

文章编号: 0253-2239(2008)05-0971-05

# 一种三次非旋转对称的相位板的检测系统设计

许英朝<sup>1,2</sup> 张 新<sup>1</sup> 周 平<sup>3</sup>

(<sup>1</sup> 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所光学技术研究中心, 吉林 长春 130033)  
(<sup>2</sup> 中国科学院研究生院, 北京 100039; <sup>3</sup> 美国亚利桑那大学光学中心, 图森 Az85721)

**摘要** 作为零位干涉检测方法中非常有前途的一种方法, 计算全息可以用于非旋转对称的非球面的检测。以三次相位板为例, 阐述了利用计算全息图检测非旋转对称的非球面的基本原理。分析并推导了三次相位传播过程引入的高阶波像差的理论公式, 给出了三次相位板的检测系统的设计结果。详细讨论了计算全息图衍射级次的分离以及计算全息图的二元化, 给出了振幅型的计算全息图的图样。计算全息图的刻线最小间隔是  $40\ \mu\text{m}$ , 计算全息图的制作精度对检测结果的波前误差的影响仅仅为  $0.005\lambda$ 。对检测系统作了详细的公差分析, 结果表明所有调整公差对整个检测系统的影响和方根值为  $83.954\ \text{nm}$ 。

**关键词** 光学设计; 计算全息; 检测; 级次分离; 公差分析

中图分类号 V448.2 文献标识码 A

## Optical Design for Unsymmetrical Aspherical Cubic Phase Plate Testing System

Xu Yingchao<sup>1,2</sup> Zhang Xin<sup>1</sup> Zhou Ping<sup>3</sup>

(<sup>1</sup> *Optical Technology Research Center, Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China*  
<sup>2</sup> *Graduate University, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*  
<sup>3</sup> *College of Optical Sciences, University of Arizona, Tucson Az85721, USA*)

**Abstract** As one of the most promising methods in all the interferometric null tests, computer-generated holograms (CGH) can also be used in unsymmetrical aspherical surfaces testing. Taking the cubic surface as an example, the principle of testing unsymmetrical aspherical surfaces with CGH is given. The expression of the aberration for the cubic phase during propagation is deduced, and the results of the optical design for the cubic surface test system are listed. The separation of diffraction orders and the binary process of the continuous CGH phase function are discussed in detail, and the sample of the amplitude CGH is given. The minimum line spacing of the CGH is  $40\ \mu\text{m}$  and its effect on wavefront error is only  $0.005\lambda$ . The tolerance analysis of testing system is done in detail, and the total effect from all alignment tolerances that affect testing system is  $83.954\ \text{nm}$  (root-mean-square).

**Key words** optical design; computer-generated hologram (CGH); testing; order separation; tolerance analysis

## 1 引 言

三次相位板是一种波前编码<sup>[1]</sup>元件, 具有提高系统性能、减少光学系统重量、简化光学系统结构等突出的优点。然而因其非旋转对称的复杂面形, 传统光学零位补偿器<sup>[2]</sup>(如 Offner 补偿器)显然已经

无法应用于其检测系统中。目前, 对三次相位板的检测主要是接触式轮廓测量<sup>[3]</sup>, 虽精度较高, 却存在严重缺点: 金刚石探针在一定的测量压力下会损伤工件表面; 触针式测量速度很慢, 一般  $1\ \text{mm/s}$ , 从而导致温度飘移, 给测试的结果带来误差。

收稿日期: 2007-08-07; 收到修改稿日期: 2007-11-13

基金项目: 中国科学院长春光机所三期创新重点支持项目(069Y32J060)资助课题。

作者简介: 许英朝(1981-), 男, 山东人, 博士研究生, 主要从事光学设计和光学检测等方面的研究。

E-mail: xuyc2004@163.com

导师简介: 张 新(1968-), 男, 吉林人, 研究员, 博士生导师, 主要从事成像、非成像光学系统总体设计等方面的研究。

E-mail: optlab@ciomp.ac.cn

从 1971 年 A. J. Mac Goven 等<sup>[4]</sup>提出计算全息法检测非球面以来,计算全息(Computer-generated hologram, CGH)作为一种干涉检测方法<sup>[5,6]</sup>,随着衍射光学和计算机技术的发展,已经广泛应用于非球面及离轴非球面的检测,获得了很高的精度,并使得检测成本大大降低。计算全息图可以产生任意形状的波前,将其应用于光学自由曲面<sup>[7]</sup>的检测必将有良好的前景。

本文详细推导出了三次相位传播过程产生的高阶像差的理论公式,并对三次相位板检测系统进行了设计,给出了较好的设计结果。

## 2 三次相位在传播过程中产生的波像差

三次相位传播过程中会引入高阶像差,其中有两种形式的像差:映射偏差(Mapping distortion)和由于各点的光程差不等造成的偏差。映射偏差是指波面传播过程中的坐标发生变换;光程差的不同是指当波前传播时不同的光线走过的距离不等。最终产生的波像差是这两种像差共同作用的结果。

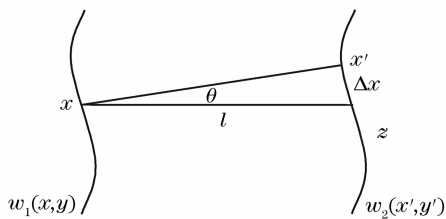


图 1 三次相位在空间的波前传播示意图

Fig. 1 Wavefront propagation of cubic phase in space

在  $x-y$  平面内三次相位的波前方程:

$$w_1(x, y) = \alpha(x^3 + y^3), \quad (1)$$

式中  $\alpha$  为三次相位的系数,单位为  $\text{mm}^{-2}$ 。(1)式的一阶导数即为三次相位在该平面内的斜率,可以表示为

$$w'_1(x, y) = w'_x \mathbf{i} + w'_y \mathbf{j} = 3\alpha x^2 \mathbf{i} + 3\alpha y^2 \mathbf{j}, \quad (2)$$

式中  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  分别为  $x, y$  方向的单位向量。(1)式的二阶导数为

$$w''_1(x, y) = w''_{xx} \mathbf{i} + w''_{yy} \mathbf{j} = 6\alpha x \mathbf{i} + 6\alpha y \mathbf{j}. \quad (3)$$

如图 1 所示,当波前传播到一个新的平面  $x'-y'$  的位置,且新平面与  $x-y$  平面沿  $z$  轴的距离为  $l$ ,则  $x' = x + w'_x(x)l, y' = y + w'_y(y)l$ ,新的波前为

$$\begin{aligned} w_2(x', y') &= w_{\text{map}}(x', y') + w_{\text{OPD}}(x', y') = w_1(x, y) + l/\cos\theta - l = \\ &= w_1[x' - w'_x(x)l, y' - w'_y(y)l] + l/\cos\theta - l = \\ &= \alpha\{[x' - w'_x(x)l]^3 + [y' - w'_y(y)l]^3\} + l/\cos\theta - l, \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $\theta$  为光线和  $z$  轴的夹角,  $w_{\text{map}}(x', y')$  和  $w_{\text{OPD}}(x', y')$  分别为传播中由于映射偏差和各点光程差不等引起的波像差。

$$\tan\theta = \sqrt{[w'_x(x)l]^2 + [w'_y(y)l]^2}/l = \sqrt{w'^2_x(x) + w'^2_y(y)}, \quad (5)$$

即

$$1/\cos\theta = \sqrt{w'^2_x(x) + w'^2_y(y) + 1}. \quad (6)$$

通过泰勒展开,有

$$w'_x(x) = w'_x(x' - \Delta x) = w'_x(x') - w''_x(x')\Delta x = w'_x(x') - w''_x(x')w'_x(x')l, \quad (7)$$

假设  $l$  很小,那么  $w'_x(x) \approx w'_x(x')$ ,

$$\begin{aligned} w_{\text{map}}(x', y') &= \alpha\{[x' - w'_x(x')l]^3 + [y' - w'_y(y')l]^3\} = \\ &= \alpha(x'^3 - 9\alpha x'^4 l + 27\alpha^2 x'^5 l^2 - 27\alpha^3 x'^6 l^3 + y'^3 - 9\alpha y'^4 l + 27\alpha^2 y'^5 l^2 - 27\alpha^3 y'^6 l^3) = \\ &= \alpha(x'^3 + y'^3) - 9\alpha^2 l(x'^4 + y'^4) + 27\alpha^3 l^2(x'^5 + y'^5) - 27\alpha^4 l^3(x'^6 + y'^6). \end{aligned} \quad (8)$$

由(6)式得

$$w_{\text{OPD}}(x', y') = l\sqrt{w'^2_x(x) + w'^2_y(y) + 1} - l, \quad (9)$$

假设  $\theta$  很小,那么  $w'_x, w'_y$  均很小,则

$$w_{\text{OPD}}(x', y') \approx \frac{1}{2}l[w'^2_x(x') + w'^2_y(y')] = \frac{9}{2}\alpha^2 l(x'^4 + y'^4), \quad (10)$$

由(8)式、(10)式可得  $x'-y'$  平面内总的波前

$$w_2(x', y') = \alpha(x'^3 + y'^3) - \frac{9}{2}\alpha^2 l(x'^4 + y'^4) + 27\alpha^3 l^2(x'^5 + y'^5) - 27\alpha^4 l^3(x'^6 + y'^6) + \dots, \quad (11)$$

### 3 检测三次相位板的系统设计

#### 3.1 基本原理

利用刻制在玻璃基底上的计算全息图作为零位补偿器来检测三次相位板。检测原理图如图 2 所示。由计算全息图的衍射 1 级光产生标准的待检非球面波前，垂直照射到待检的非球面上，由非球面反射的波前再次经计算全息图衍射后，衍射 1 级光形成检测波，与干涉仪自身的参考光波相干涉形成干涉条纹，并由成像物镜成像到 CCD 探测器上。

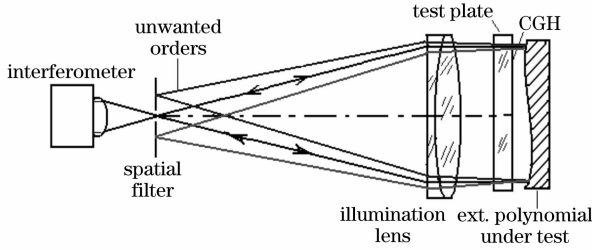


图 2 检测原理示意图

Fig. 2 Sketch of testing principle

设经过计算全息图之前的波前为平面波  $O(x, y)$ ，经过计算全息图之后的衍射 1 级光形成的波前可以表示为

$$U(x, y) = O(x, y) \exp[i\phi(x, y)], \quad (12)$$

式中  $\phi(x, y)$  为由计算全息图产生的相位差。由(12)式可得此光波经待检面反射并传播距离  $l$  后波前为

$$U_1(x, y) = O(x, y) \exp[i\phi(x, y)] \times \exp\{-i2k[\alpha(x^3 + y^3) - \beta(x^4 + y^4) + \dots]\}, \quad (13)$$

再次经计算全息图衍射后波前为

$$U_2(x, y) = O(x, y) \exp[i\phi(x, y)] \times \exp\{-i2k[\alpha(x^3 + y^3) - \beta(x^4 + y^4) + \dots]\} \times \exp[i\phi(x, y)], \quad (14)$$

$U_2(x, y)$  应为平面波，所以有

$$\phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} [\alpha(x^3 + y^3) - \beta(x^4 + y^4) + \gamma(x^5 + y^5) - \dots], \quad (15)$$

式中  $\beta = 9\alpha^2 l/2, \gamma = 27\alpha^3 l^2$ 。

(15) 式即是计算全息图的相位，式中  $\beta(x^4 + y^4), \gamma(x^5 + y^5)$  等是三次相位在传播过程中引入的高阶像差，其随着计算全息图和待检面之间的距离  $l$  的增大而增大。

#### 3.2 检测系统设计

要检测的三次相位板的特性参量为： $\alpha = 0.0007 \text{ mm}^{-2}$ ，口径为 13 mm，具体方程为  $z = 0.0007(x^3 + y^3)$  或  $z = 0.019224[(x/6.5)^3 + (y/6.5)^3]$ ，其中， $\sqrt{x^2 + y^2} \leq 6.5$  为取值范围，He-Ne 激光波长

632.8 nm。把计算全息图零位补偿器、准直照明系统和待检测的非球面组合成一个光学系统，如图 3 所示，计算全息图选取衍射 1 级（也可以是一 1 级）。

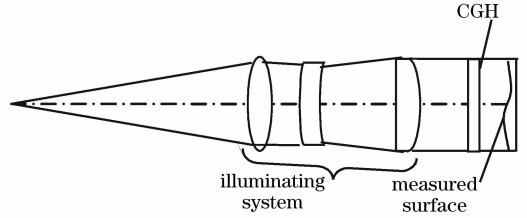


图 3 含照明系统和计算全息图零位补偿器的系统  
Fig. 3 System containing illuminating system and CGH zero compensator

由检测系统的波前图如图 4 所示，可见设计系统的残余波像差峰值 (PV) 仅为  $0.0057\lambda$ ，均方根 (RMS) 值仅为  $0.001\lambda$ ，获得了很好的设计结果。

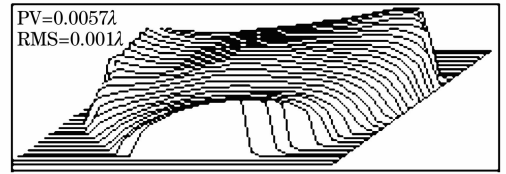


图 4 检测系统的波前图

Fig. 4 Wavefront of detecting system

计算全息图与待检面之间的距离  $l$  的确定应兼顾系统残余波相差的大小和装调的难易。 $l$  和残余波像差峰值之间的关系曲线如图 5 所示，可见高阶像差随  $l$  的增大而增大。

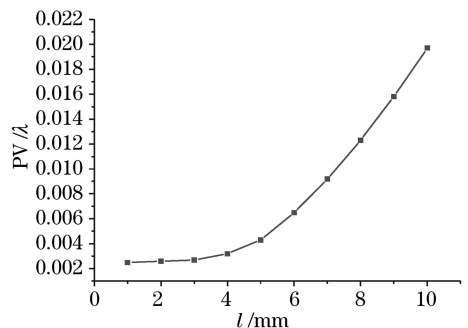


图 5 计算全息图和待测面间距和残余波像差峰值关系  
Fig. 5 Relation between  $l$  and residual wave aberration peak value

在进行测试时，若计算全息图的 1 级（-1 级）以外的其他级次的衍射光进入干涉仪内并投射到 CCD 的接收面上，会使检测结果受到影响，甚至无法检测。因此需要在计算全息图的相位方程中引入一定数量的倾斜以分离衍射级次。若加入的倾斜量太少，不足以使衍射级次得以分离；若加入的倾斜量太多，会使计算全息图的刻线数目过多，制作精度下

降。在保证制作精度的情况下,希望级次尽可能分离,这样空间滤波器的针孔可制作得稍大一些,便于测量时调试。

假设待检面的面型制作公差为  $0.5 \mu\text{m}$ ,待检面的直径为  $13 \text{ mm}$ ,准直照明系统的焦距为  $70 \text{ mm}$ ,第一片透镜的半径为  $5.602 \text{ mm}$ ,根据拉赫不变量可以估算出针孔的最小尺寸为  $6.26 \mu\text{m}$ 。

当面形制作公差为  $0.5 \mu\text{m}$  时,要使从待检面反射的全部物光波进入干涉仪,针孔的尺寸至少大于  $6.26 \mu\text{m}$ ,但为了使 1 级以外的其他级次的衍射光很容易被滤掉,针孔要做得稍大一些,一般达到  $1 \text{ mm}$  左右比较易装调。在计算全息图相位方程中引入  $100\lambda$  的相位倾斜,针孔所在像面处的衍射级次分离情况如图 6。可见,0 级衍射光斑和 2 级衍射光斑之间的最近距离为  $1.45 \text{ mm}$ ,即针孔的尺寸只需小于  $1.45 \text{ mm}$  可把 +1 级以外的杂散光全部挡掉。

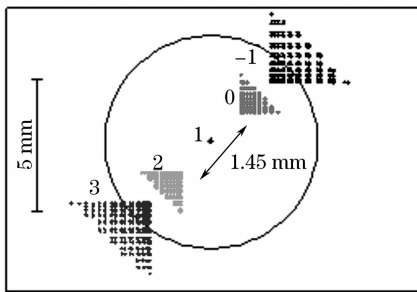


图 6 计算全息图衍射级次的分离

Fig. 6 Separation of CGH diffraction orders

确定了分离衍射级次所需要引入的倾斜量以后,就可以得到计算全息图的相位方程:

$$U(x,y) = -450x - 450y - 190.885x^3 - 190.885y^3 + 2.348x^4 + 2.348y^4. \quad (16)$$

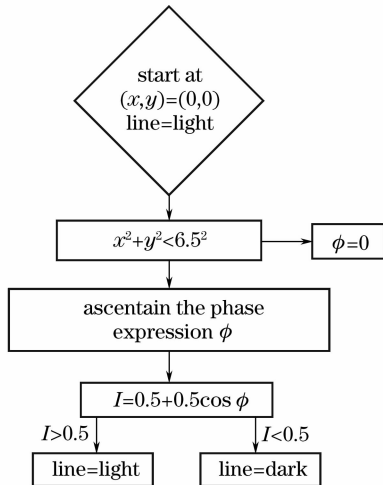


图 7 计算全息二元化的程序流程图

Fig. 7 Flow chart of binary process of CGH phase

由于要制作的计算全息图为振幅型的二元全息图<sup>[8]</sup>,故得到计算全息图的相位方程后需要对其进行二元化<sup>[9]</sup>(振幅透射率只有 0 和 1,即完全不透光的镀铬部分和完全透光的未镀铬部分)。图 7 是对计算全息图进行二元化的程序流程图,其中  $I$  为光强。得到的计算全息图的图样如图 8 所示,图中每一条线代表实际的 10 条刻线,其中图 8(a)为仅在  $y$  轴方向引入  $450 \text{ rad}$  的相位倾斜时的计算全息图样,图 8(b)是在  $x, y$  轴方向均引入  $450 \text{ rad}$  的相位倾斜时的计算全息图样。

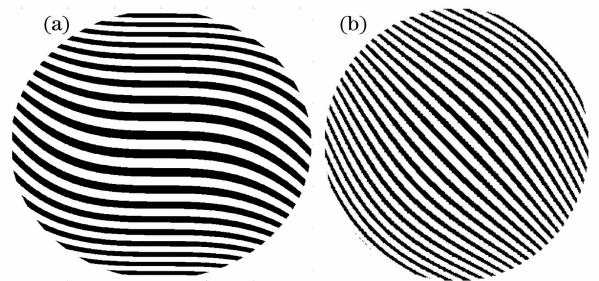


图 8 计算全息图图样。(a)仅在  $y$  轴方向引入  $450 \text{ rad}$  的相位倾斜,(b)在  $x, y$  轴方向均引入  $450 \text{ rad}$  的相位倾斜  
Fig. 8 CGH pattern. (a) Adding  $450 \text{ rad}$  phase tilting in  $y$  axis, (b) adding  $450 \text{ rad}$  phase tilting in  $x, y$  axes

关于计算全息图的制作,拟采用电子束刻写的办法。若选用图 8(a)的图样结构,通过数值计算得知,计算全息图的刻线的最小间隔大于  $40 \mu\text{m}$ 。

### 4 公差分析

准直照明系统引入的波前误差可以从检测结果中减掉(利用一个平面反射镜放置在照明系统的后面,使反射光波进入干涉仪,便可测得照明系统的波前误差),因此最主要的是要分析计算全息图和待检面的调整误差的影响。

公差分析的结果如表 1 所示,各调整参数的定义如图 9 所示。 $R_{\text{CGH}}$  为计算全息图所有调整误差对整个系统的影响和方根值, $R_{\text{cub}}$  为三次相位板所有

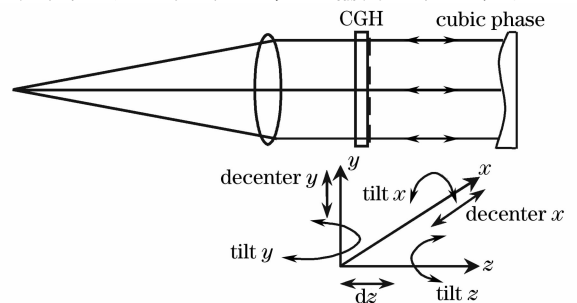


图 9 调整参数的定义示意图

Fig. 9 Illustration of definitions of alignment parameters

调整误差对整个系统的影响和方根值,  $R_{\text{tot}}$  计算全息图和三次相位板所有调整误差对整个系统的影响和方根值。

由表 1 可看出, 计算全息图和待检面沿  $z$  轴的平移和沿  $x$ 、 $y$  轴的旋转对系统波前的影响很小, 如计算全息图和待检面沿  $z$  轴平移  $50 \mu\text{m}$ , 对系统波前的影响分别为  $0.696 \text{ nm}$  和  $0.190 \text{ nm}$ ; 而计算全息图和待检面的偏心和在  $x-y$  面内的旋转引入的误差最大, 如对于沿  $x$  轴和  $y$  轴的偏心对系统误差影响较大, 对此公差收紧一些, 当两者取偏心量为  $10 \mu\text{m}$  时, 对系统波前的影响为  $41.892 \text{ nm}$ 。

表 1 计算全息图和待检面的调整公差分析

Table 1 Alignment tolerance analysis for CGH and the surface under test

		Tolerance of CGH /nm	Tolerance of cubic phase plate /nm
$dz$	$50 \mu\text{m}$	0.696	0.190
Tilt $x$	5 min	0.190	0.570
Tilt $y$	5 min	0.190	0.570
Tilt $z$	30 s	2.278	2.278
Decenter $x$	$10 \mu\text{m}$	41.892	41.892
Decenter $y$	$10 \mu\text{m}$	41.892	41.892
$R_{\text{CGH}}$ and $R_{\text{cub}}$		59.2927	59.2938
$R_{\text{tot}}$		83.853 nm	

计算全息图所有调整误差对整个系统的影响和方根值  $R_{\text{CGH}} = (0.696^2 + 0.190^2 \times 2 + 2.278^2 + 41.892^2 \times 2)^{1/2} \text{ nm} = 59.293 \text{ nm}$ ; 三次相位板所有调整误差对整个系统的影响和方根值  $R_{\text{cub}} = (0.190^2 + 0.570^2 \times 2 + 2.278^2 + 41.892^2 \times 2)^{1/2} \text{ nm} = 59.294 \text{ nm}$ 。二者所有调整误差对整个系统的影响和方根值  $R_{\text{tot}} = (59.293^2 + 59.294^2)^{1/2} \text{ nm} = 93.954 \text{ nm}$ 。

计算全息图的制作不可避免会引入一定的制作偏差, 大小为  $\pm 0.2 \mu\text{m}$ , 对检测结果带来的误差为<sup>[10]</sup>

$$\Delta W = (\epsilon/s)m\lambda, \quad (17)$$

式中  $\Delta W$  为由于计算全息图的制作偏差产生的波前误差,  $\epsilon$  为制作偏差,  $s$  为刻线的间隔(从一条刻线中心到另一条刻线的中心),  $m$  为衍射级次, 这里取 1 级。因为刻线的最小间隔为  $40 \mu\text{m}$ , 因此由于计算全息图的制作偏差产生的波前误差为  $0.005\lambda$ 。

## 5 结 论

针对非旋转对称的非球面三次相位板, 提出了用计算全息进行检测。阐述了利用计算全息图检测

的三次相位板的原理, 给出了计算全息图的相位的数学表达式, 推导了三次相位传播过程会产生高阶像差的理论公式, 并用这一思想指导了系统的设计; 对三次相位板的检测系统进行了设计, 给出了设计的结果; 详细讨论了衍射级次的分离以及计算全息图的二元化, 并给出了计算全息图的图样。通过对检测系统的公差分析以及对计算全息图的制作偏差对检测结果的影响的分析论证了该设计结果的实验可行性。

致谢 感谢马洪涛、雷广智以及南开大学博士研究生杨浩明等人的帮助。

## 参 考 文 献

- Edward R. Dowski Jr, W. Thomas Cathey. Extend depth of field through wave-front coding[J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(11): 1859~1866
- Wang Xiaokun, Wang Lihui, Zhang Xuejun. Testing asphere by subaperture stitching interferometric method[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2007, **15**(2): 192~198  
王孝坤, 王丽辉, 张学军. 子孔径拼接干涉法检测非球面[J]. *光学精密工程*, 2007, **15**(2): 192~198
- Du Jianjun, Gao Dong, Kong Lingbao *et al.*. Study of matching methods for error evaluation of optical free-form surface[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2006, **14**(1): 133~138  
杜建军, 高 栋, 孔令豹 等. 光学自由曲面误差评定中匹配方法的研究[J]. *光学精密工程*, 2006, **14**(1): 133~138
- A. J. MacGovern, J. C. Wyant. Computer generated holograms for testing optical elements[J]. *Appl. Opt.*, 1971, **10**(3): 619~624
- Zuo Fen, Chen Lei, Xu Chunsheng. Simultaneous phase-shifting interferometry based on two-dimension grating[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(3): 540~544  
左 芬, 陈 磊, 徐春生. 基于二维光栅分光的同步移相干涉测量技术[J]. *光学学报*, 2007, **27**(4): 663~667
- He Guotian, Wang Xiangchao, Zeng Aijun. Real-time surface profile measurement using sinusoidal phase-modulating interferometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(11): 1997~2002  
何国田, 王向朝, 曾爱军. 物体表面形貌的正弦相位调制实时干涉测量技术研究[J]. *光学学报*, 2007, **27**(11): 1997~2002
- Ding Yi, Gu Peifu. Freeform reflector for uniform illumination[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(3): 540~544  
丁 毅, 顾培夫. 实现均匀照明的自由曲面反射器[J]. *光学学报*, 2007, **27**(3): 540~544
- Yu Zuliang, Jin Guofan. *Computer-Generated Hologram* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1984  
虞祖良, 金国藩. 计算机制全息图[M]. 北京: 清华大学出版社, 1984
- Eugene Curatu, Min Wang. Tolerancing and testing of CGH aspheric nulls[C]. *Proc. SPIE*, 1999, **3782**: 591~592
- J. H. Burge. Applications of computer generated holograms for interferometric measurement of large aspheric optics[C]. *Proc. SPIE*, 1995, **2576**: 258~259