

线性聚焦和线性散焦效应对空间光孤子间相互作用的影响

钟卫平^{1,2} 易 林¹

(¹ 华中科技大学物理系激光技术国家重点实验室, 湖北 武汉 430074; ² 顺德学院电子工程系, 广东 顺德 528300)

摘要 考虑非均匀一维自聚焦介质的横向不均匀性, 利用非线性薛定谔方程满足的守恒律给出了相邻空间孤子间隔的解析式, 并对空间孤子之间的相互作用进行了数值模拟。结果表明, 线性聚焦效应增强了空间孤子之间的相互作用; 而线性散焦效应减弱了空间孤子之间的相互作用。当不考虑介质横向不均匀时, 空间孤子之间发生周期性的碰撞。线性散焦效应使相邻空间孤子之间的间隔随传输距离发生周期性的变化, 但孤子之间并不发生碰撞。线性聚焦效应使相邻空间孤子随传输距离发生周期性的碰撞, 线性聚焦效应具有压制损耗使相邻空间孤子间隔变大的作用。

关键词 非线性光学; 空间孤子; 线性聚焦和线性散焦效应; 分步傅里叶变换

中图分类号 O437.5 **文献标识码** A

Influence of Linear Focusing and Defocusing Effects on Interaction between Spatial Solitons

Zhong Weiping^{1,2} Yi Lin²

(¹ State Key Laboratory of Laser Technology, Department of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China
² Department of Electronic Engineering, Shunde College, Shunde, Guangdong 528300, China)

Abstract Considering one-dimensional self-focusing inhomogeneous nonlinear media, we give out the intervals between spatial solitons using the conservation laws of nonlinear Schrödinger equation (NLS). The linear focusing effect and linear defocusing effect on the interaction between spatial solitons have been studied by numerical simulation. The results show that the interaction between spatial solitons increases when the linear focusing effect is considered and the interaction between spatial solitons decreases when the linear defocusing effect is considered. Solitons collide periodically when the self-focusing inhomogeneous nonlinear effect is neglected. The interval between solitons changes periodically with propagation distance when the linear defocusing effect is considered, but the collision between solitons does not occur. Solitons collide each other periodically when the linear focusing effect is considered and the interval increases because the loss can be suppressed by the linear focusing effect.

Key words nonlinear optics; spatial soliton; linear focusing effect and linear defocusing effect; split-step Fourier transform

1 引 言

光束自囚禁是指光束在非线性介质传播过程中, 被自己感应的波导所囚禁, 既不发散也不收敛。它是电磁波与非线性介质强烈相互作用的结果。这种孤立的波包非常类似于通常所见的粒子, 如强稳定性、弹性碰撞等, 因此又被称之为空间光孤

子^[1,2]。由于其具有优美的数学构造和广泛的物理应用, 一直是当今世界研究的热门话题。由于低功率形成的空间孤子在全光控制、全光网络和非线性光电设备等领域具有巨大的应用潜力而备受关注, 已经发现以微瓦功率量级就能观察到自陷光束形成空间光孤子^[3]。可以通过改变空间孤子的孤子参量

收稿日期: 2007-08-30; 收到修改稿日期: 2007-10-24

基金项目: 国家自然科学基金(2006CB921605)资助的课题

作者简介: 钟卫平(1965—), 男, 江西赣州人, 高级工程师, 博士, 主要从事非线性光传输方面的研究。

E-mail: zhongwp4@126.com

和选择传播介质的一些物理特性来实现空间孤子自控,因而研究空间孤子之间的相互作用是一件非常有意义的工作^[4~10]。已经证明,亮孤子之间相互作用的规律是:同相位相互吸引,反相位相互排斥,非零非 π 相位之间存在能量转移,特别在相位差为 $\pi/2$ 时有最大的能量转移^[1];在强非局域非线性介质中, $(1+2)D$ 光孤子之间的相互缠绕作用与初始相位差无关^[6];两个反位相空间亮孤子在非局域非线性的影响下也能相互吸引^[9];两个空间暗孤子也可相互吸引^[10]。空间孤子相互作用所表现的新颖特性,促进了孤子科学在实践的广泛应用^[11,12]。

本文考虑到自聚焦介质的损耗效应和非线性介质横向的不均匀性,研究了一维自聚焦介质中线性聚焦和散焦效应对空间孤子之间相互作用的影响。利用守恒律,推导出空间光孤子之间间隔的解析式,通过数值模拟,得到了一些有意义的结果。

2 光束参量演化规律

不均匀阶跃介质折射率分布为 $n = n_0 + n_1 x^2 + n_2 |E|^2$, 其中 n_0 为线性色散, $n_1 < 0$ 称作线性聚焦介质, $n_1 > 0$ 称作线性散焦介质, n_2 为介质的非线性折射率。一束光束沿 z 方向传输,仅在一维横向 x

方向发生衍射或自陷,在近傍轴和慢变包络近似条件下,可以得到描述自聚焦介质($n_2 > 0$)光束传输的非线性方程^[13,14]

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + s x^2 u + |u|^2 u = -i\Gamma u, \quad (1)$$

式中 $s = 0, 1, -1$ 分别对应 $n_1 = 0, n_1 > 0, n_1 < 0$, Γ 是介质损耗率。如果不考虑自聚焦介质的非线性效应($s = 0$), (1) 式可以简化成线性孤子 (Accessible solitons) 方程^[2,7,15]。考虑二个相邻空间孤子的合成场 $u = u_1 + u_2$, 代入(1)式可以得到耦合非线性方程

$$i \frac{\partial u_m}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_m}{\partial x^2} + s x^2 u_m + (|u_m|^2 + 2|u_{3-m}|^2) u_m = -i\Gamma u_m. \quad (2)$$

这里

$$u_m(z, x) = \eta_m \operatorname{sech}[\eta_m(x - x_{cm})] \times \exp[-i\mu_m(x - x_{cm}) + i\theta_m], \quad (3)$$

$$m = 1, 2$$

式中孤子参量 $\eta_m, x_{cm}, \mu_m, \theta_m$ 分别是孤子的振幅、孤子波包的中心位置、孤子波包的速度和孤子波包的相位,它们都是传输距离的慢变函数。当 $|x| \rightarrow \infty$ 时, $u_m, \bar{u}_m, du_m/dx$ 和 $d\bar{u}_m/dx$ 趋于零, 可以从(2)式得到孤子参量满足的守恒律

$$\frac{d}{dz} \int_{-\infty}^{+\infty} |u_m|^2 dx = -2\Gamma \int_{-\infty}^{+\infty} |u_m|^2 dx, \quad (4a)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^{+\infty} M_x dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[4isx |u_m|^2 + 2iP \frac{\partial |u_m|^2}{\partial x} - 2\Gamma M_x \right] dx, \quad (4b)$$

$$\frac{d}{dz} \int_{-\infty}^{+\infty} x |u_m|^2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[-\frac{i}{2} M_x - 2\Gamma x |u_m|^2 \right] dx, \quad (4c)$$

式中 $M_x = \bar{u}_m \frac{\partial u_m}{\partial x} - u_m \frac{\partial \bar{u}_m}{\partial x}$, $P = (|u_m|^2 + 2|u_{3-m}|^2)$ 。把(3)式代入(4a)式,得 $\frac{d\eta_m}{dz} = -2\Gamma\eta_m$ 。从而可知

$\eta_{\pm} = \eta_0 \exp(-2\Gamma z)$, 这里 $\eta_0 = \eta_1(0) + \eta_2(0)$ 是二孤子初始振幅之和(正实常数)。再把(3)式代入(4b)式、(4c)式,可得到

$$\frac{d\mu_m}{dz} = -2sx_{cm} - \frac{1}{2\eta_m} \int_{-\infty}^{+\infty} |u_{3-m}|^2 \frac{\partial |u_m|^2}{\partial x} dx, \quad (5a)$$

$$\partial x_{cm} / \partial z = -\mu_m, \quad (5b)$$

式中 $\eta_{\pm} = \eta_2 + \eta_1$ 。当对以上交叉项积分时,已经假定 $\eta_m \approx \eta_{3-m}$ 和 $|\eta_{\pm} \Delta| \gg 1$ 。从以上二式可以得到

$$\frac{d\mu_{\pm}}{dz} = -2s\Delta - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\eta_2} \int_{-\infty}^{+\infty} |u_1|^2 \frac{\partial |u_2|^2}{\partial x} dx - \frac{1}{\eta_1} \int_{-\infty}^{+\infty} |u_2|^2 \frac{\partial |u_1|^2}{\partial x} dx \right], \quad (6)$$

$$d\Delta/dz = -\mu_{\pm}, \quad (7)$$

式中 $\mu_{\pm} = \mu_2 - \mu_1, \Delta = x_{c2} - x_{c1}$ 。可以进一步得到

$$d^2\Delta/dz^2 = 2s\Delta - 2\eta_{\pm}^3 \Delta e^{-\eta_{\pm} z}, \quad (8)$$

对无损耗情况($\Gamma = 0$), $\eta_+ = \eta_0 = \text{constant}$ 。(8) 式两边同乘以 $d\Delta/dz$, 再对 z 两边积分, 得

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Delta}{dz} \right)^2 + U(\Delta) = 0, \quad U(\Delta) = s(\Delta_0^2 - \Delta^2) + 2\eta_0^2 [(1 + \eta_0\Delta_0)\exp(-\eta_0\Delta_0) - (1 + \eta_0\Delta)\exp(-\eta_0\Delta)]. \quad (9)$$

这里选取了初始条件 $d\Delta(0)/dz = 0, \Delta(0) = \Delta_0$, $U(\Delta)$ 称为势函数。上式表明, 在相空间中, 把空间孤子看作粒子, 在势场 $U(\Delta)$ 作用下运动, 在临界点 $\Delta = \Delta_0$, 孤子将遇到相邻对称另外一个孤子而产生势场的作用, 相邻孤子之间的间隔将随传输距离作周期性的演化。

3 数值模拟与精确解的比较

为了证明以上解析解的正确性, 利用傅里叶变换法对(2)式进行数值模拟^[16]。如果初始条件为

$$u_m(x, 0) = \eta_1 \text{sech}(\eta_1 x) \exp(-i\mu_- x) + \eta_2 \text{sech}[\eta_2 (x - \Delta_0)],$$

对不同情况进行分析:

1) 非线性聚焦效应和线性散焦效应($s=0$)

图 1 给出自聚焦介质中非线性聚焦效应和非线性散焦效应及初始条件 $d\Delta(0)/dz = 0, \Delta(0) = \Delta_0$ 对(8)式的解析解与数值模拟之间的比较。图 1(a)、图 1(d)是(8)式的精确解, 具有相同 $\eta_0 = 1$ 。图 1(b)、图 1(e)表示相邻孤子光强随传输距离和光束自陷方

向的分布关系, 孤子参量为 $\eta_1 = 3/4, \eta_2 = 1/4, \Delta_0 = 1$ 。图 1(c)、图 1(f)是相邻孤子间隔在 $x-z$ 平面投影图, 孤子参量为 $\eta_1 = 3/4, \eta_2 = 1/4, \Delta_0 = 1$ 。

可以看到, 相邻孤子之间的间隔在势场作用下显现周期性的变化规律。对无损耗的自聚焦介质, 孤子之间发生周期性的碰撞(孤子间隔为零, 即 $\Delta = 0$), 对于相同的初始值 η_0 , 孤子初始间隔 Δ_0 越大, 其碰撞周期越长。其形成的物理机理是: 相邻孤子最初表现为吸引力, 孤子的间隔逐渐变小以至于发生碰撞, 而碰撞后形成孤子对, 孤子传输一段距离间隔保持为零后又表现排斥力, 孤子之间的间隔逐渐增大, 到达某一临界值时, 又表现为吸引力, 周而复始发生周期性的碰撞。两孤子在融合过程中, 孤子能量、幅度、形状都保持不变。

由于自聚焦介质损耗的影响, 与无损耗介质孤子传输相同的距离相比, 孤子发生碰撞的次数减少, 碰撞周期变大。同时, 孤子间隔随传输距离的增大而逐渐增大。两孤子在相互作用过程中, 孤子能量衰减、孤子幅度减小, 但形状保持不变。

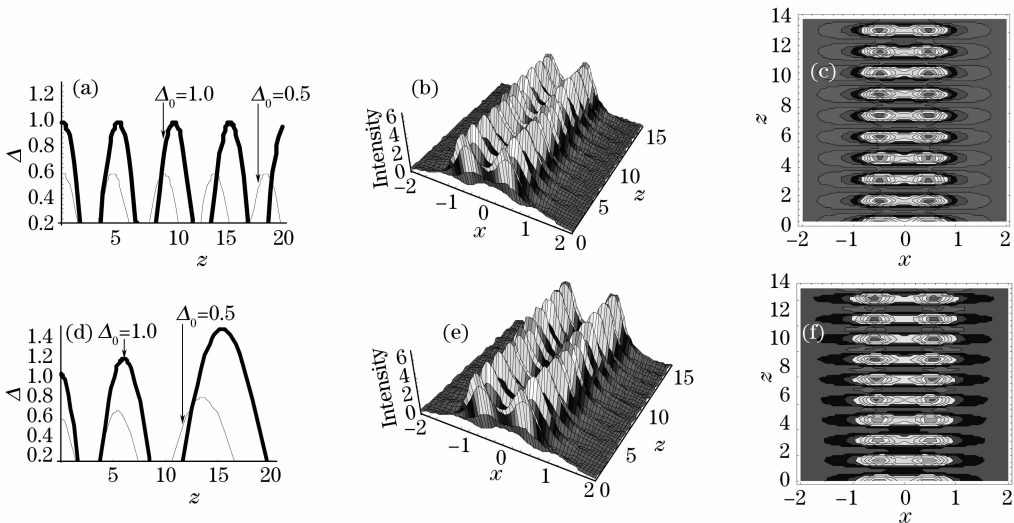


图 1 $s=0$ 时, 数值模拟与解析解的比较。(a)~(c)无损耗($\Gamma=0$), (d)~(f)有损耗($\Gamma=0.02$),

Fig. 1 Comparison of analytical solution with numerical simulation under $s=0$ condition. (a)~(c) lossless ($\Gamma=0$), (d)~(f) loss ($\Gamma=0.02$)

2) 存在线性散焦效应($s=1$)

图 2 给出线性散焦效应介质及初始条件 $d\Delta(0)/dz = 0, \Delta(0) = \Delta_0$ 下(8)式的解析解与数值解的比较。其中图 2(a)、图 2(d)是(8)式的精确解, 具有相同 $\eta_0 = 1$ 。图 2(b)、图 2(e)为相邻孤子光强

随传输距离和光束自陷方向的分布关系, 孤子参量为 $\eta_1 = 3/5, \eta_2 = 2/5, \Delta_0 = 1$ 。图 2(c)、图 2(f)是相邻孤子间隔在 $x-z$ 平面的投影图, 孤子参量为 $\eta_1 = 3/5, \eta_2 = 2/5, \Delta_0 = 1$ 。

可以看到, 仅考虑无损耗的线性散焦效应时, 孤

子之间的间隔随传输距离发生周期性的变化,但孤子之间并不发生碰撞(孤子间隔不为零, $\Delta \neq 0$)。对相同的 η_0 , 孤子之间间隔变化的周期随初始 Δ_0 的增大而减小。由于线性散焦的作用, 孤子的间隔随传输距离作周期性的变化, 但孤子之间并不发生碰撞。产生该现象的物理机理是: 由于线性散焦效应, 开始相邻孤子形成的势场产生了排斥力, 孤子之间的间隔增大; 当孤子间隔到达某一临界值时, 孤子之间的作用又表现为吸引力, 孤子之间间隔变小, 周而复始发生周期性的变化。两孤子在融合过程中, 孤

子能量、幅度、形状都保持不变。

由于损耗的影响, 与无损耗情况下比较, 孤子传输相同的距离, 孤子间隔发生周期性变化的次数增多, 周期变小。同时, 孤子间隔随传输距离的增大而急剧增大, 两孤子的能量、幅度减小, 脉宽增大, 但孤子形状保持不变。这是由于线性散焦效应可以认为介质由许多小型发散透镜组成, 当孤子通过该含损线性散焦介质时, 使孤子之间的间隔随传输距离急剧增大。

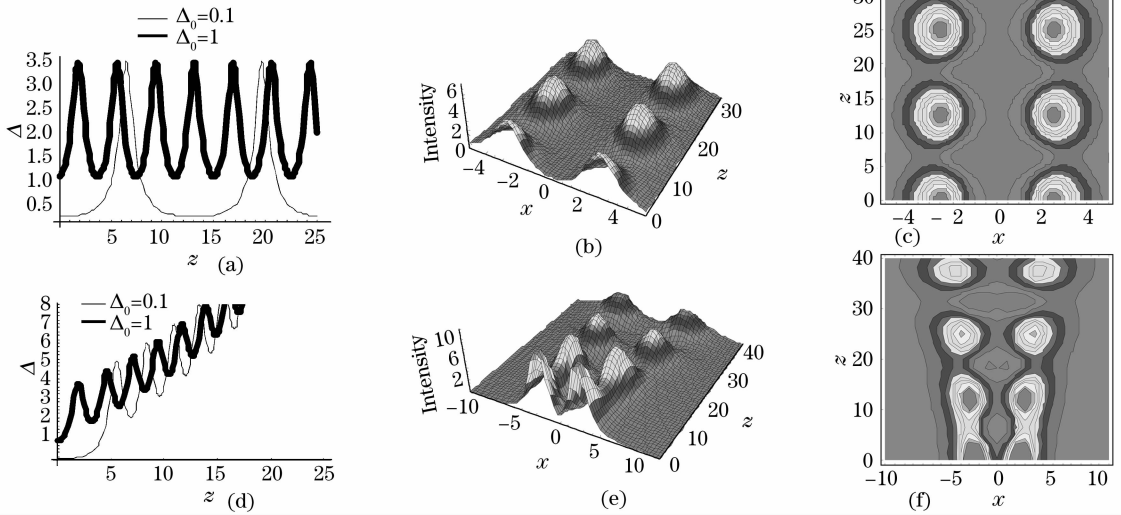


图 2 $s=1$ 时, 数值模拟与解析解的比较。(a)~(c)无损耗($\Gamma=0$), (d)~(f)有损耗($\Gamma=0.02$)

Fig. 2 Comparison of analytical solution with numerical simulation under $s=1$ condition. (a)~(c) lossless ($\Gamma=0$), (d)~(f) loss ($\Gamma=0.02$)

3) 存在线性聚焦效应($s=-1$)

图 3 给出线性聚焦效应及初始条件 $d\Delta(0)/dz =$

$0, \Delta(0) = \Delta_0$ 时(8)式的解析解与数值模拟的比较。

图 3(a)、图 3(d)是(8)式的精确解, 具有相同 $\eta_0 =$

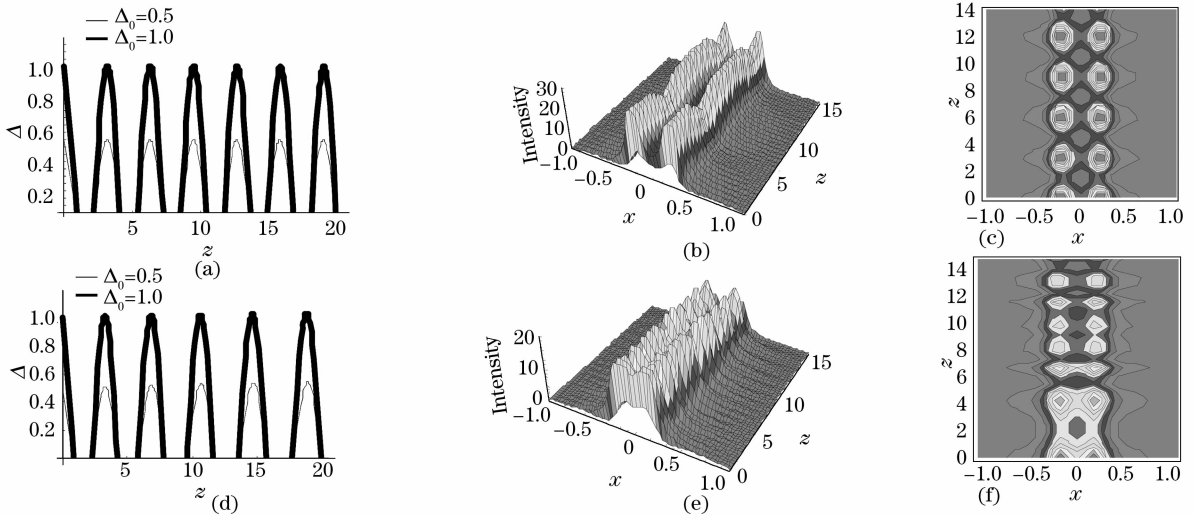


图 3 $s=-1$ 时, 数值模拟与解析解的比较。(a)~(c)无损耗($\Gamma=0$), (d)~(f)有损耗($\Gamma=0.02$)

Fig. 3 Comparison of analytical solution with numerical simulation under $s=-1$ condition. (a)~(c) lossless ($\Gamma=0$), (d)~(f) loss ($\Gamma=0.02$)

1. 图 3(b)、图 3(e)为相邻孤子光强随传输距离和光束自陷方向的分布关系,孤子参量为 $\eta_1 = 5/6$ 、 $\eta_2 = 1/6$ 、 $\Delta_0 = 1$ 。图 3(c)、图 3(f)是相邻孤子间隔在 $x-z$ 平面投影图,孤子参量为 $\eta_1 = 5/6$ 、 $\eta_2 = 1/6$ 、 $\Delta_0 = 1$ 。

可以看到,对无损耗线性聚焦介质,孤子之间的间隔随传输距离发生周期性的碰撞($\Delta = 0$)。对于相同的 η_0 ,其间隔变化的周期与初始 Δ_0 无关。两孤子在融合过程中,孤子能量、幅度、形状都保持不变。

与 $s=0$ 相比较,由于线性聚焦效应的作用,使孤子间隔碰撞的周期变小。其形成的物理机理为:孤子受线性聚焦效应的影响,在传输过程中,由于受到介质小型聚焦透镜的作用,使 Δ 随传输距离增加而减小。

由于介质损耗的影响,与无损耗情况下比较,孤子间隔传输相同的距离,发生周期性碰撞的次数减少,周期增大。两孤子在相互作用过程中,孤子能量衰减、孤子幅度减小,脉宽增大,但形状保持不变。同时,孤子间隔随传输距离的增大变化不明显。这是由于,线性聚焦介质可以认为由许多小型汇聚透镜组成,当孤子通过聚焦介质时,使孤子之间的间隔随传输距离减小,但介质损耗又使其距离增大,两者相互抵消。因而,孤子间隔随传输距离的增大而变化不明显。

4 结 论

本文研究了一维自聚焦介质中线性聚焦和散焦效应对空间孤子之间相互作用的影响。可以把线形聚焦效应看成介质是由许多微小会聚透镜组成,增加了空间孤子之间的相互作用;而可以把线形散焦效应看成介质是由许多微小散焦透镜组成,减弱了空间孤子之间的相互作用。不考虑线性聚焦效应和线性散焦效应时,孤子之间发生周期性的碰撞;损耗使孤子之间的碰撞次数减少,碰撞周期增大。线性散焦效应使孤子之间的间隔随传输距离发生周期性的变化,但孤子之间并不发生碰撞,损耗使孤子的间隔发生周期性变化的周期变小。线性聚焦效应使孤子随传输距离发生周期性的碰撞,线性聚焦具有压制损耗使相邻空间孤子间隔变大的作用。

参 考 文 献

- George I. Stegeman, Mordechai Segev. Optical spatial solitons and their interaction: universality and diversity [J]. *Science*, 1999, **286**(5444): 1518~1523
- Allan W. Snyder, Dohn J. Mitchell. Accessible soliton [J]. *Science*, 1997, **276**(5318): 1538~1541
- W. T. Rhodes. *Spatial Solitons* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2001. 28~86
- Zhu Nan, Guo Ru, Liu Simin *et al.*. Photovoltaic gray spatial solitons in photorefractive crystal [J]. *Chin. J. Lasers*, 2005, **32**(7): 903~907
朱楠,郭儒,刘思敏等. 光折变晶体中的光伏打灰空间孤子 [J]. *中国激光*, 2005, **32**(7): 903~907
- Wang Xiaosheng, She Weilong. Polychromatic spatial solitons in photorefractive polymers [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(4): 507~511
王晓生,余卫龙. 光折变有机聚合物中的双色光空间孤子 [J]. *光学学报*, 2004, **24**(4): 507~511
- Xu Chaobin, Guo Qi. (1+2)D interaction of strong nonlocal optical spatial solitons [J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(11): 5194~5200
许超彬,郭旗. (1+2)维强非局域空间孤子的相互作用 [J]. *物理学报*, 2005, **54**(11): 5194~5200
- Qi Guo, Boren Luo, Fhuai Yi *et al.*. Large phase shift of nonlocal optical spatial solitons [J]. *Phys. Rev. E*, 2004, **69**(1): 016602-1~8
- Liu JinLong, Chen Jinhua, Li Hai *et al.*. Family of super-Gaussian beams spatial optical solitons in strong nonlocal nonlinear media [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(7): 1261~1265
刘金龙,陈金华,李海等. 强非局域非线性介质中的超高空间光孤子族 [J]. *光学学报*, 2007, **27**(7): 1261~1265
- Per Dalgaard Rasmussen, Ole Bang, Wieslaw Z. Królkowski. Theory of nonlocal soliton interaction in nematic liquid crystals [J]. *Phys. Rev. E*, 2005, **72**(6): 06661-1~7
- Alexander Dreischuh, Dragomir N. Neshev, Dah E. Petersen *et al.*. Observation of attraction between dark solitons [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, **96**(4): 043901-1~4
- Zhong Tao, Hu Wei, Long Xuewen *et al.*. Experimental observation of strong nonlocal optical spatial solitons in nematic liquid crystals [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(1): 143~147
张涛,胡巍,龙学文等. 向列相液晶中强非局域空间光孤子的实验观察 [J]. *光学学报*, 2007, **27**(1): 143~147
- Liu Yajie, Feng Qiyuan. Singularity feature of Gaussian beam propagating in absorptive Kerr medium [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(12): 1861~1865
刘雅洁,冯启元. 高斯光束在克尔型非线性介质中演化的奇异特性 [J]. *光学学报*, 2006, **26**(12): 1861~1865
- Sergey A. Ponomarenko, Govind P. Agrawal. Optical similaritons in nonlinear waveguides [J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(12): 1659~1661
- Sergey A. Ponomarenko, Govind P. Agrawal. Do solitonlike self-similar waves exist in nonlinear optical media? [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, **97**(1): 013901-1~4
- Weiping Zhong, Lin Yi. Two-dimensional Laguerre-Gaussian soliton family in strongly nonlocal nonlinear media [J]. *Phys. Rev. A*, 2007, **75**(6): 061801-1~4
- Shihua Chen, Dufang Shi, Lin Yi. Timing jitter of femtosecond solitons in single-mode optical fibers: A perturbation model [J]. *Phys. Rev. E*, 2004, **69**(4): 046602-1~12