文章编号: 0253-2239(2008)05-0822-06

部分偏振部分相干光光栅衍射场的偏振特性和 角相关研究

肖擎纲1 肖 尧2 曾阳素3

¹湖南邵阳医学高等专科学校物理教研室,湖南 邵阳 422000;²华中科技大学光电子科学与工程学院,湖北 武汉 430074 ³邵阳学院激光技术研究所,湖南 邵阳 422000

摘要为了研究部分偏振部分相干光光栅衍射场的衍射特性,利用部分偏振部分相干光的光束相干-偏振(BCP)矩阵,推导出了部分偏振部分相干光通过任意偏振光栅后,衍射场的偏振度及场中衍射级次角相关的一般解析表达式。以部分偏振的高斯-谢尔模型光束(PGSM)为例,数值分析了偏振光栅 TE 和 TM 波的复振幅透过率、入射光束的光学参量对衍射场偏振度和场中各衍射级次的角相关的影响。计算结果表明,部分相干光透过偏振光栅后的 其衍射光场是一非均匀、周期变化的部分偏振相干光场;场中对称级次的角相干值对应相等,且随衍射级次序数的 增大而缓慢递减至零。

关键词 物理光学;部分偏振部分相干光;光束相干-偏振矩阵;偏振光栅 中图分类号 O436 **文献标识码** A

Study of Grating Diffractive Field's Degree of Polarization and Angular Coherence of Partially Polarized and Coherent Beams

Xiao Qinggang¹ Xiao Yao² Zeng Yangsu³

¹Department of Physics, Shaoyang Medical College, Shaoyang, Hunan 400222, China ²College of Optoelectronic Science and Engineering, Huazhong University of Science and technology, Wuhan, Hubei 430074, China

³ Institute of Laser Technology, Shaoyang University, Shaoyang, Hunan 422000, China

Abstract In order to study the grating diffractive field's characteristics of the partially polarized and coherent beams, an analytic expression of polarization degree and angular correlation of partially ploarized and coherent beams through polarized gratings is derived based on the beam coherent ce-polarization (BCP) matrix approach of partially coherent beams. And then the partially polarized and coherent Gausian-Schell beam (PGSM) is taken as a numerical example to study the influence of the polarized grating TE and TM complex transmission and some parameters of the incident PGSM on the polarization degree of the diffraction field and the diffractive orders's angular correlation in details. It is shown that the PGSM's diffractive field is an uneven and periodically changed partially coherent field, and the symmetrical diffraction order's angular coherence is equal and decreases to zero along with the increase of diffraction orders.

Key words physical optics; partially polarized and coherent beams; beam coherence-polarization matrix; polarization grating

1 引 言

多模激光可用部分空间相干光来描述[1,2]。部

分空间相干光已成功用于工业激光材料加工,激光 核聚变和信息光学等领域^[3,4],其偏振特性引起广

基金项目:湖南省自然科学基金(05JJ30111)资助课题。

作者简介:肖擎纲(1966-),男,硕士研究生,副教授,主要从事衍射光学方面的研究。E-mail:qg_xiao@yahoo.com.cn **导师简介**:曾阳素(1958-),男,教授,博士生导师,主要从事衍射光学、微光学等方面的研究。

收稿日期: 2007-08-10; 收到修改稿日期: 2007-12-04

泛的研究兴趣。偏振光栅是一种利用周期性来调制 衍射场的光学元件,不仅能替代厚重的晶体做偏振 光束的分束器外,还可以用作光开关。在偏振色散 的测量和补偿、偏振光的实时检测、光数据处理和生 物成像等领域都有较多的应用^[5~7]。科学家已成功 利用部分相干光产生一些横向场满足特定条件的偏 振光束^[8~12]。本文从部分相干光的光束相干-偏振 (BCP)矩阵出发,推出了计算光栅衍射场中部分偏 振部分相干光场偏振度的解析表达式,数值比较了 光栅光学参量和入射光束参量对衍射场偏振特性和 衍射级次角相关的影响。

2 理论分析

简便起见,只研究一维的情况。对于一传播方 向为 z 方向的准单色场,其部分相干光的光束相干-偏振矩阵可写为^[1]

$$\boldsymbol{J}(x_1, x_2, z) = \begin{bmatrix} J_{xx}(x_1, x_2, z) & J_{xy}(x_1, x_2, z) \\ J_{yx}(x_1, x_2, z) & J_{yy}(x_1, x_2, z) \end{bmatrix},$$
(1)

式中

$$J_{\alpha\beta}(x_1, x_2, z) = \langle E_{\alpha}^*(x_1, z) E_{\beta}(x_2, z) \rangle, \quad (\alpha, \beta = x, y)$$
⁽²⁾

式中 $\langle\rangle$ 表示系综平均,角标 * 为共轭符号, $E_{\alpha}(\alpha = x, y)$ 表示直角坐标系中的电场^[12],且有

$$|J_{\alpha\beta}(x_1, x_2, z)|^2 \leqslant J_{\alpha\beta}(x_1, x_1, z) J_{\beta\beta}(x_2, x_2, z), \quad (\alpha, \beta = x, y)$$
(4)

当 x1 = x2 = x 时,利用光束相干-偏振矩阵中的元素即可求出场中点(x,z) 处场的偏振度,即

$$P(x,z) = \left\{ \frac{\left[J_{xx}(x,x,z) - J_{yy}(x,x,z) \right]^2 + 4 \left| J_{xy}(x,x,z) \right|^2}{\left[J_{xx}(x,x,z) + J_{yy}(x,x,z) \right]^2} \right\}^{1/2},$$
(5)

当光栅周期 $\Lambda \gg \lambda$ (入射光束的波长)时,偏振光栅的琼斯矩阵可写为^[8]

 $J_{rv}(x_1, x_2, z) = J_{vr}^*(x_1, x_2, z),$

$$\mathbf{T}(x) = \begin{bmatrix} a(x) & b(x) \\ c(x) & d(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\cos^2(\pi x/\Lambda) + B\sin^2(\pi x/\Lambda) & (A-B)\sin(\pi x/\Lambda)\cos(\pi x/\Lambda) \\ (A-B)\sin(\pi x/\Lambda)\cos(\pi x/\Lambda) & A\sin^2(\pi x/\Lambda) + B\cos^2(\pi x/\Lambda) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中的 A, B 分别表示 TE、TM 波的复振幅透过率,且满足 $|A| \leq 1, |B| \leq 1, \text{由偏振光栅的几何结构决定,}$ 当A = 1, B = 0 时,(6) 式与文献[9] 的结论一致。部分相干光的电场 E_a 透过偏振光栅后,其后表面上的电场 E^{out} 为

$$\boldsymbol{E}^{\text{out}}(x) = \boldsymbol{T}(x) \begin{bmatrix} \boldsymbol{E}_x \\ \boldsymbol{E}_y \end{bmatrix},$$
(7)

将(6)式代入(7)式,再将各分量代入(2)式,整理可得光栅后表面光场用光束相干-偏振矩阵 $\mathbf{J}^{\text{out}}(x_1, x_2, z)$ 表示:

$$\mathbf{J}^{\text{out}}(x_{1},x_{2},z) = \begin{bmatrix} a(x_{1})a(x_{2})J_{xx} + a(x_{1})c(x_{2})J_{xy} + a(x_{2})c(x_{1})J_{yx} + c(x_{1})c(x_{2})J_{yy} \\ b(x_{1})a(x_{2})J_{xx} + b(x_{1})c(x_{2})J_{xy} + d(x_{1})a(x_{2})J_{yx} + d(x_{1})c(x_{2})J_{yy} \\ a(x_{1})b(x_{2})J_{xx} + a(x_{1})d(x_{2})J_{xy} + b(x_{2})c(x_{1})J_{yx} + c(x_{1})d(x_{2})J_{yy} \\ b(x_{1})b(x_{2})J_{xx} + b(x_{1})d(x_{2})J_{xy} + b(x_{2})d(x_{1})J_{yx} + d(x_{1})d(x_{2})J_{yy} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

(8) 式就是部分偏振部分相干光光栅衍射场光束相干-偏振矩阵的一般表示。当 $x_1 = x_2 = x$ 时,将(8) 式代入(5) 式即可求出衍射光场中场点(x_1,z)处的偏振度和该点部分相干衍射光场的光强:

$$I(x,z) = \operatorname{Tr}[J^{\operatorname{out}}(x,x,z)] = J^{\operatorname{out}}_{xx}(x,x,z) + J^{\operatorname{out}}_{yy}(x,x,z), \qquad (9)$$

对(7)式进行傅里叶变换即可得场中 $E^{out}(x_2,z)$ 透射偏振光栅后其电磁场第 m_2 级次的偏振矢量,即

$$D_{m_2} = \frac{1}{d} \int_{0}^{a} E^{\text{out}}(x_2, z) \, \exp(-2\pi m_2 x_2 \mathrm{i}/\Lambda) \, \mathrm{d}x_2 \,, \tag{10}$$

同理可得场 $[E^{out}(x_1,z)]^*$ 通过偏振光栅后其电磁场第 m_1 级次的偏振矢量,有

$$D_{m_1}^* = \frac{1}{d} \int_{0}^{d} [E^{\text{out}}(x_1, z)]^* \exp(-2\pi m_1 x_1 i/\Lambda) dx_1, \qquad (11)$$

联立(10)式、(11)式,且两边取其系综平均,则偏振光栅衍射场的偏振矢量系综平均为

$$\langle D_{m_1}^* D_{m_2} \rangle = \frac{1}{d} \int_{0}^{d} \int_{0}^{d} \langle [E^{\text{out}}(x_1)]^* E^{\text{out}}(x_2) \rangle \exp(-2\pi m_1 x_1 i / \Lambda - 2\pi m_2 x_2 i / \Lambda) dx_1 dx_2, \qquad (12)$$

(12)式就是光栅衍射级次部分相干光角相干函数(ACF)表达式,与文献[13]中的部分相干光角相干表达式一致。当 $m_1 = m_2 = m$ 时,该衍射光场中第m衍射级次的角相干函数为

$$f_{\text{ACF }m=m_1=m_2} = \langle D_m D_m \rangle. \tag{13}$$

3 数值计算和分析

基于节2理论,现数值分析部分偏振高斯-谢尔模型光束(PGSM)透过偏振光栅后其偏振度及其衍射属性。设z=0处部分偏振高斯-谢尔模型光束的光束相干-偏振为^[14]

$$\boldsymbol{J}(x_1, x_2, 0) = \begin{bmatrix} J_{xx}(x_1, x_2, 0) & J_{xy}(x_1, x_2, 0) \\ J_{yx}(x_1, x_2, 0) & J_{yy}(x_1, x_2, 0) \end{bmatrix},$$
(14)

式中:

$$J_{xx}(x_1, x_2, 0) = I_1 \exp\left(-\frac{x_1^2 + x_2^2}{4\sigma_I^2}\right) \exp\left[-\frac{(x_1 - x_2)^2}{2\sigma_a^2}\right],$$
(15a)

$$J_{yy}(x_1, x_2, 0) = I_2 \exp\left(-\frac{x_1^2 + x_2^2}{4\sigma_l^2}\right) \exp\left[-\frac{(x_1 - x_2)^2}{2\sigma_a^2}\right],$$
(15b)

$$J_{xy}(x_1, x_2, 0) = I_3 \exp\left(-\frac{x_1^2 + x_2^2}{4\sigma_l^2}\right) \exp\left[-\frac{(x_1 - x_2)^2}{2\sigma_c^2}\right],$$
(15c)

$$J_{yx}(x_1, x_2, 0) = J^*_{xy}(x_1, x_2, 0), \qquad (15d)$$

式中 I_1 , I_2 , I_3 为常量,当 $I_1 = I_2$, $I_3 = 0$ 时,部分偏振高斯-谢尔模型光束退化为非偏振部分相干光。 σ_1 , α_a , σ_c 分别表示束腰宽度、自相干长度和互相干长度。当 $\sigma_a \rightarrow \infty$, $\sigma_c \rightarrow 0$ 时,部分偏振高斯-谢尔模型光束就是线偏振相干高斯-谢尔模型(GSM)光束。将(15)式代入(8)式和(5)式,可得部分偏振高斯-谢尔模型的偏振光栅 衍射场中点(*x*,*z*)的偏振度 $P_o(x,z)$ 为

$$P_{o}(x,z) = \sqrt{\frac{\left[(a^{2}-b^{2})I_{1}+2(ac-bd)I_{3}+(c^{2}-d^{2})I_{2}\right]^{2}+4\left[abI_{1}+(ad+bc)I_{3}+cdI_{2}\right]^{2}}{\left[(a^{2}+b^{2})I_{1}+2(ac+bd)I_{3}+(c^{2}+d^{2})I_{2}\right]^{2}}}, \quad (16)$$

(16)式就是部分偏振部分相干光透过任意结构的偏振光栅后其偏振度的解析表达式。易知,部分偏振高斯-谢尔模型光束的 σ₁,σ_a,σ_c 三参量对场点的偏振度 P_o没有影响。利用(13)式可得部分偏振高斯-谢尔模型光 束透过部分相干光栅后其衍射场中各衍射级次的角相干函数可为

$$f_{\rm ACF} = \langle D_{m_1}^* D_{m_2} \rangle = \frac{1}{\Lambda^2} \iint_{0}^{\Lambda\Lambda} [J_{xx}^{\rm out} + J_{yy}^{\rm out}] \exp\left(-2\pi i \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{\Lambda}\right) dx_1 dx_2.$$
(17)

当部分偏振高斯-谢尔模型光束的有关参量分 别为 $\lambda = 1.06 \mu m, \Lambda = 1000\lambda, I_1 = 0.8, I_2 = 0.5, I_3 = 0.2, \sigma_I = 0.4 mm, \sigma_a = 0.2 mm, \sigma_c = 0.1 mm 时, 数值计算了其出射偏振光栅后 <math>P_o(x,z)$ 随 A、 B、 I_1 、 I_2 、 I_3 和空间坐标 x 的变化。

图 1 给出了光栅 TE(或 TM)波的复振幅透过 率对衍射光场点(0.4*A*,0)的偏振度 *P*。影响。从图 可以看出,*A* 和 *B* 参量对部分衍射场偏振度 *P*。的 影响完全相同。但当它们为不同数值时,该点 *P*。 随这两个复透过率的变化趋势不一样。当 *A*(*B*) = 1.0时,该位置处 *P*。值随参量 *A*(*B*)的增大而一直 减小;而当 *A*(*B*)为其它值时,该点的 *P*。随 *A*(*B*)值 的增大先减小,后又增大,但变化的拐点横坐标随着 *A*(*B*)的值减小而靠近原点。 图 2 给出了入射光束的偏振度 P 和衍射场中 (0.4 Λ ,0)点偏振度 P_0 随 I_1 , I_2 , I_3 的变化,从图可 以看出,除了 I_3 外,偏振度 P 和 P_0 受 I_2 、 I_1 的变化 影响相似;部分偏振高斯-谢尔模型光束通过部分相 干光栅后,其偏振度得到了较大的增大。图 3 给出 了 I_3/I_2 为不同值时,衍射场点(0.4 Λ ,0)的 P_0 值随 I_2 的变化,从图可以看出,随着 I_2 值的增大,偏振度 P_0 先减小,后增大,但其变化的拐点随着 I_3/I_2 的 增大而与原点越来越近,且它们递增梯度几乎与 I_3/I_2 的值无关。图 4 给出了光栅衍射场的偏振度 和及其归一化光强的空间分布。可以看出,光强关 于原点成周期变化,但偏振度 P_0 的对称轴相对有 个右移。





Fig. 1 P_{\circ} changes with B(A) at the points $x=0.4\Lambda$ behind the grating back



图 3 不同 I_3/I_2 值时,偏振光栅后表面 $x=0.4\Lambda$ 处 P_0 值随 I_2 的变化 Fig. 3 P_0 changes with I_2 at the points $x=0.4\Lambda$

behind the grating back

图 5(a)和图 5(b)分别给出了 P。随 A = x、B与 $x \in X$ 变化的等高线图,P。随它们的变化梯度几乎互 补,图 5(c)给出了 P。随 $A \Rightarrow B \in X$ 化的等高的线 图,从图可以看出, $A = B \Rightarrow P$ 。的影响相同,这与 图 1 的结论一致。在 $A = B \Rightarrow T$ 称轴上的 P。为零。 且随着 A(B)的增大,P。为零的区域沿 $A = B \Rightarrow T$ 称



- 图 2 *x*=0.4*Λ* 处,原偏振度 *P*、偏振度 *P*。随 *I*₁,*I*₂,*I*₃ 的变化
- Fig. 2 P, P_{\circ} change with I_1, I_2, I_3 at the points $x=0.4\Lambda$ behind the grating back



图 4 归一化光强与偏振度随空间坐标 x 轴的变化 Fig. 4 Normalized light intensity and polarization degree change with x

轴的两侧扩大。因而,部分偏振部分相干光光栅衍 射中的偏振度受部分相干光栅的几何结构参量和入 射光束参量有较大影响,可通过调整部分相干光栅 的结构参量,使得偏振度满足某一特定条件。

数值计算了部分相干光栅的 A(B)和入射光束 参量对部分偏振部分相干光衍射级次(0,1,2,3)的



图 5 P_{\circ} 随 A(a), B(b), $A \ \pi B(c)$ 的变化等高线 Fig. 5 Contour map of P_{\circ} changing with A and x(a), B and x(b), A and B and x(c)

角相干值影响程度。

图 6(a)给出了部分偏振部分相干光光栅衍射 (m≪±20)级次的角相干值随衍射级次的变化。可 以看出,对称级次的角相干值相等,且随着衍射级次 的增大,其角相干值依次递减趋向于零。图 6(b)给 出了部分偏振部分相干光衍射场中 0,1,2,3 级次的 角相干随部分偏振高斯-谢尔模型光束 I₁ 的变化。 可以看出,不同衍射级次的角相干值随 I₁ 的增大都 是先急剧的减小,后有缓慢的增大,但其增大的梯度 随着级次的增大而减小。 图 7(a)给出了 m=0 和 m=1 衍射级次的角相 干值随 $\sigma_a(\sigma_I)$ 变化。从图可以看出,除了其幅度大 小不一样外,0 衍射级次的角相干值随 σ_a 和 σ_I 的变 化趋势一样,+1 衍射级次角相干值随 σ_a 的变化趋 势与 0 衍射级次一样,都是先缓慢增大,最后趋于平 衡。但是+1 衍射级次随 σ_I 的变化是先急剧增大而 后急剧减小,最后慢慢趋于零,2,3 衍射级次随 σ_a (σ_I)变化的变化与+1 衍射级次的变化一样。限于 篇幅,在此不再将图画出。



图 6 角相干值随衍射级次 m(a), $I_1(b)变化$ Fig. 6 Angular coherence changes with the diffraction orders m(a), $I_1(b)$



图 7 0,1 衍射级次的角相干值随 $\sigma_a(\sigma_1)(a)$, A(B)(b)的变化

Fig. 7 Diffraction orders's angular coherence changes with σ_a (or σ_I) (a), A(or B) (b)

图 7(b)给出了 *m*=0 和 *m*=1 衍射级次的角相 干值随 *A*(*B*)的变化曲线。从图可以看出,0,1 衍射 级次的角相干值随 A 与 B 的变化不一样,0 衍射级 次的角相干值随 A 的增大是先减小(0<A<0.1),

后随之增大。而其随 B 的增大一直增大。+1 衍射 级次的角相干值随 A 的变化也是先减小(0 < A <0.35),同时发现参量 A 对衍射级次的角相干值的 影响较明显,2,3 衍射级次随 A(B)的变化与+1 衍 射级次的变化一样。限于篇幅,在此不再将图画出。 从图 7 可以看出,A=B=0.80时,部分偏振部分相 干光衍射级次的 f_{ACF} 值相等。图 8(a)给出了衍射 级次的角相干随 I_3 和 I_2 的变化。衍射级次的角相 干随 I_3 和 I_2 的变化趋势一样,随这两个参量的增 大而增大,随着衍射级次的增大其递增的梯度依次 减小。在图 8(b)中给出了角相干值的变化随 σ_c 的 变化,发现衍射级次的角相关随 σ_c 的增大先缓慢的 增大,最后趋向稳定。比较以上各图,可以看出参量 A 对衍射级次的角相干值的影响较大,光束束宽 σ₁ 和光束的交相关长度 σ_c 随衍射级次角相干值的影 响趋势相似,零级衍射级次受光学参量的影响程度 相比较大。



图 8 0,1,2,3 衍射级次的角相干值随 $I_3(I_2)(a), \sigma_c(b)$ 的变化 Fig. 8 Different diffraction orders's angular coherence change with $I_3(I_2)(a), \sigma_c(b)$

4 结 论

利用部分相干光的光束相干-偏振矩阵,推出了 部分偏振高斯-谢尔模型光束的光栅衍射场中偏振 度的一般解析表达式。模拟计算结果表明,部分偏 振部分相干光的光栅衍射场是一非均匀、成周期变 化的部分相干光场;对称衍射级次的角相干值对应 相等,并随衍射级次的递增依次减小趋向于零,且零 级次受光学参量的影响相对较大,TE 波的复透过 率对衍射级次的角相干值的影响较大等。

参考文献

- 1 Mandel L., Wolf E. Optical Coherence and Quantum Optics [M]. Cambridge: Cambridge U. Press, 1995
- 2 R. Gase. Representation of laguerre-Gaussian modes by the Wigner distribution function [J]. IEEE. J. Quant. Electron., 1991, 31: 1811~1818
- 3 T. Kajava, A. Hakola, H. Elfström *et al.*. Flat-top profile of an excimer-laser beam generated using beam-splitter gratings [J]. Opt. Commun., 2006, 268: 289~293
- 4 Y. Kato, K. Mima, N. Miyanaga *et al.*. Random phasing of high-power lasers for uniform target acceleration and plasmainstability suppression[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1983, **53**(1): 1057 ~1064
- 5 Edez Hasman, Zdev Bomzon, Avi Niv *et al.*. Polarzation beamsplitters and optical switches based on space-variant computergenerated subwavelength quasi-periodic structures [J]. *Opt. Commun.*, 2002, **209**; 45~54

- 6 Franco Gori. Measuring Stokes parameters by means of polarization grating[J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(9): 584~586
- 7 Zdev Bomzon, Vladimir Kleiner, Eraz Hasman. Computergenerated space-variant polarization elements with subwavelength metal stripes[J]. Opt. Lett., 2001, 26(1): 33~35
- 8 Jani Tero, Jari Turunen. Paraxial-domain diffractive elements with 100% efficiency based on polarization gratings [J]. Opt. Lett., 2000, 25(11): 785~786
- 9 Zdev Bomzon, Gabriel Biener, Vladimir Kleiner et al.. Radially and azimuthally polarized beams generated by space-variant dielectric subwavelength gratings[J]. Opt. Lett., 2002, 27(5): 285~287
- 10 Zhang Liang, Li Chengfang, Liu Wen *et al.*. Development of broadand polarizing beam splitter/combiner [J]. Acta Optica Sinica, 2006, 26(7): 1048~1052
 张 亮,李承芳,刘 文等. 一种亚波长偏振分波/合波器的研制 [J]. 光学学报, 2006, 26(7): 1048~1052
- 11 Hu Jianming, Zeng Aijun, Wang Xiangzhao. Polarization modulation technology for a position sensor with grating imaging [J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(10): 1397~1401 胡建明,曾爱军,王向朝. 光栅成像位置传感器中的偏振调制技术[J]. 中国激光, 2006, **33**(10): 1397~1401
- 12 Li Jianlong, Lü Baida. Propagation of linearly polarized Gaussian beams through a bar relief diffraction grating[J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(10): 5778~5783
 李建龙,吕百达. 线偏振高斯光束通过条形浮雕光栅的传输[J]. 物理学报, 2007, 56(10): 5778~5783
- 13 Toni Saastamoinen, Jani Tervo, Jari Turunen. Radiation from arbitrarily polarized spatially incoherent planar sources[J]. Opt. Commun., 2003, 221: 257~269
- 14 G. Piquero, F. Gori, P. Romanini *et al.*. Synthesis of partially polarized Gaussian Schell-model sourse [J]. Opt. Commun., 2002, 208, 9~16