1200$  mm, 所得变形光栅像尺寸为 512 pixel  $\times$  512 pixel。分别

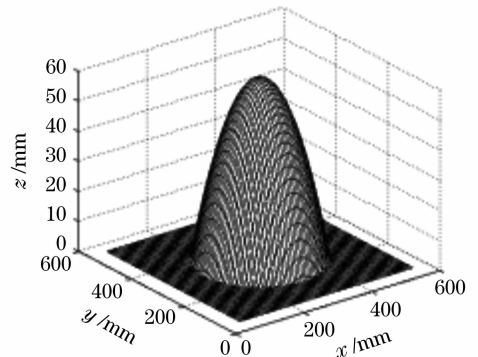


图3 待测物体

Fig. 3 Object to be measured

对  $m$  取不同值进行计算机模拟,当  $m$  小于  $L$  时,表示投影仪出瞳点比 CCD 入瞳点低;当  $m$  大于  $L$  时,则投影仪出瞳点比 CCD 入瞳点高。 $m$  从 1000 mm 到 2000 mm 分别进行模拟。图 4 给出了  $m = 1200$  mm 时的变形条纹图(此时对应双瞳等高。若再双轴共面,则为传统傅里叶变换时的系统)。而恢复物体与待测物体间的高度误差分布则分别如图 5(a)~图 5(f)所示。

表 1 给出了不同  $m$  时的均方差分布值。可以看出,均方差(RMS)基本不变,且均较小,与改进的傅里叶变换轮廓术<sup>[13]</sup>相比,测量结果更接近真实。表明本文所提出的原理与模拟实验符合得更好,同

时该模拟实验也说明了本文原理的正确性。

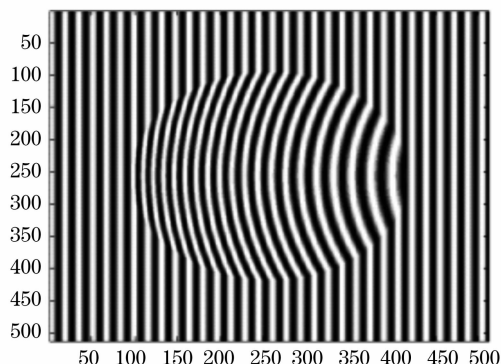


图 4  $m=1200$  mm 时的变形条纹

Fig. 4 Deformed fringe distribution when  $m=1200$  mm

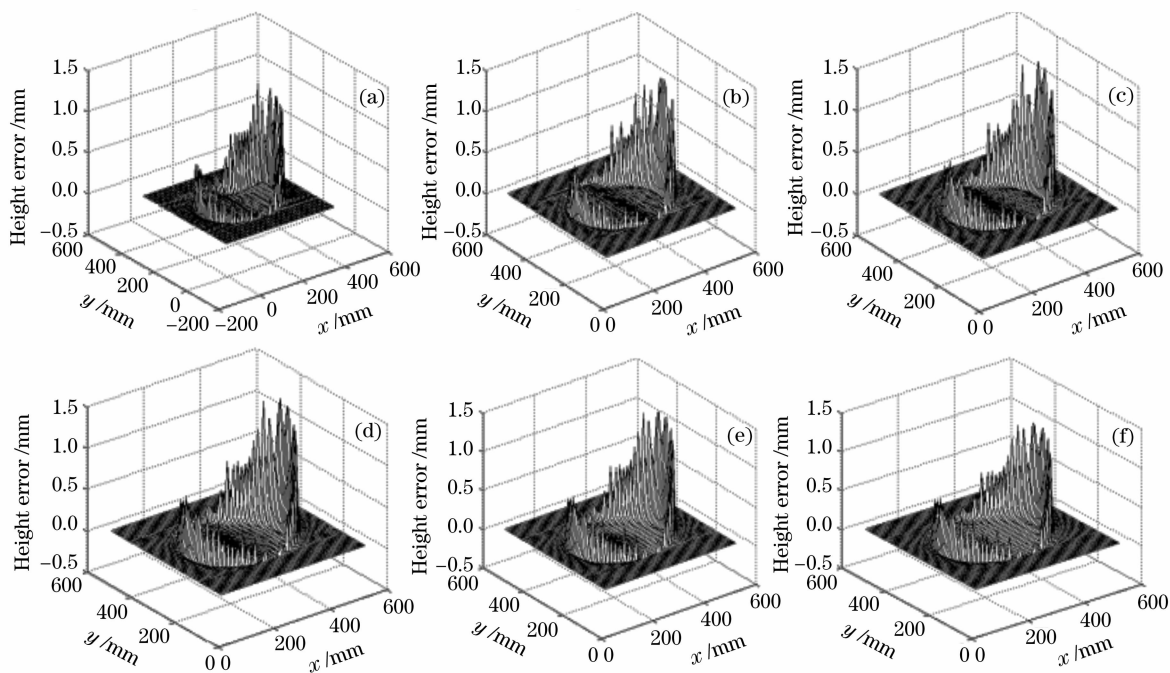


图 5 误差分布。(a)  $m=1000$  mm, (b)  $m=1200$  mm, (c)  $m=1400$  mm, (d)  $m=1600$  mm, (e)  $m=1800$  mm, (f)  $m=2000$  mm

Fig. 5 Calculated height errors when (a)  $m=1000$  mm, (b)  $m=1200$  mm, (c)  $m=1400$  mm, (d)  $m=1600$  mm, (e)  $m=1800$  mm, (f)  $m=2000$  mm

表 1  $m$  取不同值时的均方差

Table 1 Mean square deviations corresponding to different

$m$  values

$m$ /mm	RMS /mm	$m$ /mm	RMS /mm
900	0.0955	1500	0.1109
1000	0.0994	1600	0.1172
1100	0.1004	1700	0.1103
1200	0.1023	1800	0.1163
1300	0.1024	1900	0.1085
1400	0.1096	2000	0.1015

## 4 实 验

实测物体最高处为  $h = 2.90$  cm,系统参量为  $r = 38.00$  cm,  $m = 93.00$  cm,  $L = 122.00$  cm。从采集的图像中剪切出大小为  $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$  的区域。图 6 和图 7 分别表示参考光栅和变形光栅图,用本文原理恢复的物体形貌如图 8 所示,其最大高度为  $2.97$  cm,能较好地恢复物体的三维信息。同时,与改进的傅里叶变换轮廓术<sup>[13]</sup>对照,结果更为准确。

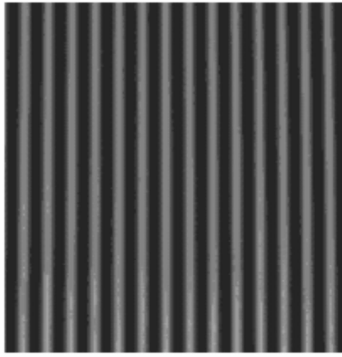


图6 参考面条纹图

Fig.6 Grating fringe of reference plane

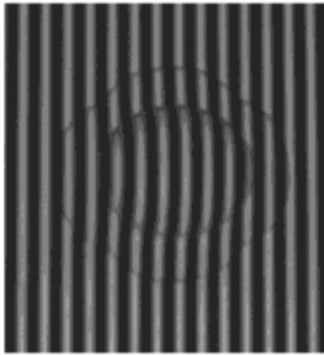


图7 变形物面条纹图

Fig.7 Grating fringe modulated by three-dimensional object

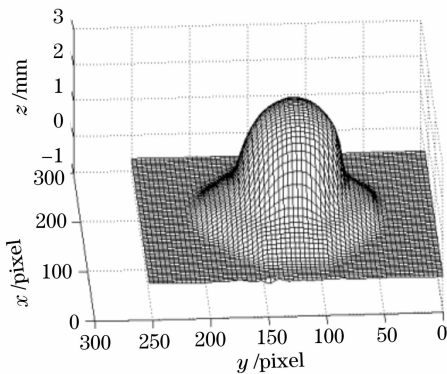


图8 高度恢复图

Fig.8 Reconstructed height distribution

## 5 结 论

提出一种适用于更普遍情况的傅里叶变换轮廓术计算方法,不仅在测量原理上,还是在操作的方便上,均有较大的变化。该方法相对于传统傅里叶变换轮廓术而言,不要求双瞳连线与参考面平行,也不要求双瞳出射线间共面,因而不必校正双瞳与参考面的平行,测量方式变得灵活,系统搭建更加随意可调,易于获取全场条纹;相对于改进傅里叶变换轮廓

术而言,由于系统参量的测量变得更简单、方便、准确,测量结果更为可靠。

## 参 考 文 献

- 1 Mitsuo Takeda, Kazuhiro Mutoh. Fourier transform profilometry for the automatic measurement 3-D object shapes [J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(24): 3977~3982
- 2 Xianyu Su, Wenjing Chen. Fourier transform profilometry: a review [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2001, **35**(5): 263~284
- 3 Fiona Berryman, Paul Pynsent, James Cubillo. A theoretical comparison of three fringe analysis methods for determining the three-dimensional shape of an object in the presence of noise[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2003, **39**(1): 35~50
- 4 Chen Wenjing, Su Xianyu, Tan Songxin. Basis requirement for measurement system in FTP[J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 1999, **10**(6): 535~539  
陈文静,苏显渝,谭松新. Fourier 变换轮廓术中测量系统的基本要求[J]. *光子 • 激光*, 1999, **10**(6): 535~539
- 5 J. Vanherzeele, P. Guillaume, S. Vanlanduit. Fourier fringe processing using a regressive Fourier-transform technique [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2005, **43**(6): 645~658
- 6 Xianyu Su, Jitao Li. *Information Optics*[B]. Beijing: Science Press, 1999  
苏显渝,李季陶. *信息光学*[B]. 北京: 科学出版社, 1999
- 7 Chen Wenjing, Su Xianyu, Su Likun *et al.*. Improvement for measuring accuracy of Fourier transform profilometry with gray image[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2000, **27**(3): 55~59  
陈文静,苏显渝,苏礼坤等. 利用灰度图提高 Fourier 变换轮廓术的测量精度[J]. *光电工程*, 2000, **27**(3): 55~59
- 8 Jose Esteve-Taboada, Javier Garcia, Carlos Ferreira. Application of Fourier transform profilometry to the recognition of 3-D objects[C]. *Proc. SPIE*, 2003, **5227**: 59~66
- 9 Giuseppe Schirripa Spagnolo, Giorgio Guattari, Carmine Sapia *et al.*. Contouring of artwork surface by fringe projection and FFT analysis[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2000, **33**(2): 141~156
- 10 Chen Wenjing, Su Xianyu. A new method for improving measuring accuracy of Fourier transform profilometry [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2002, **29**(1): 19~22  
陈文静,苏显渝. 提高 Fourier 变换轮廓术测量精度的新方法[J]. *光电工程*, 2002, **29**(1): 19~22
- 11 Li Wansong, Su Xianyu, Su Likun *et al.*. Simultaneous calibration algorithm of phase-shifting based on FFT[J]. *Acta Optica Sinica*, 1999, **19**(10): 1390~1395  
李万松,苏显渝,苏礼坤等. 基于快速傅里叶变换的实时相移校正算法[J]. *光学学报*, 1999, **19**(10): 1390~1395
- 12 Wenjing Chen, Hu Yang, Xianyu Su *et al.*. Error caused by sampling in Fourier transform profilometry [J]. *Optical Engineering*, 1999, **38**(6): 1029~1034
- 13 Xianfu Mao, Wenjing Chen, Xianyu Su. Improved Fourier transform profilometry[J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(5): 664~668
- 14 Liu Bohan, Wu Liying, Zhang Jian. Fast phases retrieval for diffraction optical devices optimal design[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(2): 219~223  
刘伯哈,吴丽莹,张健. 一种用于衍射光元件优化设计的快速算法的研究[J]. *光学学报*, 2007, **27**(2): 219~223
- 15 Yuan Boyu, Wu Xiaojuan, Chen Shenhao *et al.*. Measurement of concentration change distribution based on theory of interference and image processing methods [J]. *Chin. J. Lasers*, 2007, **34**(1): 82~88  
袁博学,吴晓娟,陈慎豪等. 基于干涉原理和图像处理方法的浓度变化分布测量[J]. *中国激光*, 2007, **34**(1): 82~88
- 16 Tang Yan, Chen Wenjing. Neural network applied to three-dimensional measurement of complex objects[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(8): 1435~1439  
唐艳,陈文静. 应用神经网络的复杂物体三维测量[J]. *光学学报*, 2007, **27**(8): 1435~1439