

子孔径拼接干涉测量的精度估计方法

陈善勇 戴一帆 解旭辉 丁凌艳

(国防科技大学机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要 作为一种高精度的光学镜面测量方法,子孔径拼接干涉测量的精度指标十分重要,必须对其进行定量估计。提出将子孔径拼接干涉的结果与全口径测试结果进行对比实验,将全口径测试结果作为拼接测量结果的参考真值,讨论了拼接测量精度评价指标及其计算方法。全口径测试与子孔径拼接干涉测量的几何参量并不相同,提出将全口径测试结果与子孔径拼接结果进行最优匹配,其原理与子孔径拼接算法的原理相同。在最优匹配后计算拼接测量精度的评价指标,通过测量实验进行了验证,结果表明最优匹配后的误差指标比未经最优匹配的误差指标减小约 48%,证明上述方法是一种定量估计子孔径拼接干涉测量精度的有效方法。

关键词 光学测量;子孔径拼接;干涉测量;不确定度;对比实验

中图分类号 TB96 **文献标识码** A

Approach to Accuracy Evaluation for Subaperture Stitching Interferometry

Chen Shanyong Dai Yifan Xie Xuhui Ding Lingyan

(College of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology,
Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract As a high-precision testing method for optical surfaces, accuracy of the subaperture stitching interferometry is very important and must be evaluated quantitatively. The contrast test approach is proposed to evaluate the measurement accuracy with the full aperture test taken as a reference. Then the figures of merit as well as their computing methods are discussed. Since the geometrical parameters are different in the full aperture test and the subaperture stitching test, optimal matching is proposed between the two test results. The principle resembles that of the subaperture stitching algorithm. The figures of merit are computed following the matching process. Finally experiments are presented, and the results show the figure of merit with matching is reduced by about 48% of that without matching, which proves the validity of the approach for quantitative accuracy evaluation of subaperture stitching interferometry.

Key words optical measurement; subaperture stitching; interferometry; uncertainty; contrast test

1 引 言

子孔径拼接干涉测量的基本思想是“以小拼大”,可有效增大垂直测量范围,提高横向分辨率,不需要补偿器就可直接测量包括非球面在内的光学镜面面形误差,进而利用二维小波变换进行分析^[1]。子孔径拼接干涉测量方法在 20 世纪 80 年代初引入大型光学零件测试^[2,3],起初各子孔径之间没有重叠,采用基于泽尼克多项式描述的 Kwon-Thunen 方法^[3]和同步拟合方法^[4]实现拼接;随后 T. W.

Stuhlinger 提出离散相位方法(DPM)^[5],陈明仪等^[6]提出多子孔径重叠扫描技术(MAOST)。上述研究主要应用于大型平面零件。2003 年, J. Fleig 等^[7]才研制成一台子孔径拼接干涉仪工作站,适用于口径 200 mm 以下的平面、球面以及适度非球面光学零件。最近我们从几何学观点出发,提出了一种原理上适用于一般光学镜面的迭代子孔径拼接与定位(SASL)算法^[8],然后针对球面干涉仪,提出了球面子孔径拼接与定位(SSASL)算法^[9]。由于两

收稿日期: 2007-07-17; 收到修改稿日期: 2007-12-21

基金项目: 国家自然科学基金(60708016)资助课题。

作者简介: 陈善勇(1980—),男,讲师,博士,主要从事精密工程、光学加工与检测技术等方面的研究。

E-mail: shanyongchen@tom.com

者的数学本质相同,统称为子孔径拼接与定位算法。另一种子孔径拼接干涉测量采用环带子孔径,其测量过程和拼接算法有所不同,例如采用环域泽尼克多项式描述波前^[10]。

完整的测量结果必须包含测量不确定度,特别是用子孔径拼接方法进行高精度面形误差测量,拼接得到的误差结果是否可信,拼接过程中有没有测量精度损失等问题,是必须进行定量分析的。因此子孔径拼接干涉测量的误差分析和不确定度估计非常必要,而恰恰又是相当欠缺的,目前主要集中在平面镜的应用中,包括不确定度传递^[11,12]、顺序拼接的拼接顺序和模式以及重叠系数等的影响^[13,14]。不确定度的评定不但与测量方法有关,同时也依赖于所采取的数据处理算法。常规子孔径拼接算法的核心是依据最小二乘原理消除各子孔径之间的相对倾斜和离焦,只需要求解一个线性方程组,不确定度传递关系有显式表达。而子孔径拼接与定位算法是一个迭代优化的过程,只能在一定的统计假设下,才可能获得不确定度传递的显式表达式,更有效也更可信的途径是与实验方法相结合。对于可实现全口径测试的被测镜面,采取对比实验评定子孔径拼接干涉测量精度,不失为一种直接而又有效的方法。文献[7]就采取了类似的方法。

为了真实、全面地评价子孔径拼接的测量精度,应将拼接得到的结果与全口径测试得到的结果按照对应像素逐点相减,获得面形误差的差异分布图,计算反映拼接测量精度的定量指标。但在逐点相减的过程中,由于两种测量方法的光路结构及几何参量、位姿误差均不相同,必须首先消除这些因素的影响。本文借鉴子孔径拼接算法的原理,将全口径测试结果与子孔径拼接结果进行最优匹配,再将两者按照对应像素逐点相减,对拼接测量精度进行定量估计。

2 拼接测量精度估计的对比实验方法

2.1 精度评价指标

对比实验方法分别对同一镜面进行全口径测试和子孔径拼接干涉测量,并将全口径测试结果作为被测镜面面形误差的一个参考真值,子孔径拼接结果与之进行对比,以此估计拼接测量的精度。光学加工和检测领域常用面形误差的峰值(PV)和均方根(RMS)值来表征面形质量,其中峰值对测量噪声更敏感。

由于全口径测试和子孔径拼接均可获得被测镜面上对应采样点的相位差数据,考察拼接测量精度

的最直接的方法是比较两者求得的相应指标的差异,即其相对误差:

$$\begin{aligned} \Delta_{PV} &= \max_j \{\varphi_{j,s}\} - \min_j \{\varphi_{j,s}\} - \\ &\quad \max_j \{\varphi_{j,f}\} + \min_j \{\varphi_{j,f}\}, \quad (1) \\ \Delta_{RMS} &= \sum_{j=1}^{N_s} \sqrt{\varphi_{j,s}^2/N_s} - \sum_{j=1}^{N_f} \sqrt{\varphi_{j,f}^2/N_f}, \end{aligned}$$

式中 φ 为对应像素上的相位差, N 为采样点总数,下标 f 对应全口径测试, s 对应子孔径拼接。这种方法的缺点是显然的,因为无论是峰值还是均方根值,都只能反映被测镜面面形误差大小,并不能反映误差分布上的一致性。在仿真和实验过程中发现,峰值或是均方根值基本相同的两个被测镜面,其面形误差分布却可能迥异!

为了真实、全面地评价子孔径拼接的测量精度,不能直接比较峰值或是均方根值的差异,而应该将拼接得到的相位差数据与全口径测试得到的相位差数据按照对应像素逐点相减,获得面形误差的差异分布图,可以进一步计算恰当的定量指标,例如差异分布的峰值和均方根值,或者其他侧重面形分布一致性的指标。

在应用上面方法之前,必须注意全口径测试与子孔径拼接干涉测量的光路结构并不相同,对应几何参量是不相同的,例如采用不同 f 数的干涉仪透射球,干涉仪物像之间的横向坐标比例因子也不相同,还有全口径测得数据与子孔径拼接得到的数据是相对于不同的坐标系描述的,存在位姿误差。通过仿真得知,即使两组完全相同的面形测量数据,其中一组错位几个像素间距后与另一组相减,就会引入较大的差异。因此首先要将全口径测试结果与子孔径拼接结果进行最优匹配,消除由于上述参量不同而带来的影响,在此基础上求得面形的差异分布图,然后再计算相应的精度评价指标,才可能真实反映拼接测量的精度。

2.2 评价指标的计算方法

将全口径测试结果与子孔径拼接结果进行最优匹配,其原理与子孔径拼接算法是相同的,相当于将两个数据集最优拼合到一起,此时重叠系数接近100%。注意在子孔径拼接算法中需要优化各个子孔径在全局坐标系中的位姿,即子孔径拼接得到的整个数据集在全局坐标系中是固定不变的。

子孔径拼接干涉测量得到的是在被测镜面全局坐标系中描述的三维直角坐标数据 $Y = \{y_{j,s} \in \mathbf{R}^3\}$,坐标系原点一般设在镜面顶点, Z 轴为回转对称镜

面的光轴。设全口径测试数据为

$$W = \{w_{j,t} = (u_{j,t}, v_{j,t}, \varphi_{j,t})\},$$

其中 $\varphi_{j,t}$ 为像素坐标 $(u_{j,t}, v_{j,t})$ 上的相位差, 是被测镜面相对某个最佳拟合球面(被测镜面是球面)或理想非球面(被测镜面是非球面)的高度差。为了与子孔径拼接结果进行对比, 需要将全口径测试数据变换到子孔径拼接数据所在的全局坐标系下, 变换关系与全口径测试的光路结构有关。不失一般性, 以被测镜面是球面镜为例, 物体坐标由下式获得:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r + \varphi)\beta u \\ (r + \varphi)\beta v \\ r_{ts} - (r + \varphi)\sqrt{1 - \beta^2(u^2 + v^2)} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中 r_{ts} 为干涉仪透射球半径, r 为最佳拟合球半径, β 为横向坐标比例因子, r 和 β 的数值具有不确定性。

用 f 表示从物体坐标系到全局坐标系下的齐次变换为

$$fw_{j,t} = g^{-1} \begin{bmatrix} (r + \varphi_{j,t})\beta u_{j,t} \\ (r + \varphi_{j,t})\beta v_{j,t} \\ r_{ts} - (r + \varphi_{j,t})\sqrt{1 - \beta^2(u_{j,t}^2 + v_{j,t}^2)} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$g \in SE(3)$ 为全局坐标系相对于全口径的测量坐标系的位形。李群 $SE(3)$ 是特殊欧几里得群, 利用指数映射, $SE(3)$ 有规范表示:

$$SE(3) = \left[\exp \left[\sum_{t=1}^6 m_t \hat{\eta}_t \right] \right], \quad (4)$$

m_t 为向量 m 的第 t 分量, $\hat{\eta}$ 为运动旋量, $\eta_t \in \mathbf{R}^6$ 为单位向量, 其第 t 分量为 1, 而其他分量为 0^[8]。

全口径数据与子孔径拼接数据之间的最优匹配的原理与子孔径拼接与定位算法相同, 也分解为两个迭代子问题——重叠计算子问题和位形优化子问题。同样可以利用被测面的名义模型来确定重叠点对, 首先将全口径测试的数据点变换到全局坐标系下, 计算其到名义模型的最近点, 然后根据最近点在 OXY 坐标平面内的相互包容关系, 确定哪些点落在重叠区域内。目标函数 F 仍采用双目标的线性组合:

$$\min F = \mu_1 \sigma^2 + \mu_2 \sigma_o^2, \quad (5)$$

式中 μ_1 和 μ_2 为正的权系数, 满足 $\mu_1 + \mu_2 = 1$, σ 为全口径测试的各点到名义表面有向距离的均方根值:

$$\sigma^2 = \sum_{j=1}^{N_f} \langle fw_{j,t} - x_{j,t}, n_{j,t} \rangle^2 / N_f, \quad (6)$$

x 和 n 分别为采样点在名义表面上的最近点及其单

位法向量。同样, 全口径测试数据与子孔径拼接得到的数据之间各重叠点对偏差的均方根值:

$$\sigma_o^2 = \sum_{j_o=1}^{N_o} (\langle f \cdot w_{j_o,t} - x_{j_o,t}, n_{j_o,t} \rangle - d_{j_o,s})^2 / N_o, \quad (7)$$

式中 $d_{j_o,s}$ 为子孔径拼接得到的对应重叠点到名义表面的有向距离, N_o 为重叠点对总数。

固定重叠对应关系不变, 在第 $l+1$ 次迭代利用下式进行线性化处理:

$$\begin{cases} g^{l+1} = g^{l+1} \exp \left(\sum_{t=1}^h m_t \hat{\eta}_t \right) \approx \\ g^l \left(I + \sum_{t=1}^h m_t \hat{\eta}_t \right), \\ r^{l+1} = r^l + \tilde{r}, \\ \beta^{l+1} = \beta^l + \tilde{\beta}, \end{cases} \quad (8)$$

式中 h 为名义模型的自由度数, 对于回转对称非球面, $h = 5$; \tilde{r} 、 $\tilde{\beta}$ 分别为 r 、 β 在第 $l+1$ 次迭代中的增量。位形优化子问题可线性化为线性最小二乘问题, 从而只需求解线性方程组即可获得最优的几何参数, 其推导过程与子孔径拼接与定位算法类似^[9,15]。

根据最优解对应的重叠点对之间的偏差

$$e_{j_o} = \langle f \cdot w_{j_o,t} - x_{j_o,t}, n_{j_o,t} \rangle - d_{j_o,s}, \quad (9)$$

可以计算其峰值和均方根值等指标。考虑到均方根值对噪声不敏感, 一般使用均方根值作为评价指标:

$$e_{\text{RMS}} = \sum_{j_o=1}^{N_o} \sqrt{e_{j_o}^2 / N_o}. \quad (10)$$

3 实验分析与验证

以自研的子孔径拼接干涉仪样机^[15]为实验平台, 被测镜面是粗抛光的球面镜, 有效通光口径约 470 mm, 顶点曲率半径 1000 mm。选用 f 数为 7 的干涉仪透射球, 将全口径划分为 37 个子孔径, 如

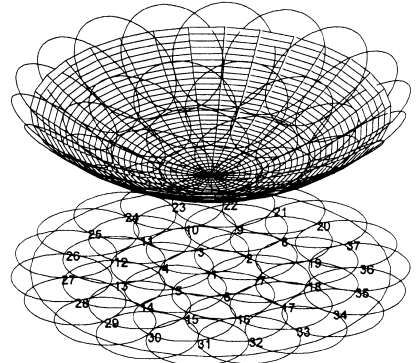


图 1 被测镜面的子孔径划分示意图
Fig. 1 Scheme of subaperture lattice

图 1 所示,重叠系数 37%~40%。

采用 CXM100 干涉仪逐一测量 37 个子孔径,图 2 所示为中心子孔径和最外圈一个子孔径的测得面形,CCD 像素为 512 pixel×512 pixel,其中最外圈子孔径位于镜面以外的无效数据点已被剔除。

应用子孔径拼接与定位算法进行子孔径拼接后,得到的全口径内面形误差分布如图 3(a)。由于被测镜面存在较大的局部误差,CXM100 干涉仪在全口径测量时并不能成功获得被测面形,因此改用

Zygo GPI 干涉仪进行全口径测试,选用 $f/1.5$ 透射球,CCD 像素为 1000 pixel×1000 pixel。图 3(b)为全口径测试结果。可见子孔径拼接得到的面形误差峰值为 $1.798 \mu\text{m}$,均方根值为 $0.178 \mu\text{m}$;全口径测试得到的面形误差峰值为 $1.730 \mu\text{m}$,均方根值为 $0.207 \mu\text{m}$ 。由于采样点总数不相等,两者计算得到的均方根值不具有可比性。图 4(a)、图 4(b)分别为子孔径拼接干涉测量和全口径测试的实验照片。

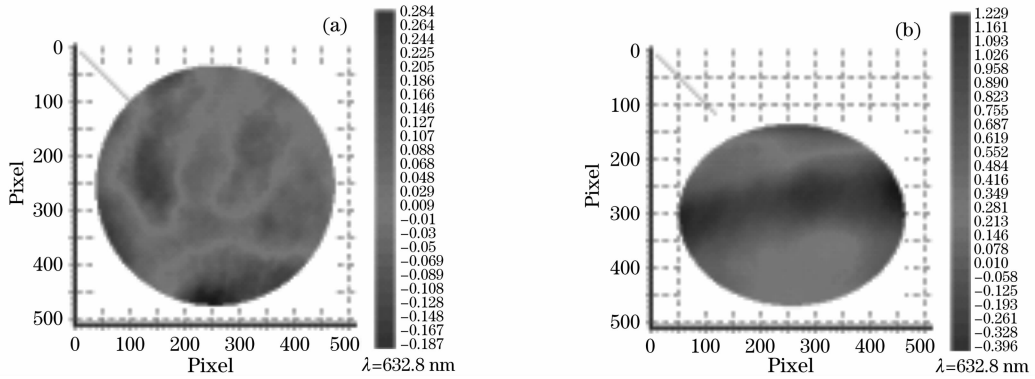


图 2 中心子孔径(a)和最外圈某个子孔径(b)的测量结果

Fig. 2 Measurement results of the central (a) and an outmost (b) subapertures

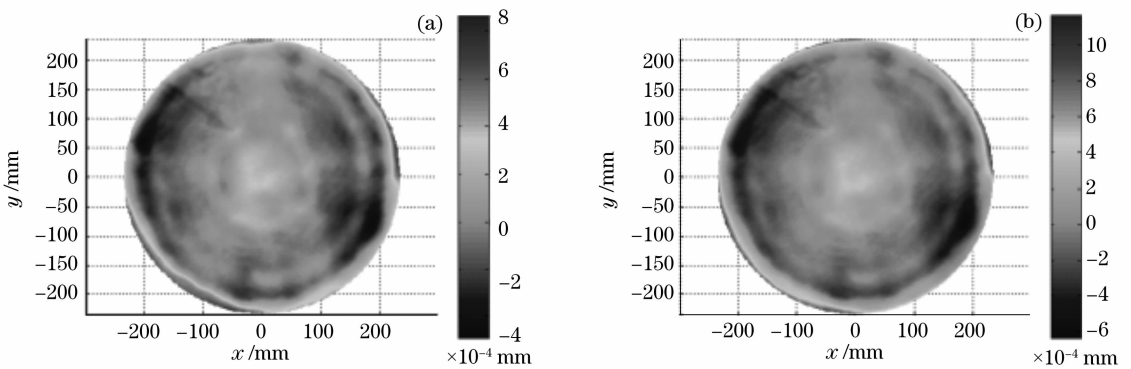


图 3 测得面形误差分布图。(a) 子孔径拼接测试,(b) 全口径测试

Fig. 3 Measured surface error distribution. (a) Subaperture stitching test, (b) full aperture test



(a) subaperture stitching test



(b) full aperture test

图 4 实验装置。(a) 子孔径拼接干涉测量,(b) 全口径测试

Fig. 4 Experimental setup. (a) Subaperture stitching interferometric test, (b) full aperture test

判断子孔径拼接干涉测量的结果是否可信,或者估计其测量精度,第一步是要判断子孔径拼接与定位算法是否正确收敛。算法本身收敛条件是相邻两次迭代对应的目标函数值变化小于给定精度,其缺点是容易陷入局部最优,一般可以采用以下判据:

1) 观察拼接测量得到的面形误差分布图,若没有明显的重叠痕迹,则说明子孔径拼接与定位算法正确收敛。图 3(a)放大后基本上观察不到明显的重叠子孔径痕迹,说明拼接效果较好,此时对应(5)式中的权系数 $\mu_1 = 0.01$, $\mu_2 = 0.99$ 。而当取 $\mu_1 = 0.05$, $\mu_2 = 0.95$,则可发现有较明显的痕迹,说明拼接效果欠佳。

2) 如果还有全口径测试结果作为对比,则当拼接得到的面形误差分布与全口径测试结果一致时,可认为算法正确收敛。直接比较面形误差的峰和均方根值是不合理的。图 3 中两个结果的分布基本一致,说明子孔径拼接与定位算法收敛正确。

以上只是对子孔径拼接干涉测量结果可信度的一个定性估计,需要进一步取全口径测试结果作为参

考真值,将拼接测量结果与之对比,达到定量估计测量精度的目的。

直接将子孔径拼接得到的数据减去全口径测试得到的数据,获得面形误差的差异分布如图 5(a),计算 $e_{\text{RMS}} = 0.0705 \mu\text{m}$,可见其中包含了像素错位导致的差异。因此首先将全口径测试数据与子孔径拼接得到的数据最优匹配,然后再根据最优解对应的重叠点对之间的偏差按(10)式计算 $e_{\text{RMS}} = 0.0365 \mu\text{m}$,对应面形误差的差异分布如图 5(b)。由于子孔径拼接与全口径测试采用了不同的干涉仪和透射球,而算法还没有考虑分离包含参考波面误差在内的系统误差,因此两者获得的最终结果不可避免地存在差异。另外还可能存在其他因素的影响^[16],例如干涉仪成像系统的非线性畸变对于全口径测试与子孔径拼接干涉测量是不一样的。另一方面,在评价指标中引入图像分析中的不变量^[17],可与均方根值互为补充,对子孔径拼接干涉测量的精度提供一个更全面的估计。

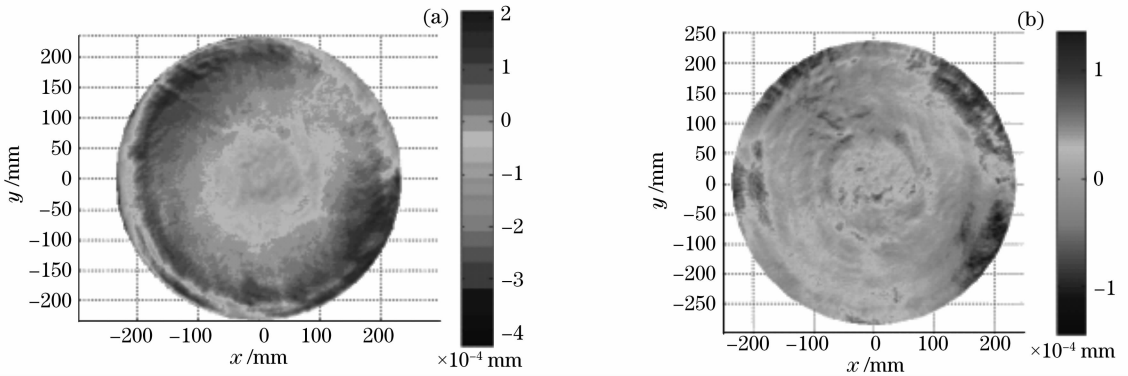


图 5 面形误差的差异分布图。(a) 直接相减, (b) 最优匹配后相减

Fig. 5 Difference distribution of surface errors. (a) Direct subtraction, (b) subtraction with optimal matching

4 结 论

将全口径测试结果作为参考真值,提出了子孔径拼接干涉测量精度估计的对比实验方法。借鉴子孔径拼接的子孔径拼接与定位算法思想,将全口径测试结果与子孔径拼接结果进行最优匹配,给出了迭代优化算法,消除两者所包含的不同几何参量和位姿误差的影响;然后将其按照对应像素逐点相减,获得面形误差的差异分布图,在此基础上计算重叠点对的偏差均方根值等反映拼接测量精度的指标。利用 37 个子孔径的球面拼接实验结果与全口径测试结果进行对比,表明子孔径拼接得到的面形峰值为 $1.798 \mu\text{m}$,方法是一种定量估计测量精度的有效

方法。

致谢 感谢国防科技大学理学院物质与材料科学实验中心的大力协助!

参 考 文 献

- 1 Zhi Yang, Yifang Dai, Guilin Wang. Use of wavelet in specifying optics[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**(1): 44~46
- 2 C. J. Kim, J. C. Wyant. Subaperture test of a large flat or a fast aspheric surface[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1981, **71**: 1587
- 3 J. G. Thunen, O. Y. Kwon. Full aperture testing with subaperture test optics[C]. *Proc. SPIE*, 1982, **351**: 19~27
- 4 W. W. Chow, G. N. Lawrence. Method for subaperture testing interferogram reduction[J]. *Opt. Lett.*, 1983, **8**(9): 468~470
- 5 T. W. Stuhlinger. Subaperture optical testing; experimental

- verification[C]. *Proc. SPIE*, 1986, **656**: 118~127
- 6 M. Y. Chen, W. M. Cheng, C. W. Wang. Multi-aperture overlap-scanning technique for large-aperture test [C]. *Proc. SPIE*, 1991, **1553**: 626~635
- 7 J. Fleig, P. Dumas, P. E. Murphy *et al.*. An automated subaperture stitching interferometer workstation for spherical and aspherical surfaces[C]. *Proc. SPIE*, 2003, **5188**: 296~307
- 8 Shanyong Chen, Shengyi Li, Yifan Dai. Iterative algorithm for subaperture stitching interferometry for general surfaces[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2005, **22**(9): 1929~1936
- 9 Shanyong Chen, Shengyi Li, Yifan Dai *et al.*. Iterative algorithm for subaperture stitching test with spherical interferometers[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2006, **23**(5): 1219~1226
- 10 Xi Hou, Fan Wu, Li Yang *et al.*. Stitching algorithm for annular subaperture interferometry[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2006, **4**(4): 211~214
- 11 M. Otsubo, K. Okada, J. Tsujiuchi. Measurement of large plane surface shapes by connecting small-aperture interferograms [J]. *Opt. Engng.*, 1994, **33**(2): 608~613
- 12 Zhang Rongzhu, Yang Chunlin, Shi Qikai *et al.*. Principle and accuracy of the stitching interferometer[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(10): 1241~1244
- 张蓉竹,杨春林,石琦凯等. 子孔径拼接干涉检测及其精度分析[J]. *光学学报*, 2003, **23**(10): 1241~1244
- 13 J. C. Wyant, J. Schmit. Large field of view, high spatial resolution, surface measurements [J]. *Int. J. Mach. Tools Manufact.*, 1998, **38**(5): 691~698
- 14 M. A. Schmucker, J. Schmit. Selection process for sequentially combining multiple sets of overlapping surface profile interferometric data to produce a continuous composite map[P]. US Patent, 5,991,461, 1999-10-17
- 15 Shanyong Chen, Shengyi Li, Yifan Dai *et al.*. Testing of large optical surfaces with subaperture stitching [J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(17): 3504~3509
- 16 Zeng Danhua, Xiao Tiqiao, Xi Zaijun *et al.*. Detector nonlinear error and compensation in phase-stepping interferometry [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(9): 1358~1362
- 曾丹华,肖体乔,席再军等. 相移干涉仪中探测器非线性误差及其补偿[J]. *光学学报*, 2006, **26**(9): 1358~1362
- 17 Li Jun, Chen Haiqing, Ren Wenxin *et al.*. Improvement of the robustness of Hartmann wavefront sensor by using Zernike moment[J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(8): 1033~1037
- 李俊,陈海清,任温馨等. Zernike矩提高哈特曼波前传感器的鲁棒性[J]. *中国激光*, 2006, **33**(8): 1033~1037