

文章编号: 0253-2239(2008)06-1141-06

电湿效应变焦光学系统的设计与分析

彭润玲 陈家璧 庄松林

(上海理工大学光学与电子信息工程学院, 上海 200093)

摘要 与传统的通过电机调节透镜相对位置达到变焦目的设计完全不同,提出了一种设计无机械运动变焦光学系统的新方法。利用亥姆霍兹自由能最小化方法推导出适合双液体变焦透镜的杨氏方程,将以气液固三相系统为基础的传统杨氏方程扩展到了液液固三相系统。以圆柱结构的双液体变焦透镜为组分设计了一种新型的变焦光学系统,分析了系统在外加电压作用下使焦距变化的同时又能保持像面不变时必须满足的条件。模拟结果表明该系统的变倍比大约可达到 1:1.5。

关键词 光学设计; 变焦系统; 自由能最小化方法; 液体透镜

中图分类号 O435.2 **文献标识码** A

Design and Analysis of a Variable-Focus Optical System Based on Electrowetting

Peng Runling Chen Jiabi Zhuang Songlin

(College of Optics and Electrical Information Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract A new design method for a variable-focus optical system without mechanical movements is proposed. It is quite different from that for traditional variable-focus optical systems, and changes the focal length of the system by regulating the relative position of the lenses with a motor. An extended Young's equation suited for double-liquid variable-focus lenses is derived by means of Helmholtz free energy minimization method. The traditional Young's equation based on vapor-liquid-solid tri-phase systems is extended to liquid-liquid-solid systems. Based on the cylindrical double-liquid variable-focus lenses, a new-type variable-focus optical system is presented. The conditions under which the optical system with appropriate applied voltages cannot only change the focal length but also keep the image plane stable simultaneously are researched. The corresponding simulation results show that the zoom ratio of the system can reach about 1:1.5.

Key words optical design; variable-focus system; free energy minimization method; liquid lens

1 引言

传统的变焦系统利用空间凸轮等机械装置调节固定焦距透镜的相对位置来达到变焦的目的,结构复杂、造价昂贵并且已濒临所能达到尺寸的极限而不能满足发展的需求。因而寻找新型的变焦透镜成了众多研究者竞相研究的热点。很早以前就提出了折衍射混合型变焦距透镜^[1~4],利用电压改变液晶的折射率^[5]来控制液晶菲涅耳透镜的焦距,与传统变焦系统相比有轻便、节能、低压驱动以及响应速度快等众多优点,使得折衍射混合液晶变焦透镜成为

取代传统变焦透镜的一个很有前景的光学器件,但是液晶菲涅耳透镜的大色差、多焦点问题还有待解决。近年出现了另一种解决方案,即基于电湿效应的双液体变焦透镜^[6~9]。Philips^[10]和 Varioptic^[11]公司都着力研究此种变焦透镜并在杂志上发表了相关的一些文章,利用“电湿效应”实现单个液体透镜变焦的可能,并推出了一些原型器件。

众所周知,变焦光学系统必须满足两个基本条件:改变焦距;改变焦距过程中保持像面位置不变^[12]。但单个液体变焦透镜在改变焦距时并不能

收稿日期: 2007-10-24; 收到修改稿日期: 2007-11-28

基金项目: 国家 973 计划(2005CB724304, 2007CB935303)、国家自然科学基金(60778031)、高等学校博士学科点专项科研基金(20050252004)和上海市重点学科建设项目(T0501)资助课题。

作者简介: 彭润玲(1978—),女,硕士,讲师,主要从事信息光学、光学设计等方面的研究。

E-mail: pengrunling@gmail.com

保持成像面的位置不变。本文将以液体透镜为基础设计一种新型的变焦光学系统,此设计完全区别于基于固定焦距透镜运动的传统变焦系统,利用电控实现无机械运动的变焦和调焦。

2 电湿效应双液体变焦透镜

2.1 电湿效应

电湿效应是一种物理化学现象,它通过改变液体-固体界面的外加电压来控制液体在固体面上润湿特性。图 1 简单示意了导电液滴在镀有电极和绝缘层的固体表面上产生电湿效应的过程。当外加电压为零时,液体界面呈虚线所示面形,此时液体与绝缘层之间的接触角为 θ_0 。根据杨氏方程^[13]可知

$$\cos \theta_0 = (\gamma_{sg} - \gamma_{sl}) / \gamma_{lg}, \quad (1)$$

式中 γ_{sg} 为固体和气体间的界面张力, γ_{sl} 为固体与液体间的界面张力, γ_{lg} 为液体与气体间的界面张力。当外加电压不为零时,液体与电极之间的绝缘层两边会积聚一定的电荷。电荷的积聚将改变绝缘层的厌水性,即改变固液之间的界面张力,导致接触角变化成 θ 。由于导电液滴的体积不变,所以液滴界面形状会在外加电压的作用下发生改变。

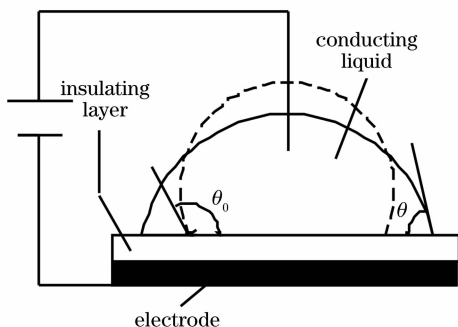


图 1 电湿效应示意图

Fig. 1 Schematic of electrowetting effect

2.2 双液体变焦透镜的原理

图 2 为双液体透镜的结构示意图,在圆柱玻璃管内壁依次沉积了一层透明电极和一层疏水绝缘层。在容器中充入两种液体,液体 1 为导电的水溶液,液体 2 为非极性的油性液体。两种液体具有不同的折射率,但具有相同的密度,以致液体界面在任何方位都能保持球面形状^[11]。加在导电液体和透明电极之间的电压,即疏水绝缘层两边的电压,可以有效地改变导电液体与介电层之间的界面张力,导致导电液体与介电层的接触角 θ 改变。接触角 θ 决定这两种液体的界面形状,进而改变液体透镜的焦距。

图 2 中 a 为圆柱玻璃管的半径, r 为这两种液

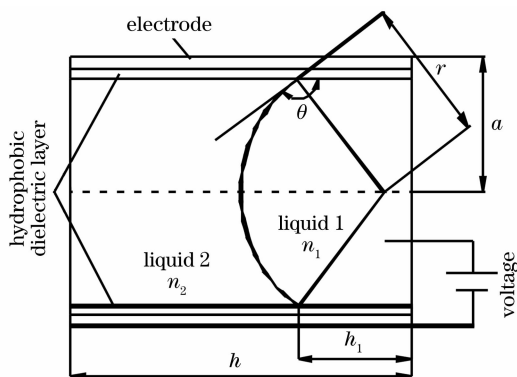


图 2 双液体变焦透镜的结构示意图

Fig. 2 Cross section view of the double-liquid variable-focus lens

体球形界面的曲率半径, h_1 为导电液体与圆柱壁的接触高度, h 为圆柱容器的总长度, n_1 、 n_2 分别为液体 1 和液体 2 的折射率。

假定液体 1 的体积为 V , 则

$$V = \pi a^2 h_1 + \frac{2}{3} \pi r^3 (1 - \sin \theta) - \frac{1}{3} a^2 r \sin \theta, \quad (2)$$

由于液体体积 V 保持不变,其全微分必定为零,即

$$dV = \left[\frac{\partial V(h_1, r, \theta)}{\partial h_1} \right] dh_1 + \left[\frac{\partial V(h_1, r, \theta)}{\partial r} \right] dr + \left[\frac{\partial V(h_1, r, \theta)}{\partial \theta} \right] d\theta = 0, \quad (3)$$

利用(2)式,(3)式可以得到

$$dh_1 = \left[\frac{2\pi r^3 \cos(\theta/3) + \pi a^2 r \cos(\theta/3)}{\pi a^2} \right] d\theta - \left[\frac{2\pi r^2 (1 - \sin \theta) - \pi a^2 \sin(\theta/3)}{\pi a^2} \right] dr. \quad (4)$$

另外,当透镜的环境温度、液体的体积以及系统的成分不变时,系统的亥姆霍兹自由能 F 的全微分可表示为^[14]

$$dF = dW', \quad (5)$$

式中 dW' 是所有非膨胀功如机械功、表面功和电功等的全微分。

当透镜上没有外加电压时, dW' 仅包括固体壁与液体 1、固体壁与液体 2 以及液体 1 与液体 2 之间的表面功。假定 γ_{s1} 、 γ_{s2} 分别为容器固体内壁与液体 1、液体 2 之间的界面张力, γ_{12} 为这两种液体之间的界面张力; A_{s1} 、 A_{s2} 分别为液体 1 和液体 2 与固体内壁接触的面积, A_{12} 为两种液体接触的面积。根据图 2, 可得

$$A_{s1} = 2\pi a h_1 + \pi a^2, \quad (6)$$

$$A_{s2} = 2\pi a (h - h_1) + \pi a^2, \quad (7)$$

$$A_{12} = 2\pi r^2 (1 - \sin \theta), \quad (8)$$

在这种情况下，

$$dF = \gamma_{s1} dA_{s1} + \gamma_{s2} dA_{s2} + \gamma_{12} dA_{12} = (\gamma_{s1} - \gamma_{s2}) \cdot 2\pi a \cdot dh_1 + \gamma_{12} [4\pi r(1 - \sin \theta) dr - 2\pi r^2 \cos \theta d\theta]. \quad (9)$$

由于整个系统处于平衡状态，系统的亥姆霍兹自由能 F 应该处于最小值，这就意味着亥姆霍兹自由能的全微分应该为零。利用(9)式，可以得到另一个 dh_1 与 dr 和 $d\theta$ 的关系表达式：

$$dh_1 = \frac{\gamma_{12} [2\pi r^2 \cos \theta d\theta - 4\pi r(1 - \sin \theta) dr]}{(\gamma_{s1} - \gamma_{s2}) 2\pi a}. \quad (10)$$

从图 2 中可见 r 和 θ 并不是相互独立的，两者之间存在着某种联系：

$$r = -\frac{a}{\cos \theta}, \quad (11)$$

对(11)式求微分可得

$$dr = -\frac{r^2 \sin \theta}{a} d\theta, \quad (12)$$

将(11)式，(12)应用到(4)式，(10)式中，求解相应的方程组可以得到一个推广的适用于液液固三相系统的杨氏方程^[13]

$$\cos \theta = \frac{\gamma_{s2} - \gamma_{s1}}{\gamma_{12}}, \quad (13)$$

当液体透镜上加上外加电压 U 并且达到新的平衡状态时，同上利用亥姆霍兹自由能的最小化原理可得接触角与外加电压的关系^[10]：

$$\cos \theta = \cos \theta_0 + \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{2\gamma_{12} d} U^2. \quad (14)$$

式中 ϵ_0 为真空中的介电常量， ϵ_r 和 d 分别为疏水介电层的相对介电常量和厚度。

3 电湿效应变焦光学系统

传统的变焦光学系统是根据变焦时各运动组份的共轭距改变量之和为零，即建立相关的微分方程来确定系统的各个参量。由于液体透镜的焦距是通过电湿效应改变的，用于固定焦距透镜组变焦的设计方法对于无机械运动的变焦系统已不再适用。

3.1 电湿效应变焦光学系统的结构

电湿效应变焦光学系统的结构如图 3 所示，此系统主要由一个固定焦距透镜和两个双液体变焦透镜构成。两个液体透镜放置在固定焦距透镜的出瞳和后焦面之间。显而易见，系统的光焦度主要由固定焦距透镜来承担。在外加电压的作用下前一个液体透镜充当一个凹透镜而后一个液体透镜充当凸透镜时，前者使光线发散而后者使光线会聚。因此当像面位置保持不变时，像平面上光线的会聚角增加而导致系统的焦距变小。相反，系统的焦距变大。因此，系统的焦距可以在液体透镜外加电压的作用下得到改变。同时，适当地调整两个液体透镜上的电压可以保证系统中所有透镜的共轭距之和不变，即满足了变焦系统的第二个基本要求，使像平面保持不变。

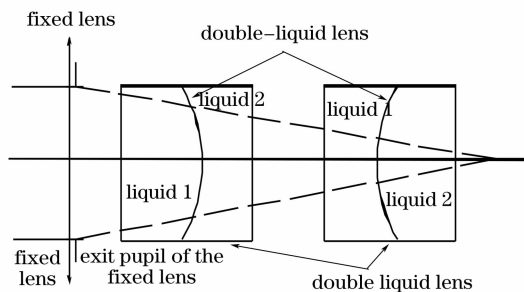


图 3 变焦系统的结构示意图

Fig. 3 Schematic of variable-focus system

3.2 电湿效应变焦光学系统的分析

以对有限远物体成像为例说明电湿效应变焦光学系统的设计方法。首先考虑在外加电压下两个液体透镜的界面均为平面时系统对某一物距对应的像点位置。

当外加电压同时使两个液体透镜的界面均为平面时，液体透镜可以被看作为平行平板，其对系统的光焦度没有任何贡献，仅改变变焦系统的聚焦点位

置。如图 4 所示的系统结构，系统对物距为 l_0 的物体 P 成像时像点 P' 的位置由像点 P' 到第二个液体透镜最后一面的距离 l' 表示。通过具体计算可以得到

$$l' = \frac{l_0 f_0}{f_0 + l_0} - d_1 - \frac{1}{n_1} d_2 - \frac{1}{n_2} d_3 - d_4 - \frac{1}{n_1} d_5 - \frac{1}{n_2} d_6, \quad (15)$$

式中 f_0 为固定焦距透镜的焦距， d_i ($i = 1 \sim 6$) 为系

统的光学间隔。如果第一和第二个液体透镜的厚度分别为 d_{01}, d_{02} ，并且液体 2 占两个液体透镜的体积

分数分别为 k_1 和 k_2 ，即 $d_2 = k_1 d_{01}, d_5 = k_2 d_{02}$ ，则 (15) 式可以改写为

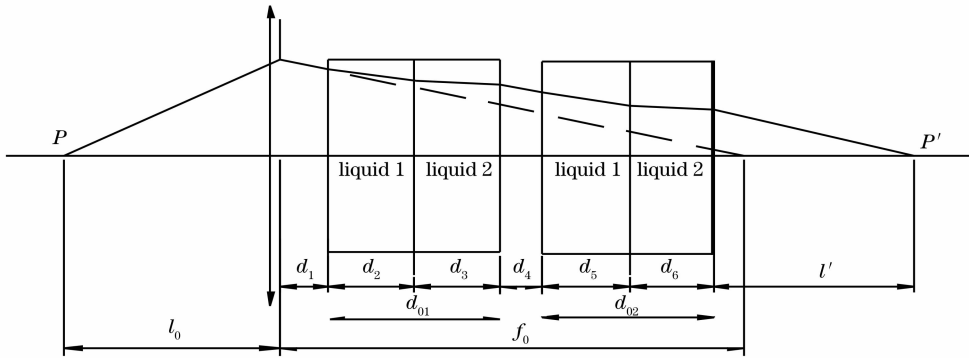


图 4 两个液体透镜的界面同时为平面时系统的结构示意图

Fig. 4 Schematic of the system with two liquid lenses of planar surfaces

$$l' = \frac{f_0 l_0}{f_0 + l_0} - d_1 - d_4 - \frac{n_2 - n_1}{n_1 n_2} (k_1 d_{01} + k_2 d_{02}) - \frac{d_{01} + d_{02}}{n_2}, \quad (16)$$

从(16)式可见，像平面的位置是随着物距发生改变。为了能够满足变焦系统的基本要求：变焦过程中像面位置不变，必须确定一个固定的像面。

在本文设计中，为了使系统能有更大的成像范围，选择在两个液体透镜的界面均为平面时，无限远物距和最小物距所对应的两像点之间的中间位置为固定像面位置。假定系统成像的最小物距为 l_{\min} ，则所选择的固定像面到第二个液体透镜最后一面的距离表示为

$$l'_f = \frac{f_0^2 + 2f_0 l_{\min}}{2(f_0 + l_{\min})} - d_1 - d_4 - \frac{n_2 - n_1}{n_1 n_2} (k_1 d_{01} + k_2 d_{02}) - \frac{d_{01} + d_{02}}{n_2}. \quad (17)$$

当液体透镜上的外加电压改变使液体界面成凸面或者凹面时，为了使系统的像面位置不变，其中一个液体透镜必须在电压作用下充当正透镜而另一个液体透镜必须在电压作用下充当负透镜，或者相反。图 5 示意了在外加电压作用下第一个液体透镜的界面为凹面，其曲率半径为 $r_2 < 0$ ，第二个液体透镜的界面为凸面，其曲率半径为 $r_5 > 0$ 时的情形。这种情形下系统的像面位置可以表示为

$$l'' = \frac{r_5 \alpha}{n_1 r_5 + (n_2 - n_1) \alpha} - \frac{1}{n_2} (d_{02} - d'_5), \quad (18)$$

式中

$$\alpha = \frac{\left[n_1 \left(\frac{f_0 l_0}{f_0 + l_0} - d_1 \right) - d'_2 \right] r_2}{r_2 + (n_2 - n_1) \left(\frac{f_0 l_0}{f_0 + l_0} - d_1 - \frac{d'_2}{n_1} \right)} - \frac{n_1}{n_2} (d_{01} - d'_2) - n_1 d_4 - d'_5,$$

$d'_i (i = 2, 3, 5, 6)$ 分别为相应的光学间隔并与液体透镜的曲率半径有着一定的联系。根据图中的几何关系，

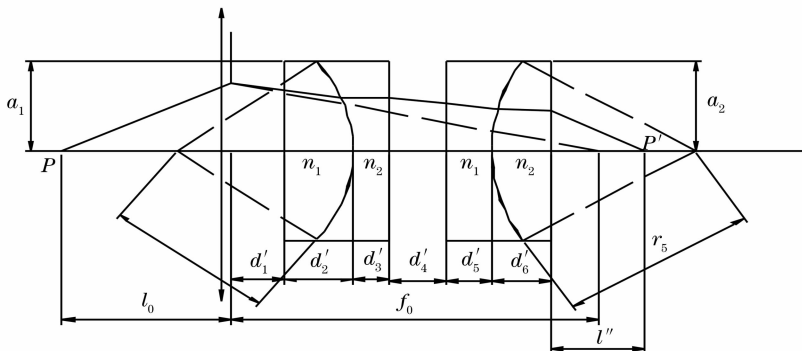


图 5 两个液体透镜的界面同时为非平面时系统的结构示意图

Fig. 5 Schematic of the system with two liquid lenses of non-planar surfaces

d'_2 和 d'_5 分别可以表示为 r_2 和 r_5 的函数：

$$d'_2 = k_1 d_{01} + [2r_2^3 + 2r_2^2(r_2^2 - a_1^2)^{1/2} - 3a_1^2 r_2 - 2a_1^2(r_2^2 - a_1^2)^{1/2}]/(3a_1^2), \quad r_2 < 0 \quad (19)$$

$$d'_5 = k_2 d_{02} + [2r_5^3 - 2r_5^2(r_5^2 - a_2^2)^{1/2} - 3a_2^2 r_5 + 2a_2^2(r_5^2 - a_2^2)^{1/2}]/(3a_2^2), \quad r_5 > 0 \quad (20)$$

式中 a_1 和 a_2 分别为第一和第二个液体透镜的内半径。(19) 式, (20) 式同时表明 r_2 和 r_5 有一个最小取值, 即 $|r_2| \geq a_1$ 和 $|r_5| \geq a_2$ 。

为了使像面位置不变, 则要求 $l'' = l'_f$ 。结合 (18) 式, 可以得到

$$r_5 = \frac{(d_{02} + n_2 l'_f - d'_5)(n_2 - n_1)\alpha}{n_2 \alpha - n_1(d_{02} - d'_5 + n_2 l'_f)}, \quad (21)$$

式中 r_5 隐含在 d'_5 中。当外加电压使 r_2 确定后, 可以通过 (21) 式解出 r_5 。但在求解的过程中会出现 r_5 的高次方程, 解将出现增根。实际上 r_2 和 r_5 之间的关系可以通过数值迭代的方法求解, 这与传统的求解微分方程来确定系统参量的方法^[15] 截然不同。

液体透镜的界面曲率半径是由外加电压决定

的, 假定第一和第二个液体透镜上的外加电压分别为 U_1 和 U_2 , 则有

$$r_2 = -\frac{a_1}{\cos \theta_0 + \epsilon_0 \epsilon_r U_1^2 / (2\gamma_{12} d)}, \quad (22)$$

$$r_5 = -\frac{a_2}{\cos \theta_0 + \epsilon_0 \epsilon_r U_2^2 / (2\gamma_{12} d)}. \quad (23)$$

可见外加电压和液体界面半径之间存在一一对应的关系, 因此 r_2 和 r_5 之间的关系可简单的转化为电压 U_1 和 U_2 之间的关系。

同时在系统对不同物距的物体进行成像时, 可通过高斯光学原理计算得到系统在调焦的过程中焦距随界面半径即外加电压的关系:

$$f = \frac{r_2 r_5 f_0}{(n_2 - n_1)^2 \left(d_4 + \frac{d_{01} - d'_2}{n_2} + \frac{d'_5}{n_1} - \frac{r_2 + r_5}{n_2 - n_1} \right) \left(d_1 + \frac{d'_2}{n_1} - f_0 \right) - (n_2 - n_1) r_2 \left(d_4 + \frac{d_{01} - d'_2}{n_2} + \frac{d'_5}{n_1} \right) + r_2 r_5}. \quad (24)$$

3.3 模拟结果

根据分析, 如果给变焦系统确定一些相关的参量, 如 $n_1 = 1.55$, $n_2 = 1.38$, $d_{01} = d_{02} = 2 \text{ mm}$, $d_1 = 1 \text{ mm}$, $d_4 = 2.95 \text{ mm}$, $k_1 = k_2 = 0.5$, $l_{\min} = -250 \text{ mm}$, $l_0 = -500 \text{ mm}$, $f_0 = 10 \text{ mm}$, $a_1 = a_2 = 1 \text{ mm}$, $\gamma_{12} = 38.1 \text{ N/m}$ 等, 参考 (21) 式~(23) 式, 则外加电压 U_1 和 U_2 的关系曲线可以通过 Matlab 软件模拟。图 6 给出了防水绝缘层的厚度分别为 $0.5 \mu\text{m}$ 和 $1 \mu\text{m}$ 时系统达到变焦光学系统要求时两个液体透镜上外加电压的关系。

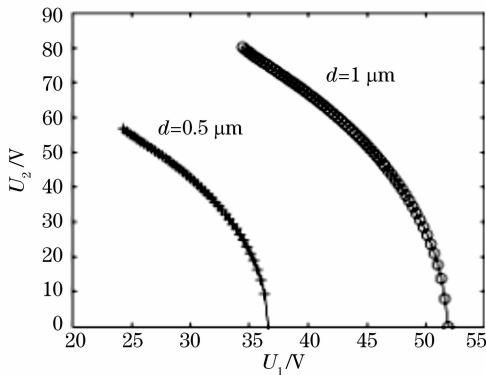


图 6 两液体透镜上外加电压 U_1, U_2 的关系

Fig. 6 Voltage U_2 versus voltage U_1 for two liquid lenses

从图 6 可见, 疏水绝缘层的厚度为 $0.5 \mu\text{m}$ (或 $1 \mu\text{m}$) 时, 大约 32.8 V (或 46.5 V) 的电压使液体透镜的界面为平面。而对整个变焦系统来说, 当一个液体透镜的外加电压大于上述电压值时, 另一个液体透镜的外加电压一定小于这个电压值, 以保证像面的位置不变。反之亦然。

同时, 系统在变焦过程中焦距随外加电压的变化可以根据 (24) 式模拟如图 7 所示。从图中可见, 对于不同厚度疏水绝缘层的变焦系统, 要达到相同

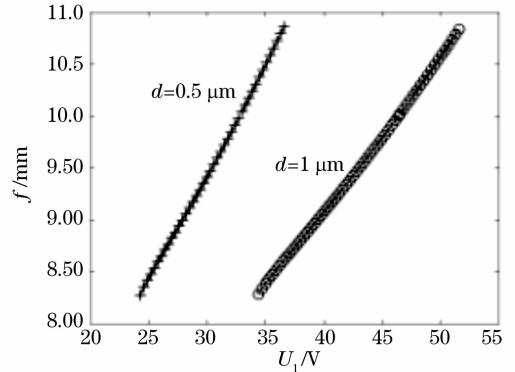


图 7 液体透镜上外加电压与系统焦距的关系

Fig. 7 Focal length of the whole system f versus voltage U_1 for the liquid lens

的变焦范围,绝缘层越厚所需要的外加电压越高。另外,在以上设计中系统的焦距变化范围为 8~11 mm,这个范围可以通过改变变焦系统的相关参量得到相应的调整。

另外,本文仅仅分析了变焦系统对有限远物体成像情形,对无限远物体成像的分析已有相关的讨论^[16]。

4 结 论

介绍了双液体变焦透镜的原理,利用亥姆霍兹自由能的最小化方法将应用于气液固三相界面的传统杨式方程推广到了适用于液液固三相界面的杨式方程。以液体透镜为基础提出了一种新型的变焦系统。以变焦系统对有限物距的物体成像为例,分析了以两个双液体变焦透镜为组分的新型变焦系统实现调焦的可能,说明了电湿效应变焦光学系统的设计方法。当在两个双液体透镜上分别加上合适的外部电压,变焦系统不仅可在电压的作用下改变系统的焦距,并且还可在变焦的同时保持像面位置不变。

参 考 文 献

- G. I. Swanson, W. B. Veldkamp. Infrared applications of diffractive optical elements[C]. *Proc SPIE*, 1988, **883**: 155~158
- Ignacio Moreno, Claudio Lemmi, A. Márquez *et al.*. Modulation light efficiency of diffractive lenses displayed in a restricted phase-modulated display[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(34): 6278~6284
- Dou Rensheng, Lin Hai, Hu Jicheng. Programmable lens and lenslet array by operating a liquid crystal device[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(7): 959~964
 窦任生,林海,胡继承. 控制液晶器件产生的程控透镜和微透镜阵列[J]. *光学学报*, 2005, **25**(7): 959~964
- Zheng Jihong, Zhong Yangwan, Cai Mingrong *et al.*. Fabrication of electrical-controlled polymer dispersed liquid crystal switchable-focus holographic lens[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(6): 1107~1110
 郑继红,钟阳万,蔡明荣等. 电控聚合物分散液晶变焦全息透镜制作[J]. *光学学报*, 2007, **27**(6): 1107~1110
- Zheng Jihong, Gu Lingjuan, Zhuang Songlin *et al.*. Design and simulation of dynamic gain equalizer based on holographic polymer dispersed liquid crystal volume grating[J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(8): 1087~1091
 郑继红,顾玲娟,庄松林等. 基于全息聚合物液晶光栅的动态增益均衡器的设计与模拟[J]. *中国激光*, 2006, **33**(8): 1087~1091
- G. M. Lippmann. Relations entre les phénomènes électriques et capillaires [J]. *Ann. Chir. (Phys.)*, 1875, **5**: 494~549
- A. Froumkine. Couche double, electrocapillarite, surtension[J]. *Actualites Scientifiques et Industrielles*, 1936, **373**: 5~36
- L. Minnema, H. A. Barneveld, P. D. Rinkel *et al.*. An investigation into the mechanism of water treeing in polyethylene high-voltage cables[J]. *IEEE Trans. Electron. Insul.*, 1980, **EI-15**(6): 461~472
- C. Quilliet, B. Berge. Electrowetting: a recent outbreak[J]. *Current Opinion in Colloid & Interface Science*, 2001, **6**: 34~39
- S. Kuiper, B. H. W. Hendriks. Variable-focus liquid lens for miniature cameras[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2004, **85**(7): 1128
- B. Berge, J. Peseux. Variable focal lens controlled by an external voltage: An application of electrowetting [J]. *Eur. Phys. J. E.*, 2000, **3**: 159~163
- Tao Chuncan. *Design of Variable-Focus Optical Systems* [M]. Beijing: Defense industry Press, 1998
 陶纯堪. 变焦距光学系统设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 1988
- T. Young. *An Essay on the Cohesion of Fluids* [M]. London: Philos. Trans. R. Soc., 1805, **95**: 65~87
- William Ramsay, F. G. Donnan. *A System of Physical Chemistry* [M]. Longmans: Green & Company, 1925
- Wang Chunyan, Wang Zhijian, Zhou Qingcai *et al.*. Solving the cam curve of the compensating group about zoom lens using dynamic optical theory[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(6): 891~894
 王春艳,王志坚,周庆才等. 应用动态光学理论求解变焦光学系统补偿组凸轮廓线[J]. *光学学报*, 2006, **26**(6): 891~894
- Runling Peng, Jiabi Chen, Cheng Zhu *et al.*. Design of a zoom lens without motorized optical elements[J]. *Opt. Exp.*, 2007, **15**(11): 6664~6669