

# 体全息光栅线性记录折射率分布的修正

刘秋平<sup>1</sup> 何兴道<sup>2</sup> 周小春<sup>3</sup>

(<sup>1</sup> 井冈山大学数理学院物理系, 江西 吉安 343009; <sup>2</sup> 南昌航空大学自动化学院, 江西 南昌 330063)

<sup>3</sup> 井冈山大学化学化工学院, 江西 吉安 343009

**摘要** 在讨论非线性记录体全息光栅的光谱特性时,发现一些文献在线性记录时折射率分布的表达式有些不妥。重新讨论了线性记录情况下折射率分布的表达式,引入了光束比和总光强折射率调制系数,用耦合波理论计算讨论了不同光束比和总光强折射率调制系数对光栅衍射光谱特性的影响。计算结果表明,光栅衍射光谱主峰峰值随总光强调制系数的减小而略有降低,主峰峰值随光束比减小下降得不大,带宽随总光强调制系数和光束比的减小而明显变窄,次峰峰值随总光强调制系数和光束比的减小而明显减小。

**关键词** 衍射与光栅; 折射率分布; 耦合波理论; 光谱特性

**中图分类号** O438.1 **文献标识码**: A

## Correction of Refractive Index Distribution in Volume Hologram Grating Recorded Linearly

Liu Qiuping<sup>1</sup> He Xingdao<sup>2</sup> Zhou Xiaochun<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics, School of Mathematics and Science, Jinggangshan University, Jian, Jiangxi 343009, China  
<sup>2</sup> College of Automation, Nanchang Hangkong University, Nanchang, Jiangxi 330063, China  
<sup>3</sup> School of Chemistry and Chemical Industry, Jinggangshan University, Jian, Jiangxi 343009, China

**Abstract** Some wrong points are found about the formula of the refractive index distribution in volume hologram grating recorded linearly in some literatures when the nonlinear recording spectral properties of volume hologram are discussed. The formula of the refractive index distribution is discussed again when recorded linearly. The light intensity ratio and the total light intensity refractive index modulation coefficient are added into the formula, and the diffraction spectral of gratings versus different light intensity ratio and total light intensity refractive index modulation coefficient are calculated in the coupled-wave theory. The calculational results show that the primary peak values of diffraction spectrum reduce slightly when the light intensity refractive index modulation coefficient or the light intensity ratio decreases, but the secondary peak value, decreases obviously and the bandwidth becomes narrow greatly with those conditions.

**Key words** diffraction and grating; refractive index distribution; coupled-mode theory; spectral properties

## 1 引言

体全息光栅在信息存储方面有着良好的发展前景,目前它正向着多维、大容量、高密度、高速存取的方向发展<sup>[1,2]</sup>。分析全息光栅的衍射光谱规律<sup>[3,4]</sup>,尤其是它的次峰特性有利于分析全息存储的信息串扰<sup>[5,6]</sup>。在讨论非线性记录体全息图的衍射光谱特

性时,发现以前有些文献在线性记录时应用折射率分布的表达式讨论衍射光谱时有些不妥<sup>[7-9]</sup>。因此,本文重新讨论了线性记录情况下应用折射率分布的表达式,引入光束比和总光强折射率调制系数,用耦合波理论计算讨论了不同光束比和总光强调制系数对光栅衍射光谱特性的影响。

收稿日期: 2007-10-29; 收到修改稿日期: 2007-12-21

作者简介: 刘秋平(1969—),男,硕士研究生,讲师,主要从事信息光学、通信理论等方面的研究。

E-mail: liuqiuping889@yahoo.com.cn

导师简介: 何兴道(1963—),男,教授,博士生导师,主要从事非线性光学、全息光学、光子晶体等方面的研究。

E-mail: xd2@tom.com

## 2 理论分析

在分析非线性记录相位型体全息光栅的光谱特性时,发现以前关于在线性情况下的折射率分布有一个处理不妥当的地方。以 Lippman 光路为例,如图 1 所示,图 1 中  $L_0$  为光栅厚度,  $\mathbf{k}_0$  为入射光波矢,  $\mathbf{k}_r$  为反射光波矢,  $\theta_r$  为反射角。当物光和参考光的光强相等非倾斜时,设记录时物光和参考光的复振幅分别为

$$E_o = A_o \exp(-\alpha_g z/2) \exp(i\mathbf{k}_o \cdot \mathbf{r}),$$

$$E_r = A_o \exp[-(\alpha_g z/2)(L_0 - z)] \exp(i\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}),$$

$\mathbf{r}$  为位置矢量,  $\alpha_g$  为记录介质吸收系数,考虑记录介质吸收后的光强分布为<sup>[7]</sup>

$$I = 2A_o^2 \exp\left(\frac{-\alpha_g L_0}{\cos \theta_r}\right) \cosh\left(\frac{\alpha_g z}{\cos \theta_r}\right) + 2A_o^2 \exp\left(\frac{-\alpha_g L_0}{\cos \theta_r}\right) \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}), \quad (1)$$

式中  $\mathbf{k}$  为光栅矢量。设

$$I' = 2A_o^2 \exp\left(\frac{-\alpha_g L_0}{\cos \theta_r}\right) \cosh\left(\frac{\alpha_g z}{\cos \theta_r}\right),$$

$$I'' = 2A_o^2 \exp\left(\frac{-\alpha_g L_0}{\cos \theta_r}\right) \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}),$$

则有  $I = I' + I''$ , 在线性记录时光栅的折射率分布为

$$\Delta n = C_y \exp\left(\frac{-\alpha_g L_0}{\cos \theta_r}\right) \cosh\left(\frac{\alpha_g z}{\cos \theta_r}\right) + C_x \exp\left(\frac{-\alpha_g L_0}{\cos \theta_r}\right) \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}), \quad (2)$$

式中  $C_x$ 、 $C_y$  分别为光强转化为折射率调制度的系数。文献[7~9]讨论了各种  $C_x$ 、 $C_y$  对光谱特性的影响,事实上  $C_x$ 、 $C_y$  取不同值的物理意义是  $I'$  和  $I''$  分别曝光在不不同的线性区,总光强又不是线性曝光,这又违背了线性曝光的前提。而且,  $C_x$ 、 $C_y$  取不同值,它们自身的物理意义也不明确,无法从实验中测量。而且从化学反应的角度来讲,光

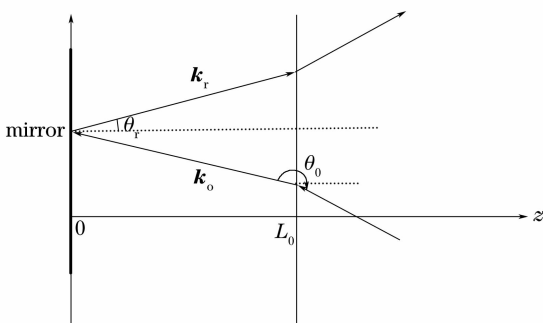


图 1 Lippman 光路示意图

Fig. 1 Sketch of Lippman light path

敏介质对光强的反应也应该是在总光强的作用下进行的,是否对光强的高频项和低频项有不同的反应很值得商榷,而且参于反应的光敏介质的分子、离子的尺寸比光强分布的周期小了大约三个量级。当然,为了讨论  $I'$  和  $I''$  单独对衍射光谱的影响,可以通过固定一个值,改变另一个的大小来讨论。但得到的光谱已经是一种畸变的非线性光谱,不是线性记录的光栅衍射光谱。为此,本文重新讨论折射率分布表达式,并用耦合波理论重新计算讨论各参量对光谱特性的影响。

对于 Lippman 光路,设物光和参考光在空间点的复振幅分别为

$$E_o = A_o \exp[-\alpha_g(L_0 - z)/2 \cos(\pi - \theta_0)] \times \exp(i\mathbf{k}_o \cdot \mathbf{r}), \quad (3)$$

$$E_r = A_r \exp[-\alpha_g L_0/2 \cos(\pi - \theta_0)] \times \exp(-\alpha_g/2 \cos \theta_r) \exp(i\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}), \quad (4)$$

则光栅内的光强分布为

$$I = A_r^2 \{V \exp[-\alpha_g(L_0 - z)/\cos \theta_r] + \exp(-\alpha_g L_0/\cos \theta_r) \exp(-\alpha_g z/\cos \theta_r) + 2\sqrt{V} \exp(-\alpha_g L_0/\cos \theta_r) \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})\}, \quad (5)$$

其中  $V = (A_o/A_r)^2$  为光束比,于是得到

$$\Delta n = C \{V \exp[-\alpha_g(L_0 - z)/\cos \theta_r] + \exp(-\alpha_g L_0/\cos \theta_r) \exp(-\alpha_g z/\cos \theta_r) + 2\sqrt{V} \exp(-\alpha_g L_0/\cos \theta_r) \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})\}, \quad (6)$$

把(6)式写为  $\Delta n = \Delta n' + \Delta n'' \cos(\mathbf{k}_F \cdot \mathbf{r})$ ,  $\mathbf{k}_F$  为光栅处理后光栅矢量,

$$\Delta n' = CV \exp[-\alpha_g(L_0 - z)/\cos \theta_r] + C \exp(-\alpha_g L_0/\cos \theta_r) \exp(-\alpha_g z/\cos \theta_r), \quad (7)$$

$$\Delta n'' = 2C\sqrt{V} \exp(-\alpha_g L_0/\cos \theta_r). \quad (8)$$

$C$  为常量,只与记录介质的最大调制度有关。 $V$  为物光和参考光的光强比,对于 Lippman 光路  $V$  也是反射镜的物光和参考光的反射比,而且有  $V \leq 1$ ,对于对称光路  $V$  可以为任意值。 $C$ 、 $V$  的物理意义非常明确,可以直接从实验中测量出来。

利用介电常量  $\epsilon$  与折射率  $n$  的关系  $\epsilon = n^2$ ,  $\Delta n' \ll n_0$ ,  $\Delta n'' \ll n_0$ ,  $n_0$  为介质未曝光折射率调制度,忽略高次项,同样可以得到

$$\epsilon = n_0^2 + 2n_0 \Delta n' + 2n_0 \Delta n'' \cos(\mathbf{k}_F \cdot \mathbf{r}). \quad (9)$$

由耦合波理论<sup>[9,10]</sup>, 设  $l = \frac{z}{L_0}$ ,  $r(l) = \frac{I(l)}{R(l)} =$

$Y_1(l) + jY_2(l)$ ,  $I(l)$ ,  $R(l)$  分别为照明光波和衍射光波的振幅,  $Y_1$ ,  $Y_2$  为中间变量代换,可以推导得到

$$\frac{dY_1}{dl} = - \left[ 2\xi + \frac{2F(l)T}{\cos \varphi_R} \right] Y_2 + 2D_0 Y_1 - 2\gamma_r Y_1 Y_2, \quad (10)$$

$$\frac{dY_2}{dl} = \left[ 2\xi + \frac{2F(l)T}{\cos \varphi_R} \right] Y_1 + 2D_0 Y_2 + \gamma_r (1 + Y_1^2 - Y_2^2). \quad (11)$$

式中  $\varphi_R$  为照明光波于  $z$  轴的夹角,  $\xi = \frac{\Gamma L_0}{2 \cos \varphi_R}$ ,  $\Gamma =$

$k_F \cos \varphi_R - \frac{k_F^2 \lambda}{4\pi n_0}$ ,  $\lambda$  为光波波长,  $D_0 = \frac{\alpha_0 L}{\cos \varphi_R}$ ,  $\alpha_0 =$

$\frac{\omega \mu_0 \sigma_0}{2\beta}$ ,  $\omega$  为角频率,  $\mu_0$  为真空磁导率,  $\sigma_0$  为真空电导

率,  $\beta = \frac{2\pi n_0}{\lambda}$ ,  $\gamma_r = \frac{\chi L_0}{\cos \varphi_R}$ , 耦合矢量  $\chi = \pi \Delta n'' / \lambda$ ,

$F(z) = 2\pi \Delta n' / \lambda$ 。这时边界条件变为

$$Y_1(1) = Y_2(1) = 0, \quad (12)$$

得到衍射效率为

$$\eta = \frac{|I(0)|^2}{|R(0)|^2} = |r(0)|^2 = Y_1^2(0) + Y_2^2(0). \quad (13)$$

### 3 数值计算结果和讨论

下面以 Lippman 光路为例。

#### 3.1 折射率调制系数 $C$ 对光谱的影响

由于  $C$  是  $\Delta n$  中各项的共同参量, 在计算  $C$  对光谱的影响时, 必然是总折射率调制度的影响。图 2 是  $C$  取不同值时得到的光谱曲线,  $\alpha_g = 0.05 \mu\text{m}^{-1}$ ,

$V = 0.9, L_0 = 36 \mu\text{m}$ 。

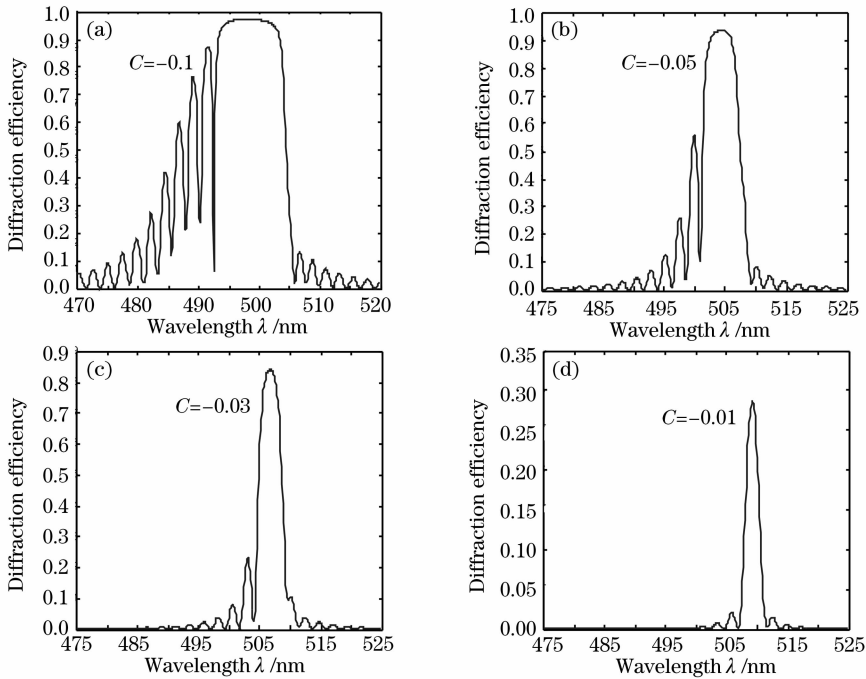


图 2 不同折射率调制系数  $C$  对衍射光谱的影响

Fig. 2 Diffraction spectrums versus refractive index modulation coefficient  $C$

从图 2 可见,  $C$  的大小对光谱的影响非常大, 峰值效率随  $C$  的减小而降低, 带宽随  $C$  的减小而明显变窄, 次峰峰值随  $C$  的减小而明显减小。

#### 3.2 光束比 $V$ 对光谱的影响

由于  $V$  是物光和参考光的振幅比, 当  $V < 1$  时干涉光强的调制度变小, 必然影响到介质的折射率调制度变小。图 3 是不同光束比  $V$  时得到的光谱曲线,  $\alpha_g = 0.05 \mu\text{m}^{-1}, C = 0.1, L_0 = 36 \mu\text{m}$ 。由图 3 可见, 光谱的带宽随  $V$  的减小而变窄, 而主峰值下降得却不大, 但对次峰峰值影响很大, 当  $V$  值减小时次峰峰值减小得很大。

### 4 结 论

引入光束比和总光强折射率调制系数, 修正了线性记录情况下折射率分布的表达式, 重新用耦合波理论计算讨论了不同光束比和总光强调制系数对光栅衍射光谱特性的影响。通过计算, 得到总光强调制系数  $C$  的大小对光谱的影响非常大, 主峰峰值效率随  $C$  的减小而略有降低, 带宽随  $C$  的减小而明显变窄, 次峰峰值随  $C$  的减小而明显减小; 当光束比  $V < 1$  时干涉光强的调制度变小, 必然影响到介质的折射率调制度变小, 光谱的带宽随  $V$  的减小而变窄, 而主峰值下降得却不大, 但对次峰峰值影响很

大, 当  $V$  值减小时次峰峰值减小很多。

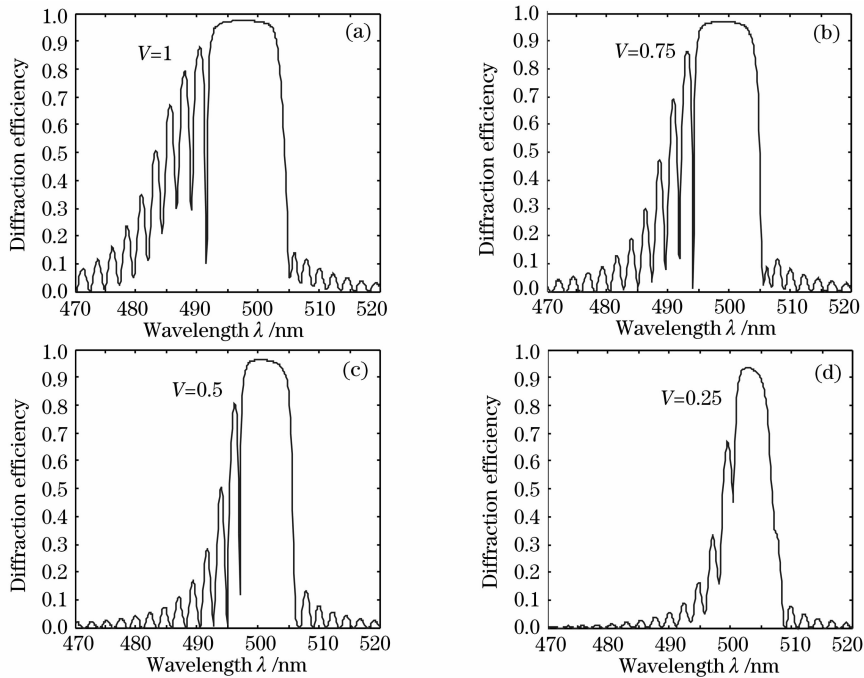


图 3 不同光束比  $V$  对光谱的影响

Fig. 3 Diffraction spectrums versus different light intensity ratio  $V$

### 参 考 文 献

- Li Wei, Xie Changsheng, Pei Xiandeng. Volume holographic storage[J]. *Optical Technique*, 2001, **27**(3): 283~288  
李 伟, 谢长生, 裴先登. 体全息存储技术[J]. *光学技术*, 2001, **27**(3): 283~288
- Zhu Rong, Liu Dean, Liu Liren *et al.*. Characteristics of grating erasure in  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ [J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(2): 185~189  
朱 荣, 刘德安, 刘立人 等.  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$  晶体光栅擦除特性[J]. *中国激光*, 2006, **33**(2): 185~189
- Wang Chunhua, Yan Aimin, Liu Liren *et al.*. Diffraction properties of reflection volume holographic grating illuminated by an ultra-short pulsed laser beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(7): 980~984  
王春花, 闫爱民, 刘立人 等. 反射型体全息光栅对超短脉冲激光光束衍射的性质[J]. *光学学报*, 2006, **26**(7): 980~984
- Wang Chunhua, Liu Liren, Yan Aimin *et al.*. Diffraction properties of local volume holographic grating read by an ultra-short pulsed laser beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(9): 1558~1564  
王春花, 刘立人, 闫爱民 等. 超短脉冲激光光束被局域体全息光栅衍射的性质分析[J]. *光学学报*, 2007, **27**(9): 1558~1564
- Tang Bin, Tao Shiquan, Yan Xingchang *et al.*. Study on signal-to-noise ratio of retrieved from volume holographic memories[J]. *Chin. J. Lasers*, 1999, **A26**(3): 273~278  
唐 斌, 陶世荃, 杨兴昌 等. 体全息存储图像的信噪比研究[J]. *中国激光*, 1999, **A26**(3): 273~278
- He Qingsheng, Ou Yangchuan, Song Xiuyu *et al.*. Analysis of cross-talk noise in fractal multiplexed volume hologram [J]. *Optical Technique*, 2002, **28**(5): 386~388  
何庆声, 欧阳川, 宋修宇 等. 体全息存储分维复用串扰噪声分析[J]. *光学技术*, 2002, **28**(5): 386~388
- Liu Dahe, He Xingdao, Tang Weiguo. Theoretical analysis on inhomogeneous reflection hologram [J]. *Acta Optica Sinica*, 1990, **10**(6): 545~550  
刘大禾, 何兴道, 唐伟国. 非均匀反射全息图的理论分析[J]. *光学学报*, 1990, **10**(6): 545~550
- Feng Dejun, Kai Guiyun, Dong Xiaoyi *et al.*. Numerical study of non-uniform reflection volume holographic grating [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(4): 417~421
- Liu Qiuping, He Xingdao, Zhang Aiyun *et al.*. Solving the coupled-mode equation of the nonlinear recording grating by linearization[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(6): 977~980  
刘秋平, 何兴道, 张霭云 等. 线性化求解非线性记录光栅耦合波方程[J]. *光学学报*, 2007, **27**(6): 977~980
- Yu Meiwen. *Holography Optics and Information Processing* [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1984. 35~39  
于美文. *光学全息及信息处理* [M]. 北京: 国防工业出版社, 1984. 77~98