

文章编号: 0253-2239(2008)05-0876-07

非单调条纹图的相位恢复新方法

孙 伟¹ 何小元² C. Quan³

(¹ 南京航空航天大学航空宇航学院, 江苏 南京 210016; ² 东南大学工程力学系, 江苏 南京 210096)
³ 新加坡国立大学机械系, 新加坡 119260

摘要 在连续小波变换和展开相位拐点识别的基础上, 提出一种非单调条纹图的相位恢复新方法。包裹相位通过连续小波变换的方法提取, 提出小波变换尺度步长的选择准则及对粗糙尺度作迭代均值滤波的技术。基于展开相位拐点与符号歧义点的单应性, 可通过检测并修正展开相位拐点的方法恢复非单调条纹图的真实相位。给出了详细的理论推导、数值模拟及实验验证过程。数值模拟包括一维及二维的含噪声信号, 实验为基于显微干涉法的微桥的静动态形貌和变形测试。模拟及实验结果表明, 该法只需一幅条纹图即可准确解调非单调条纹的相位, 最大误差小于 4%, 且具有极强的抗噪能力。这为显微干涉测量提供了有效的相位恢复新手段。

关键词 光学测量; 相位恢复; 连续小波变换; 展开相位拐点; 显微干涉法

中图分类号 O439 文献标识码 A

A New Method for Phase Retrieval on Non-Monotonous Fringes

Sun Wei¹ He Xiaoyuan² Quan Chenggen³

¹ College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, Jiangsu 210016, China
² Department of Engineering Mechanics, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China
³ Department of Mechanical Engineering, National University of Singapore, Singapore 119260

Abstract A novel method based on continuous wavelet transform (CWT) and guidance of inflexion points of unwrapped phase is developed to measure the phase of non-monotonous fringes. Wrapped phase values are retrieved by ridge extraction algorithms based on CWT. To increase the resolution of measurement and reduce the noise, the scale incremental step is determined by a proper criterion and the scales detected by maximum ridge algorithm are filtered iteratively before retrieval of wrapped phase. Based on the homography relationship between an inflexion point and an ambiguous point, the real phase values can be retrieved by directly identifying any inflexion point from an unwrapped phase map without the use of a carrier. The proposed method is analyzed theoretically in great details. Furthermore, the algorithm developed is validated by computer simulation, which includes one-dimensional and two-dimensional cases both with and without noise, and an experiment based on micro interferometry. Simulations and experimental results for both static and dynamic shapes and deformations of a micro structure demonstrate that the proposed method is effective for the analysis of a closed fringe pattern and subsequent deformation measurement, which has the capability of high accuracy and good noise reduction with a maximum error less than 4%.

Key words optical measurement; phase retrieval; continuous wavelet transform (CWT); inflexion points of unwrapped phase; micro interferometry

1 引 言

近年来,小波变换在光学干涉计量技术中获得了相当高的重视。小波变换被誉为“数学显微镜”,具有局部化时频分析和多分辨力分析的特征,它继承和发展了窗口傅里叶变换(WFT)的局部化思想^[1],克服了窗口大小不随频率变化、缺乏离散正交

基的缺点。连续小波变换(CWT)能够精确地解调条纹相位,无需去除背景照明项且对散斑噪声具有极强的抗干扰能力。Zhong Jingang 等^[2~4]验证了采用连续小波变换进行相位解调的可靠性及精度。基于 Morlet 小波良好的时、频分辨能力以及带通滤波性质^[5~7],本文采用 Morlet 复小波来分析空域中

收稿日期: 2007-07-18; 收到修改稿日期: 2007-10-17

基金项目: 国家自然科学基金(10727201)和国家重点基础研究专项经费(2006CB300404)资助课题。

作者简介: 孙 伟(1980-),女,河南新乡人,讲师,主要从事光学测试技术等方面的研究。E-mail: nancysun@nuaa.edu.cn

的条纹,基于小波脊提取相位。

由于封闭条纹具有非单调特性,相位展开过程中往往会出现相位歧义的现象。通常的解决办法是引入载波以调制非单调条纹的相位分布,而载波技术对被调制条纹的频谱有一定要求,只能在特定的条件下使用。T. Kreis^[8]是最早研究封闭条纹解调的研究者,他采用相移技术判别包裹相位的符号并对其修正,但该方法需要引入相移对相位符号进行修正。自动化网格法^[9]可用于修正干扰相位变化,但需要作局部及全局迭代,而这将引入误差。规则化相位跟踪法^[10]可提取连续相位且无需相位展开,但受限于收敛问题。Zongtao Ge 等^[11]提出了坐标变换法,但只能处理单峰(谷)条纹。此外还有学者采用基于反余弦^[12]或反正切函数^[13]的原理来提取条纹相位,但均需确定条纹极值的位置。综上,本文提出了一种新的基于连续小波变换及展开相位拐点识别的相位解调方法。该方法具有简单、快速、精度高、抗噪声能力强、自动化程度高等优点。本文将从理论上推导和证明符号歧义点与展开相位拐点的等效性,并采用数值模拟和实验对提出的方法进行验证。

2 基本原理

2.1 载波干涉条纹图的小波变换

以一维载波干涉条纹为例。当两束单色光相干迭加后,其强度 $I(x)$ 随相位差 $\varphi(x)$ 的变化可表示为

$$I(x) = I_0(x) \{1 + \gamma(x) \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x)]\}, \quad (1)$$

式中 $I_0(x)$ 为背景光强分布; $\gamma(x)$ 为条纹图的对比值; f_0 为载波频率,令 $m = 2\pi f_0$; $\varphi(x)$ 为相位分布。

一维载波条纹图的连续小波系数函数为

$$W_h(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} I(x) h^* \left(\frac{x-b}{a} \right) dx = \frac{\sqrt{a}}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{I}(\omega) H^*(a\omega) \exp(i b \omega) d\omega, \quad (2)$$

式中 $W_h(a, b)$ 为小波系数函数, a 为尺度因子(大于 0),表示与频率相关的伸缩, b 为时间平移因子, $\hat{I}(\omega)$ 为 $I(x)$ 的傅里叶变换,反映了 $I(x)$ 对应某一频率分量 ω 的频谱, $h(x)$ 为复小波基函数,“*”为复共轭符号, $H(\omega)$ 为 $h(x)$ 的傅里叶变换。本文选用 Morlet 复小波,

$$h(x) = \exp(i\omega_0 x) \exp(-x^2/2), \quad (3)$$

式中 ω_0 为中心频率。(3) 式的傅里叶变换为

$$H(a\omega) = \sqrt{2\pi} \exp\left[-\frac{(a\omega - \omega_0)^2}{2}\right]. \quad (4)$$

假设在 $x = b$ 附近 $I_0(x)$ 和 $\gamma(x)$ 变化很小,取 $I_0(x) = I_0(b)$, $\gamma(x) = \gamma(b)$, 将 $\varphi(x)$ 在 $\varphi(b)$ 作一阶泰勒展开,并取一阶近似,可得

$$\varphi(x) \approx \varphi(b) + \varphi'(b)(x - b), \quad (5)$$

式中 $\varphi'(b)$ 为 $\varphi(x)$ 在 $x = b$ 处的一阶导数。将(5)式代入(1)式,得

$$I(x) \approx I_0(b) \{1 + \gamma(b) \times \cos[(m + \varphi'(b)]x + \varphi(b) - b\varphi'(b)]\}, \quad (6)$$

其傅里叶变换为

$$\hat{I}(\omega) \approx I_0(b) \pi \{2\delta(\omega) + \gamma(b) \times [\delta(\omega - m - \varphi'(b)) \exp[i(\varphi(b) - b\varphi'(b))] + \delta[\omega + m + \varphi'(b)] \exp\{-i(\varphi(b) - b\varphi'(b))\}]\}, \quad (7)$$

式中 δ 为单位脉冲函数。当 $\omega \leq 0$ 时, $H(a\omega) = 0$ 。则将(4)式和(7)式代入(2)式得

$$W_h(a, b) = I_0(b) \gamma(b) \sqrt{a\pi/2} \times \exp\{[a[m + \varphi'(b)] - \omega_0]^2/2\} \times \exp\{i[\varphi(b) + bm]\}. \quad (8)$$

2.2 小波变换脊

小波变换脊(即小波变换的模极大值)可用于提取条纹相位。具体方法是求一阶导数驻点,即 $d|W_h(a, b)|/da = 0$, 因此有

$$a_{\max} = \frac{\omega_0 + \sqrt{\omega_0^2 + 2}}{2[m + \varphi'(b)]}, \quad (9)$$

此时对应的相位

$$\Phi(a_{\max}, b) = \arctan \frac{\text{Im } W_h}{\text{Re } W_h} = \varphi(b) + bm. \quad (10)$$

这样既可得到载波条纹的相位值(需要解包裹运算),又能得到相位的导数值(不需要解包裹运算)。不过由(10)式获得的是载波条纹的相位值。为了得到真实的相位分布 $\varphi(x)$, 必须从提取的总的相位分布 $\Phi(a_{\max}, b)$ 中去除载波相位分量 bm 。当载波为线性时,线性载波可由平面拟合法得到;当载波为非线性时,该载波可通过基于最小二乘的曲面拟合法去除。

2.3 非单调条纹图的相位恢复原理

基于展开相位的拐点与非单调条纹图中的符号歧义点的对应性,提出了一种新的由单幅条纹图解调相位的方法。它可以准确快速地解调出含有封闭条纹的相位,无需引入载波去调制条纹。通过连续小波变换可提取非单调条纹的包裹相位,然后通过相位展开技术可得到连续相位。在此基础上,通过识别符号歧义点,即可对连续相位进行校正,进而得

到非单调条纹的真实相位分布。

通过模拟一维非单调干涉条纹信号来分析相应的相位识别全过程。具体过程如下：

1) 模拟一维非单调干涉条纹信号,如图 1(a)所示。并采用对称线性延拓的边界处理方法对信号进行延拓。该方法的优点是保持灰度变化的相位和频率,但小波变换后相应的数据中要裁剪掉延拓的部分。

2) 采用连续小波变换处理信号,得到的小波系数幅值及提取的小波脊(用虚线表示)如图 1(b)所示。为避免边缘效应影响,信号左右两边均裁剪掉 50 pixel。

在小波尺度步长的选择上,采用基于最大误差

和 1-范数的准则,结果如表 1 所示。由表 1 可知,当尺度步长为 2 时,相应的最大误差和 1-范数均为最小,由此可见并非步长越小越好,本文中步长设为 2。

表 1 小波变换尺度步长的比较

Table 1 Comparison of scale incremental step

Incremental step	1-norm. /rad	Maximum error /rad
2.00	189.20	1.12
1.00	202.37	1.15
0.50	202.03	1.15
0.25	211.84	1.18
0.10	218.59	1.25

3) 提取与小波脊对应的相位,得到包裹相位,如图 1(c)所示。

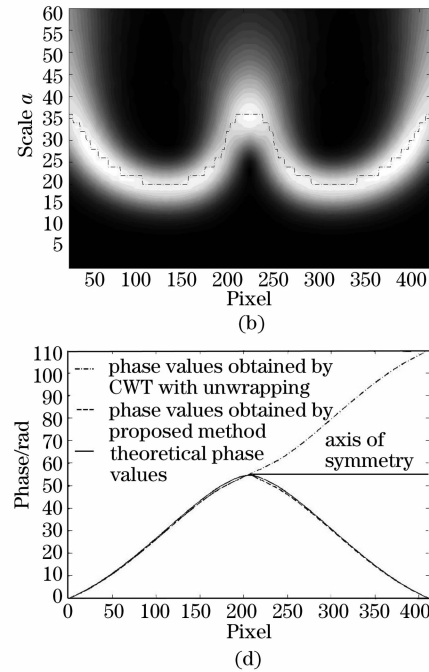
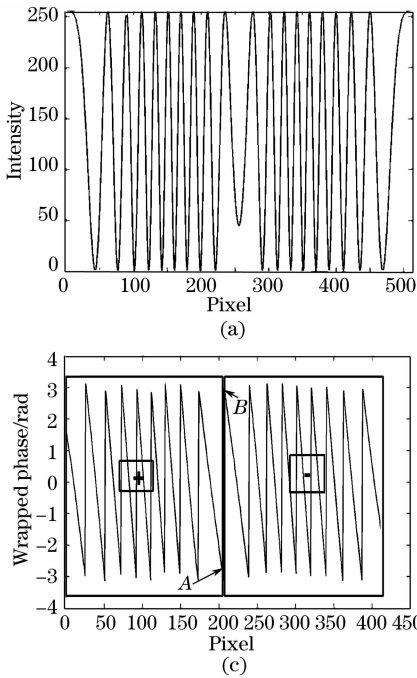


图 1 一维非单调干涉条纹及相位识别结果。(a)条纹信号,(b)小波变换幅值图,(c)包裹相位,(d)本文计算结果

Fig. 1 One-dimensional non-monotonous fringe and retrieved phase. (a) Signal of a non-monotonous fringe,

(b) CWT map, (c) wrapped phase, (d) phase calculated by proposed method

由于在采用连续小波变换提取包裹相位的过程中,小波变换只是在正尺度方向展开,即未考虑条纹的负频谱,因此展开相位呈单调分布[图 1(d)中的点划线为展开后的相位值]。而理论相位分布应呈波峰状,如图 1(d)中的实线所示。由文献[8]知,非单调条纹图的包裹相位中存在一反演点,由此造成相位符号歧义,如图 1(c)所示。通过识别这一反演点(见图 2),反演点左边(A 点及其左半部分)的相位符号保持不变,右边(B 点及其右半部分)的符号全部取反,对校正过符号的包裹相位图展开,即可得到真实的相位。因此反演点的识别成为非单调条纹

图相位恢复的关键。

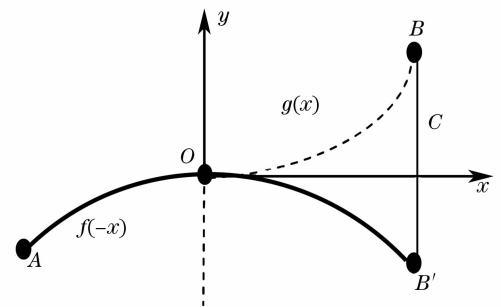


图 2 反演点示意图

Fig. 2 Schematic map of inversion point

为保证符号改变前后 A 点与 B 点的连续性,包裹相位图中 A 点与 B 点的相位应大小近似,符号相反,因此 A 点与 B 点只有两种分布形式:一是零相位值左右,二是 2π 跳变处。对于第一种情况,相应的反演点相位值应为 0,对于第二种情况,相应的数值应为 $\pm\pi$ 。实际上,这样的点是不存在的:对于第一种情况,不存在数值绝对为 0 的相位值,对于第二种情况,由反正切得到的相位值不可能取 $\pm\pi$ 。

为分析方便,假设 O 点为反演点,则该点应与真实相位图(符号校正后的展开相位图)中的极值点相对应,即为波峰或波谷,如图 2 所示。建立以 O 点为原点的局部坐标系,并假设该局部坐标系下的真实相位分布函数为 $f(x)$,则符号校正前的展开相位图在 O 点左半部分的分布同 $f(x)$ 。右半部分设为 $g(x)$ 。由于符号校正前后相邻点之间的相位差不发生变化,即 $w(B) - w(O) = f(B) - f(O) = g(B) - g(O)$ (其中 w 表示包裹相位值),得 $g(x) = -f(x)$,即符号校正前后的 B 点与 B' 点应沿 x 轴呈对称分布。符号校正前得到的包裹相位分布为

$$g(x) = \begin{cases} f(x), & x \leq 0 \\ -f(x), & x > 0 \end{cases} \quad (11)$$

通过对(11)式二次求导可得, O 点为 $g(x)$ 的拐点(即该点处的二阶导数不存在或为零)。因此可通过求解展开相位的二阶导数的过零点或一阶导数的局部最值来识别 O 点的位置。检测到 O 点之后,将连续相位在 O 点右半部分的数值全部沿 x 轴对折,即可恢复真实的相位分布。此外,由于通过离散的相位值求导,尤其是高阶导数,将引入较大的误差,采用判别连续相位一阶导数局部最值的方法来识别拐点。由于真实的 O 点并不存在,即 O 点应位于相邻点 A 、 B 之间,因此需要通过插值的方法来恢复 O 点的相位。而实际的相位值是离散的,所以一阶导数可用一阶微分近似,检测到的极值点坐标为整像素,并认为

该点即为待求的反演点 O 。进而对折其后所有的相位值即可恢复真实的相位。 A 点与 B 点的第二种分布情况与第一种情况完全类似。

综上证明了符号校正前的展开相位图中的拐点即为相位歧义点。据此可对展开相位进行校正并恢复真实的相位分布。

4) 对得到的包裹相位进行展开,并求解展开相位(需作最小二乘拟合)的一阶差分。结果表明,一阶差分最大值所对应的坐标值为 206,这与模拟的理论峰值坐标完全吻合 $[(512 - 50 - 50)/2 = 206]$ 。

5) 在展开相位图中,从坐标点 206 开始将后面的相位值沿 $y=f(206)$ 对折[见图 1(d)],即可得到真实的相位值。

6) 计算相对误差。不考虑边缘误差(由小波变换的边缘效应引起),则最大误差在 2%左右。模拟结果验证了本文算法高精度提取非单调条纹的可行性。

3 数值模拟

3.1 含噪声的一维非单调条纹

为验证本文算法的抗噪声性能,以及识别多个相位歧义点的可行性,采用数值方法模拟含有噪声的一维条纹信号,如图 3(a)所示。其中信号的信噪比为 4.8 dB。采用本文提出的算法提取条纹的相位,结果如图 3(b)所示。由图可见,计算值与模拟值非常吻合,只是在相位的最值处误差较大,最大误差为 3.18%。这是由于信号中包含较强的噪声,尽管采用小波变换提取相位具有一定的抗噪声能力,但并不能完全消除噪声的影响,因此相位仍存在一定的误差,并由此导致相位一阶导数极值点识别的误差,进而影响最后校正的相位值。对于具有多个相位歧义点的信号,可采用从左到右逐次修正的办法来恢复相位。结果证明了本文算法的抗噪声性能

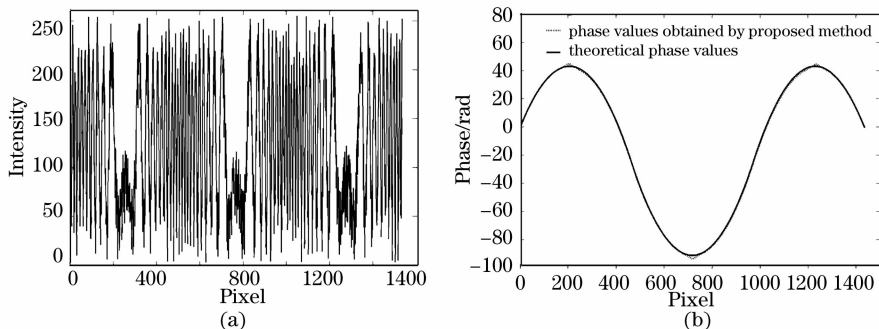


图 3 含噪声的一维非单调干涉条纹(a)及相位识别结果(b)

Fig. 3 One-dimensional non-monotonous fringe with noise (a) and its retrieved phase (b)

及识别多个相位歧义点的可靠性。

3.2 无噪声的二维非单调条纹

为验证本文算法实现二维非单调干涉条纹相位提取的可行性,模拟圆板中心点加载时产生的干涉条纹。图 4(a)是模拟的二维非单调干涉条纹图。同一维相位提取方法一样,逐行提取相位。由结果可知,

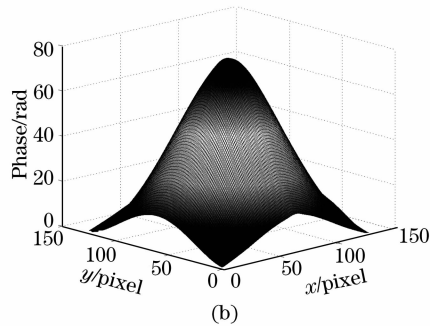
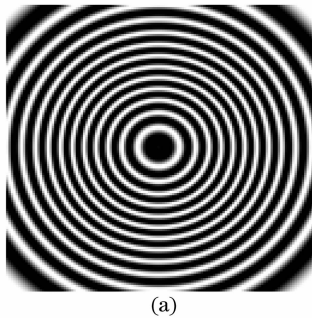


图 4 二维非单调干涉条纹(a)及相位识别结果(b)

Fig. 4 Two-dimensional non-monotonous interference fringe (a) and its retrieved phase (b)

3.3 含噪声的二维非单调条纹

为验证本文算法在提取二维非单调条纹时的抗噪声性能,在图 4(a)中的条纹图中加入随机白噪声,信噪比为 4.8 dB。提取某一行的灰度信号,对其作连续小波变换,并直接提取小波脊对应的尺度,如图 5(a)所示。尺度图中出现了毛刺和不连续点,如果直接提取相应尺度下的相位,必然存在极大的噪声,故采用迭代均值滤波的方式对粗糙尺度处理。处理后的尺度连续光滑,如图 5(b)所示。

综上,采用粗糙尺度得到的相位图存在极大的噪声,而采用平滑尺度得到的相位光滑连续。为此,对采用粗糙尺度得到的相位图需采用稳健性能极强

的弗林(Flynn)相位展开算法作解包裹运算。而对采用平滑尺度得到的相位图只需作单纯解包裹运算即可,结果如图 5(c)所示。

此外,对尺度进行滤波处理,可大大改善相位提取结果,且最终只需采用普通的相位展开算法即可得到光滑的相位图,最大误差只有 3%;如果直接利用粗糙的尺度提取相位,相位图中出现极大的噪声,需要进一步采用抗噪声性能极强的相位展开算法,如弗林相位展开算法等。结果表明,对尺度进行滤波可大大改善相位识别的精度,同时也验证了本文算法处理含噪声二维信号的可靠性。

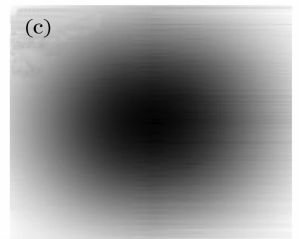
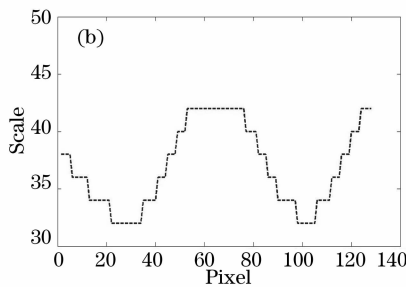
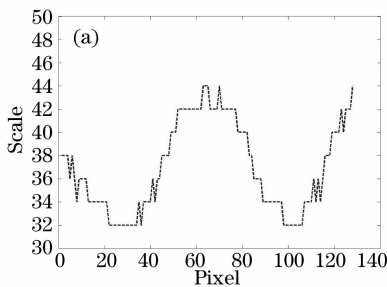


图 5 二维含噪声信号相位识别结果。(a)原始尺度分布,(b)滤波后的尺度分布,(c)本文方法计算结果

Fig. 5 Two-dimensional noisy signal and its retrieved phase . (a) Original scale distribution, (b) filtered scale distribution,

(c) phase calculated by the proposed method

4 实 验

采用 Mirau 显微干涉系统对微桥在直流和交流电压作用下的静、动态形貌及变形进行测试,微桥

结构的长、宽、厚分别为 $300\ \mu\text{m}$ 、 $12\ \mu\text{m}$ 和 $2\ \mu\text{m}$ 。试件放置于三维精密移动台上,试件下电极板和梁上极板上下对齐,试件上的电压通过作用于梁固定

端的两个探针引入。白光光源通过光纤照明整个测试系统,采用滤波片获取波长为 640 nm 的单色相干光源。

4.1 微桥静态测试

对微桥施加直流电压,调节其大小从 0 V 到 60 V 再回到 0 V。干涉条纹采用普通电荷耦合器件 (CCD) 采集。图 6(a) 是采集的干涉条纹图,实验过程中不可避免地引入了小频率的载波,载波应在相位提取过程中去除。图 6(b) 是采用本文方法和四

步相移法得到的微桥轴线截面的形貌图。由于受残余应力的影响,微桥表现出较明显的上凸变形。由图 6(b) 可知,两种方法得到的最大高度偏差小于 60 nm,其中四步相移的计算结果显然不够平滑,本文方法则在跨中区域表现出一定的误差。对比结果表明本文算法与四步相移具有相近的精度。为去除噪声的影响,采用最小二乘法对得到的结果作拟合,结果如图 6(b) 所示。此外,采用本文方法还得到了微桥跨中挠度随电压的变化情况,如图 6(c) 所示。

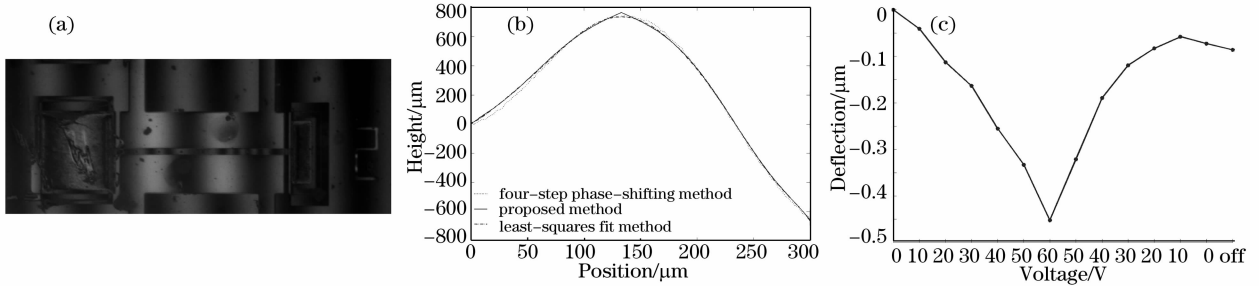


图 6 微桥静态测试结果。(a) 干涉条纹图,(b) 本文方法与四步相移计算结果,(c) 跨中挠度随电压变化的关系

Fig. 6 Static measurement results of a micro bridge. (a) primary interferogram, (b) comparison between the proposed and four-step phase shifting method, (c) deflection versus voltage (center point)

4.2 微桥动态测试

采用静电驱动的方式对微桥进行动态测试,所用电压峰-峰值为 10 V,驱动频率为 2 Hz。采用高速摄像机实时采集干涉条纹图,采样频率为 1000 frame/s。实验过程中仍不可避免地引入了载波,载波应在相位提取过程中去除。与静态的干涉条纹相比,动态的干涉条纹质量大大降低,故采用均值滤波的方式对其进行处理。对得到的粗糙尺度作平滑处理,以

改善相位识别的精度。

跨中截面的三维形貌随时间的变化关系如图 7(a) 所示。图 7(b) 是相应位置的变形随时间的变化关系(已作归一化处理)。提取其中一点点的信号,其傅里叶变换频谱如图 7(c) 所示。由于采用接地状态,所以测试频率应为驱动频率的两倍,即测试误差为 $|(3.9 - 2 \times 2)| \times 100\% / (2 \times 2) = 2.5\%$ 。

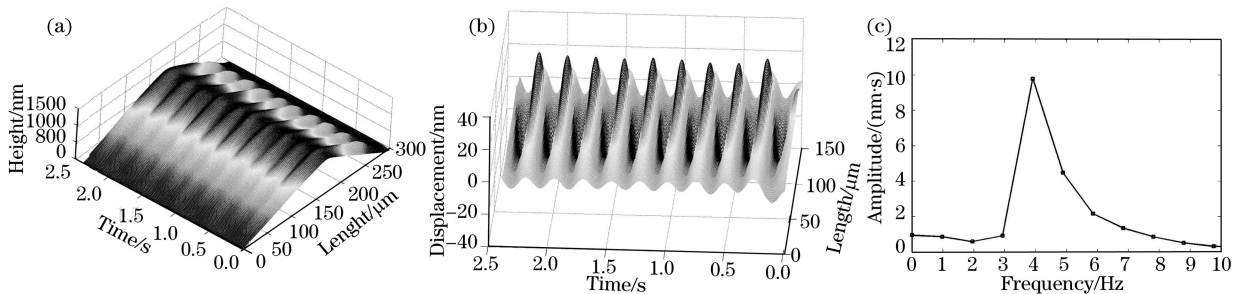


图 7 微桥动态测试结果。(a) 跨中形貌与时间的关系,(b) 跨中挠度与时间的关系,(c) 某点频谱图

Fig. 7 Dynamic measurement results of a micro bridge. (a) Shape versus time (center point), (b) deflection versus time (center point), (c) frequency response of a point

5 结 论

在连续小波变换和展开相位拐点识别的基础上,提出了一种非单调条纹图的相位恢复新方法。推导了连续小波变换提取相位的基本原理,提出了对小波变换尺度步长进行选择的准则及对提取的小

波脊位置处的粗糙尺度作迭代均值滤波的技术。本文从理论上证明了展开相位拐点与符号歧义点的单应性。据此通过检测展开相位一阶导数的最值点并对展开相位进行校正,即可恢复非单调条纹图的真实相位。

数值模拟和微桥的显微干涉测量结果表明,峰值点位置处的相位恢复误差较大。尽管如此,本文方法无需载波和附加信息、只需要一幅干涉条纹图即可恢复非单调条纹图的真实相位,具有简单、快速、实时动态、精度高、抗噪声能力强、自动化程度高等优点。利用本文方法可望解决微机电系统(MEMS)动态测试中的难题,进而为研究微结构的动力学特性提供简单有效、高精度、全场、全自动的三维动态在线测试系统。

参 考 文 献

- 1 Qian Kemao. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(13): 2695~2702
- 2 Zhong Jingang, Weng Jiawen. Spatial carrier-fringe pattern analysis by means of wavelet transform; wavelet transform profilometry[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(26): 4993~4998
- 3 Munther A. Gdeisat, David R. Burton, Michael J. Lalor. Eliminating the zero spectrum in Fourier transform profilometry using a two-dimensional continuous wavelet transform[J]. *Opt. Commun.*, 2006, **266**(2): 482~489
- 4 Munther A. Gdeisat, David R. Burton, Michael J. Lalor. Spatial carrier fringe pattern demodulation by use of a two-dimensional continuous wavelet transform[J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**(34): 8722~8732
- 5 Chen Fanxiu, He Xiaoyuan. Instantaneous three-dimensional profile measurement based on temporal wavelet transform[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(12): 1803~1806
- 6 Sun Juan, Chen Wenjing, Su Xianyu *et al.*. Study the measurement range of wavelet transform profilometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(4): 647~653
- 7 Wang Gang, Xiao Liang, He Anzhi. Algorithm research of adaptive fuzzy image enhancement in ridgelet transform domain[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(7): 1183~1190
- 8 T. Kreis. Digital holographic interference-phase measurement using the Fourier-transform method[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1986, **3**(6): 847~855
- 9 Dennis C. Ghiglia, Gary A. Mastin, Louis A. Romero. Cellular-automata method for phase unwrapping[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1987, **4**(1): 267~280
- 10 M. Servin M, J. L. Marroquin, F. J. Cuevas. Demodulation of a single interferogram by use of a two-dimensional regularized phase-tracking technique [J]. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(19): 4540~4548
- 11 Zongtao Ge, Fumio Kobayashi, Shinichi Matsuda *et al.*. Coordinate-transform technique for closed-fringe analysis by the Fourier-transform method [J]. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(10): 1649~1657
- 12 C. J. Tay, C. Quan, F. J. Yang *et al.*. A new method for phase extraction from a single fringe pattern[J]. *Opt. Commun.*, 2004, **239**(4~6): 251~258
- 13 C. Quan, C. J. Tay, F. J. Yang *et al.*. Phase extraction from a single fringe pattern based on guidance of an extreme map[J]. *Appl. Opt.*, 2005, **44**(23): 4814~4821