文章编号: 0253-2239(2008)04-0659-05

余弦二值编码纯相位全息图的数字微镜器件显示

韩超韦穗

(安徽大学计算智能与信号处理教育部重点实验室,安徽 合肥 230039)

摘要 分析了采用错误减算法的迭代过程,在已知物波函数傅里叶谱的振幅和物波函数振幅的情况下恢复出纯相 位的物波函数,最大限度地保留物波的振幅及相位信息。提出采用余弦二值编码生成二值全息图,即全息图的透 射率函数取0或1。二值全息图通过数字微镜器件全息显示系统进行了重构显示,重构效果很好。理论分析了数 字微镜器件的衍射效率,表明其最大衍射效率仅和微镜之间的间隔尺寸与微镜边长之比有关。余弦二值编码方法 从理论上消除了零级衍射,可以制作像素较多的全息图。

关键词 全息术;纯相位全息图;错误减算法;余弦二值编码;数字微镜器件

中图分类号 O438 文献标识码 A

Digital Micromirror Device Display of Phase-Only Hologram of Binary Coding of Cosine

Han Chao Wei Sui

(Key Laboratory of Intelligent Computing and Signal Processing, Ministry of Education, Anhui University, Hefei, Anhui 230039, China)

Abstract Iterative process of error-reduction algorithm is anlyzed, the phase-only object function is obtained when the amplitude of object function and the amplitude of its Fourier transformation are known, and the amplitude and phase of object function are retained as much as possible. The binary coding of cosine is presented to generate binary hologram, and namely transmittance of hologram is 0 or 1. The phase-only hologram is reconstructed via digital micromirror device (DMD) hologram display system, and the result proves the effect of reconstruction. The diffraction efficiency of digital micromirror device is analyzed theoretically, and the diffraction efficiency is only related to the ratio of interval size and side length of digital micromirror device. The binary coding of cosine eliminates zeroth order diffraction theoretically, and can generate high pixel hologram.

Key word holography; phase-only hologram; error-reduction algorithm; binary coding of cosine; digital micromirror device

1 引 言

全息术因其独特的优点而被广泛的应用^[1~5], 目前已成为光学、计算机等领域研究的热门课题。 其中纯相位全息图因其衍射效率高而备受关 注^[6,7],理想情况下其衍射效率可达到100%。纯相 位全息图主要由计算机产生,然后以浮雕的形式记 录在胶片上或通过编码刻蚀在晶体上。然而这些记 录材料一旦被记录后不可再重复使用,而且价格昂 贵,这对于全息显示极为不利。本文采用错误减算 法,在已知物波函数傅里叶谱的振幅和物波函数的 新振幅的情况下,通过迭代恢复出物波函数的新相 位。如果采用常规的编码方法,例如迂回相位编码 方法,对迭代后的物波函数进行编码,则零级衍射斑 很难消除,并且对于像素较大的图像很难产生较好 的全息图。而采用本文提出的余弦二值编码方法, 从理论上能消除零级衍射而且对于像素较大的图像

作者简介: 韩 超(1974-),男,安徽人,博士研究生,主要从事计算全息、全息显示等方面的研究。

E-mail: hanchao2006@yahoo.com.cn

导师简介: 韦 穗(1946-),女,壮族,广西人,教授,博士生导师,主要从事计算机视觉、图像处理和计算全息等方面的研究。E-mail: swei@ahu.edu.cn

收稿日期: 2007-08-24; 收到修改稿日期: 2007-11-14

基金项目:国家自然科学基金(60473102)资助课题。

也能产生较好的全息图。

2 错误减算法的迭代过程

假设 $O(f_x, f_y)$ 是物函数的傅里叶变换函数,且 振幅已知,由其逆变换得到振幅为1的纯相位函数 f(x,y)。为了使函数 f(x,y)包含物波的全部信息, 采用相位恢复算法中的错误减算法^[8],在 $O(f_x, f_y)$ 和 f(x,y)之间进行迭代恢复出 f(x,y)的相位。具 体过程如下:

1) 由物函数的傅里叶变换得到 $O(f_x, f_y)$;

2)由 $O(f_x, f_y)$ 傅里叶逆变换得到纯相位函数 f(x, y);

3)由 f(x,y)傅里叶变换得到 $F(f_x,f_y)$;

4) 把 $F(f_x, f_y)$ 的振幅替换为 $O(f_x, f_y)$ 的振 幅得到 $F'(f_x, f_y)$;

5) 对 $F'(f_x, f_y)$ 进行傅里叶逆变换得到 f'(x, y);

6) 对 f'(x, y)进行限制使其振幅为 1,得到
 f(x, y);

7) 重复3)到6)的步骤直到步骤6)的幅值与想要的幅值满足某种方差要求。

该算法流程如图1所示。



图 1 错误减算法流程图

Fig. 1 Flow chart of error-reduction algorithm

3 余弦二值编码

对于纯相位的波函数 f(x,y)可以令其等于 $exp[i\theta(x,y)]$,用欧拉公式将其展开为

$$\exp[i\theta(x,y)] = \cos\theta + i\sin\theta$$
.
对于 $f(x,y)$ 的共轭像可用欧拉公式展开为
 $\exp[-i\theta(x,y)] = \cos\theta - i\sin\theta$.

因此可得

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \{ \exp[i\theta(x, y)] + \exp[-i\theta(x, y)] \} = \frac{1}{2} [f(x, y) + f^*(x, y)], \qquad (1)$$

式中 * 为复共轭符号。由(1)式可见 cos θ 包含纯相 位波函数与其共轭波函数两项,如果对 cos θ 进行二 值编码,则编码后的图只含有纯相位波函数与其共 轭波函数,而没有零级项。所谓二值编码就是把物 波函数编码成只有黑白两种灰阶的全息图,即全息 图的透射率函数的取值为 0 或 1。因为 cos θ 的函 数值关于角度 θ 所在的坐标轴对称,所以可以很方 便地将 θ 轴上方的函数值作为一个灰阶, θ 轴下方 的函数值作为另一个灰阶,即 θ 轴上方各离散点的 灰阶值取为 1 (0), θ 轴下方各离散点的灰阶取值为 0 (1),即如果 cos $\theta > 0$,则 cos $\theta = 1$;如果 cos $\theta < 0$, 则 cos $\theta = 0$ 。

采用传统的显示方法制备全息图,其中一种最普遍的方法是由计算机绘图仪将编码后的结果直接画在纸上,然后用精密照相机拍制在照相底片上,再放大或缩小到合适的尺寸,制成实用的全息图。本文采用美国 TEXAS 仪器公司生产的数字微镜器件(DMD)作为全息图存储和显示的器件,只需要把计算所得的全息图由计算机输入到数字微镜器件,再使用激光照射数字微镜器件即可达到显示目的,而无需绘图仪以及其他复杂的制备工艺,且可重复使用。

本文以 1024 pixel×1024 pixel 的杯子作为原 始图像,采用错误减算法进行迭代生成纯相位物函 数后,再用余弦二值编码生成全息图,并用计算机进 行模拟重构,可得到很好的重构效果。原始图像、由 原始图像生成的全息图、由全息图用计算机模拟重





图 2 (a)原始图,(b)全息图,(c)重构图 Fig. 2 (a) Original image,(b) hologram, (c) reconstructed image

4 数字微镜器件全息显示系统

数字微镜器件是美国德州仪器(TI)公司发明 的一种近纯相位型^[9~11]的数字光处理技术的核心 器件。与常规的数字化空间光调制器相比,数字微 镜器件具有更高的光能利用率、分辨率高、响应速度 快、工作温度范围大等优点。它由铝制的微镜阵列 组成,本系统采用的数字微镜器件芯片由 800×600 个铝制微镜组成,每个镜子相当于一个像素,镜子大 小为 16 μ m×16 μ m,相邻的两个镜子之间的间隔为 1 微米,当数字微镜器件受到光照时每个镜子以电 寻址的方式绕其对角线旋转+10°(开态)或-10° (关态)。

4.1 全息显示机理

每个镜子从开到关大约 20 µs。镜子的最大调 制率(由电子系统决定)是 180 Hz。二进制脉宽调 制(由微镜的光学开关时间控制)通过改变微镜开态 与关态时间的比率来提供灰阶。当微镜处于开态或 者关态时,最大滞留时间是 19 ms,因此在每一灰阶 镜子不停地由开态转到关态又由关态转到开态。为 了获得中间灰度值(像素值为 128),微镜被转到开 态的时间与被转到关态的时间各占一半。总共可以 获得 256 种开态与关态的比率,这相当于数字像素 灰阶值 0~255。

当数字微镜器件的每个镜子都处于开态或关态 时整个数字微镜器件相当于一个二维闪耀光栅, 其闪耀特性可用闪耀光栅的衍射原理进行解释^[12]。 图 3 是作为闪耀光栅的一排数字微镜器件,光线的 入射角为 θ_i ,反射角为 θ_r ,闪耀角为 γ ,每个微镜绕其 对角线旋转的角度 $\gamma_{xy} = 10^\circ$ 。被相邻两个微镜反射 的光束的光程差为 BC - CD, $BC = d\sin \theta_i$, $CD = -d\sin \theta_r$, d 为A 点到C 点的距离,所以被相邻两个 像素反射的光线的相位差为

$$\phi = \frac{2\pi d(BC - CD)}{\lambda} = \frac{2\pi d}{\lambda} [\sin \theta_{i} + \sin(2\gamma - \theta_{i})], \qquad (2)$$

式中 λ 为光波长。(2)式表明由数字微镜器件引入的 线性相位分布是入射角与闪耀角的函数。在 $\theta_i = 0$ 与 $\theta_i = 2\gamma, \theta_r = 0$ 两种情况下,

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin 2\gamma. \tag{3}$$



图 3 作为闪耀光栅的一排开态微镜

Fig. 3 A row on-state micromirrors as a blazed grating

如果一幅被写入数字微镜器件的图像被表示为 f(m,n),由于微镜的相移作用,故调制后的分布为 $f(m,n)\exp[i(m\phi + n\phi)]$,考虑到数字微镜器件的构 造,被写入的图像被调制后为

$$f(x,y) = \sum_{m} \sum_{n} f(m,n) \exp[i(m\phi + n\phi)] \operatorname{rect}\left(\frac{x-m}{w}, \frac{y-n}{w}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{x}{L_{x}}, \frac{y}{L_{y}}\right) = \operatorname{rect}\left(\frac{x}{w}, \frac{y}{w}\right) \sum_{m} \sum_{n} f(m,n) \exp[i(m\phi + n\phi)] \delta(x-m,y-n) \operatorname{rect}\left(\frac{x}{L_{x}}, \frac{y}{L_{y}}\right),$$
(4)

式中 rect 为矩形函数,w 为x,y 方向的占空因数, L_x , L_y 分别为数字微镜器件在x,y 方向的尺寸。本实验 主要利用全息显示系统中数字微镜器件远场衍射,此衍射相当于对输入的图像进行傅里叶变换,故有

$$F(f_{x}, f_{y}) = \mathscr{F}\left\{\operatorname{rect}\left(\frac{x}{w}, \frac{y}{w}\right) \sum_{m} \sum_{n} f(m, n) \exp\left[\operatorname{i}(m\phi + n\phi)\right] \delta(x - m, y - n) \operatorname{rect}\left(\frac{x}{L_{x}}, \frac{y}{L_{y}}\right)\right\} = w^{2} \operatorname{sinc}(wf_{x}, wf_{y}) \int_{-\infty - \infty}^{+\infty + \infty} \sum_{m} \sum_{n} f(m, n) \exp\left[\operatorname{i}(m\phi + n\phi)\right] \delta(x - m, y - n) \times \operatorname{rect}\left(\frac{x}{L_{x}}, \frac{y}{L_{y}}\right) \exp\left[-\operatorname{i}2\pi(f_{x}x + f_{y}y)\right] \mathrm{d}x\mathrm{d}y = w^{2} L_{x} L_{y} \operatorname{sinc}(wf_{x}, wf_{y}) \sum_{m} \sum_{n} \{f(m, n) \exp\left[\operatorname{i}(m\phi + n\phi)\right]\} \times \exp\left[-\operatorname{i}2\pi(f_{x}m + f_{y}n)\right] \operatorname{sinc}(L_{x}x, L_{y}y),$$
(5)

)

式中 $f_x = 2\pi x / (\lambda z), f_y = 2\pi y / (\lambda z), z$ 为光线经数 字微镜器件衍射后传播的距离。

图 4 是数字微镜器件全息显示系统,图 5 是把 图 2(b)输入全息显示系统后得到的重构图。



图 4 数字微镜器件全息显示系统 Fig. 4 Hologram display system of digital micromirror device



图 5 全息显示系统重构图

Fig. 5 Reconstructed image by hologram display system

4.2 衍射效率

数字微镜器件作为全息图的储存和显示设备, 故全息图的衍射效率取决于数字微镜器件的衍射效 率,其反射率函数为

$$t(x,y) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(x-mb) \delta(y-nb) \operatorname{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{y}{a}\right) \exp\left[j2\pi(f_{0x}x+f_{0y}y)\right] \times \operatorname{rect}\left(\frac{x}{L}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{y}{V}\right), \quad (6)$$

式中 L 为数字微镜器件的横向尺寸,V 为数字微镜器件的纵向尺寸, $f_{0x} = f_{0y} = a\gamma_{xy}/(\sqrt{2}\lambda b)$,a 为一个微镜 边长,b 为微镜的边长 a 与两微镜之间的间隔的长度 Δ 之和,即 $b = a + \Delta$,微镜之间的间隔(即微镜间的填 充物) 对光有吸收作用, λ 为再现光的波长, γ_{xy} 为每个微镜绕其对角线旋转的角度,这里为 1/18 rad。对 (6)式作傅里叶变换可得

$$T(f_{x},f_{y}) = \frac{a^{2}}{b^{2}} \sum_{-\infty}^{+\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta\left(f_{x} - \frac{m}{b}\right) \delta\left(f_{y} - \frac{n}{b}\right) \operatorname{sinc}\left[a(f_{x} - f_{0x})\right] \operatorname{sinc}\left[a(f_{y} - f_{0y})\right] LV \operatorname{sinc}(Lf_{x}) \operatorname{sinc}(Vf_{y}) = \frac{a^{2}}{b^{2}} \sum_{-\infty}^{+\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta\left(f_{x} - \frac{m}{b}\right) \delta\left(f_{y} - \frac{n}{b}\right) \operatorname{sinc}\left[a\left(\frac{m}{b} - f_{0x}\right)\right] \operatorname{sinc}\left[a\left(\frac{n}{b} - f_{0y}\right)\right] LV \operatorname{sinc}(Lf_{x}) \operatorname{sinc}(Vf_{y}) = \frac{a^{2} LV}{b^{2}} \sum_{-\infty}^{+\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{sinc}\left[a\left(\frac{m}{b} - f_{0x}\right)\right] \operatorname{sinc}\left[a\left(\frac{n}{b} - f_{0y}\right)\right] \operatorname{sinc}\left[L\left(f_{x} - \frac{m}{b}\right)\right] \operatorname{sinc}\left[V\left(f_{y} - \frac{n}{b}\right)\right],$$
(7)

数字微镜器件的作用相当于常规显示中的胶片,故 其反射率函数相当于胶片的透射率函数,其第 (*m*,*n*)阶的衍射效率为^[13,14]

$$\eta = \frac{a^2}{b^2} \operatorname{sinc} \left[a \left(\frac{m}{b} - f_{0x} \right) \right] \operatorname{sinc} \left[a \left(\frac{n}{b} - f_{0y} \right) \right], (8)$$

对(8)式取极值,可得其最大值为 a^2/b^2 ,第(m,n)阶的最大衍射效率为 $a^4/b^4 = 1/(1+\Delta/a)^4$ 。可见数字微镜器件第(m,n)阶的最大衍射效率仅与微镜之间的间隔长度与微镜边长之比有关。因为数字微镜器件是反射式光学元件,微镜之间的间隔尺寸相对于微镜的尺寸越小,对光的吸收越少衍射效率越高。

5 结 论

采用错误减算法迭代出纯相位的物波函数能最

大限度的保留物波的信息,并采用余弦二值编码方 法对纯相位物波函数进行编码,从而生成二值全息 图。在显示系统的设计上采用数字微镜器件作为核 心器件,搭起了一套全息视频显示系统、进行验证, 结果表明全息图的重构效果很好。

参考文献

- 1 Peng Xiang, Bai Weidong, Tian Jindong. Digital watermarking with half-tone encoded computer-generated hologram [J]. Acta Optica Sinica, 2007, **27**(6): 1011~1017
 - 彭 翔,白伟东,田劲东. 半色调编码计算全息图的数字水印方 法[J]. 光学学报,2007, **27**(6):1011~1017
- 2 Zhu Shao'an, Zhong Yongchun, Wang Hezhou. Photonic band gap of the distorted face-center-cubic structure photonic crystal fabricated by holographic lithography[J]. Acta Optica Sinica, 2006, 26(2): 279~282

朱少安,钟永春,汪河洲. 光全息制作的变形面心立方结构光子 晶体的带隙[J]. 光学学报,2006,**26**(2):279~282 3 Tan Xiaodi, Hidevoshi Horimi. Collinear holographic information storage technologies and system[J]. Acta Optica Sinica, 2006, 26(6): 827~830

谭小地,堀米 秀嘉. 同轴式光全息存储技术及其系统[J]. 光学 学报, 2006, **26**(6): 827~830

- 4 Liang Jun, Gao Hongyi, He Hong *et al.*. Measuring weak phase information based on digital holographic phase difference amplification[J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(4): 526~530 梁 珺,高鸿奕,何 红等. 基于数字全息相位差放大的弱相位 检测方法[J]. 中国激光, 2006, **33**(4): 526~530
- 5 Feng Ying, Wu Ping, Cai Jing. Measuring direction of mechanical micro-deformation by laser holographic interferometry [J], *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(2): 248~252
 冯 颖,吴 平,蔡 静.利用激光全息干涉法测量微小机械变形方向[J].中国激光, 2006, **33**(2): 248~252
- 6 Ming Li, A. Larsson, N. Eriksson *et al.*. Continuous-level phase-only computer-generated hologram realized by dislocated binary gratings[J]. Opt. Lett., 1996, **21**(18): 1516~1518
- 7 M. Makowski, M. Syperk, A. Kolodziejczyk*et al.*. Three-plane phase-only computer hologram generated with iterative Fresnel algorithm[J]. *Opt. Engng.*, 2005, 44(12): 125805-1~5

- 8 J. R. Fienup. Reconstruction of an object from the modulus of its Fourier transform[J]. Opt. Lett., 1978, 3(1): 27~29
- 9 D. A. Gregory, R. D. Juday, J. Sampsell *et al.*. Optical characteristics of a deformable-mirror spatial light modulator[J]. *Opt. Lett.*, 1988, **13**(1): 10~12
- 10 J. M. Florence, T.-H. Lin, W.-R. Wu *et al.*. Improved DMD configurations for image correlation [C]. *Proc. SPIE*, 1990, 1296: 101~109
- 11 R. M. Boysel. A 128×128 frame-addressed deformable mirror spatial light modulator[J]. Opt. Engng., 1991, 30(9): 1422~ 1427
- 12 P. M. Lane. The Complex-Valued Optical Fourier Transform and its Application to Moving-Object Trajectory Estimation[D]. Nove Scotia: Dalhousie University, 1999. 124~132
- 13 J. W. Goodman. Introduction to Fourier Optics [M]. second edition, New York: The McGraw-Hill Companies, Inc., 1996. 79~81
- 14 Lü Naiguang. Fourier Optics [M]. Bei jing: China Machine Press, 2006. 266~268 吕乃光. 傅里叶光学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006. 266~ 268

Chinese Optics Letters (《中国光学快报》)"纳米光学"专题 征 稿 启 事

纳米科学与技术的快速发展对许多学科产生了巨大影响,尤其是激光与光学领域。Chinese Optics Letters (《中国光学快报》)计划于 2008 年 10 月推出"纳米光学"专题栏目,现特向国内外广大读者以及作者 征集"纳米光学"方面原创性的研究论文,旨在集中报道该方面最新的研究成果及研究进展,以引起国内外广 大科研工作者的更大关注。

征稿范围包括:

- Quantum dots and nanowires
- Photonic crystals
- Silicon photonics
- Solar cells and solar energy
- VCSELs
- Slow light and fast light
- Plasmonics
- Other

Feature Editors:

Connie Chang-Hasnain John R. Whinnery Chair Professor in Electrical Engineering and Computer Sciences University of California

截稿日期:2008 年 5 月 15 日

T. P. Lee Telcordia Technologies (Retired)

投稿方式以及格式:可直接将稿件电子版发至邮箱:col@mail.shcnc.ac.cn(主题标明"纳米光学专题投稿"),或通过网上投稿系统直接上传稿件(投稿类型选择 focus issue submission),详情请参见《中国光学快报》网站:http://www.col.org.cn。投稿必须是英文稿,其电子版请使用 Latex 或者 MS-Word 格式。有任何问题请发邮件至 col@mail.shcnc.ac.cn 询问。