

# 一种基于圆内接直角三角形的圆检测方法

商 飞 王丰贵 田 地 赵智慧

(吉林大学仪器科学与电气工程学院, 吉林 长春 130061)

**摘要** 提出一种基于圆内接直角三角形的圆检测方法。创建基于有效像素位置的数组存储空间,将图像空间的搜索任务转移到压缩的数组空间中完成,配以特定的搜索算法,降低了该方法复杂度。在存储空间中分级别搜索直角三角形,将圆参量的求解转化为三角形参量的计算,避免了反复的平方、开方运算,减少了运算时间。在结果计算过程中,将单个直角三角形求解结果进行聚合,最终得到合理全局解。合成图以及实际图像的实验结果表明,该方法用于一般图像的圆检测时,具有独特的抑制噪声以及非圆上边缘点干扰的优势,实验快速、可靠,具有可重复性,检测精度小于 1 pixel。

**关键词** 计算机视觉; 圆检测; 圆内接直角三角形; Hough 变换

**中图分类号** TP391 **文献标识码** A

## A Method for Circle Detection Based on Right Triangles Inscribed in a Circle

Shang Fei Wang Fenggui Tian Di Zhao Zhihui

(College of Instrumentation and Electrical Engineering, Jilin University, Changchun, Jilin 130061, China)

**Abstract** A new method for detecting circles with the characteristic of right triangle inscribed in a circle is proposed. Array storage space based on positions of valid pixels is constructed in order not to search triangles in image space but compressed arrays. By applying special searching algorithms, the complexity of the method is reduced. The procedure searches right triangles in storage space by grades, and then translates the calculation of circle parameters into triangles for the sake of avoiding repeated arithmetic operations and shortening running time. During the work, the proposed method polymerizes single circle parameters efficiently to get the final global results. Experimental results from composite and real images show the proposed algorithm can suppress noise interferences effectively when detecting circles in normal images. Compared with existing methods, it is faster, more reliable, and repeatable, and the accuracy is less than 1 pixel.

**Key words** computer vision; circle detection; right triangle inscribed in a circle; hough transform

## 1 引 言

在基于计算机视觉检测的领域,如特征提取<sup>[1,2]</sup>、自动化装配、智能状态检测等,圆形目标的检测定位是一项重要的工作<sup>[3,4]</sup>。比较常用的圆检测方法是 Hough 变换算法,它属于全局参量变换算法,采用投票选取峰值参量的方法,将图像空间的特征检测转化为参量空间的峰值检测。在投票过程

中,噪声因分布不集中而被有效地抑制,但标准 Hough 变换(SHT)采用“一对多”映射机制,需要构建三维累加器空间,存在计算复杂、占用内存大等问题。许多新的方法<sup>[5-9]</sup>被提出以改善 Hough 变换的性能,这些方法都是通过尽可能降低参量空间维数、减少变换点数、提升系统运行速度等方法来实现的。比较典型的方法是随机 Hough 变换(RHT)<sup>[10]</sup>,采用

**收稿日期:** 2007-09-05; **收到修改稿日期:** 2007-11-06

**基金项目:** 国家科技基础条件平台建设项目(2004DKA10010, 2005DKA10103)资助课题。

**作者简介:** 商 飞(1981-),男,江苏人,博士研究生,主要从事计算机视觉、视频图像处理等方面的研究。

E-mail: shangfei\_jlu@126.com

**导师简介:** 田 地(1958-),男,教授,博士生导师,主要从事分析仪器网络化、远程测控系统等方面的研究。

E-mail: tiandi@jlu.edu.cn

“多对一”映射减少计算量,使用动态链表结构降低参量分配空间,但随着圆的特征边缘点与图像中总边缘点比率的降低,噪声增多,随机三点的无效累积增多,性能将降低<sup>[11]</sup>,另外反复的平方开方运算增加了运算复杂度。

本文提出了基于圆内接直角三角形的圆检测算法,采用向量数组结构,从图像边缘点中提取出满足条件的直角三角形,利用直角三角形的顶点信息求解圆参量,避免了边缘点的随意无效累积,算法可以有效抑制噪声及非圆上边缘点的干扰,具有内存占用少、运算复杂度低等特点,并且实验具有可重复性。

## 2 理论分析

### 2.1 基于有效像素位置的数组存储空间

假定图像大小为  $M \text{ pixel} \times N \text{ pixel}$ ,经过边缘检测之后,存在如下结果:

$$p_{m,n} = \begin{cases} 255, & \text{if edged} \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (1)$$

式中  $p_{m,n}$  为边缘检测图像中第  $n$  行  $m$  列的像素灰度值 ( $0 \leq n < N; 0 \leq m < M$ )。

创建数组  $a_{N,M}$ ,对于第  $n$  行边缘像素,从左往右依次扫描整行边缘像素,随着  $m$  增加,如果  $p_{m,n} = 255$ ,则

$$a_{n,i} = \begin{cases} m, & 0 < i < M \\ M, & i = 0 \end{cases} \quad (2)$$

然后  $i+1$ ,继续依次扫描 ( $m$  增加),待到第  $n$  行扫描结束,继续扫描第  $n+1$  行,直至边缘图像全部扫描完毕。最终,有效像素位置数组中压缩存储了所有边缘像素点的位置信息。

### 2.2 圆内接直角三角形特性

如图 1 所示,直角三角形  $A_i B_i C_i (i = 1, 2, 3, 4)$

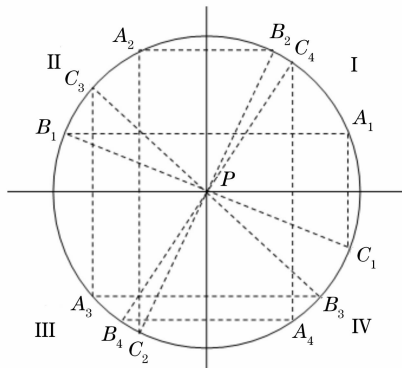


图 1 圆内接直角三角形特性示意图

Fig. 1 Schematic diagram of right triangle inscribed in a circle

为圆内接直角三角形。 $A_i, B_i, C_i$  各点的位置坐标分别为  $(X_{A_i}, Y_{A_i}), (X_{B_i}, Y_{B_i}), (X_{C_i}, Y_{C_i})$ 。

约定  $A_i$  为起始搜索点,  $B_i$  为点  $A_i$  的水平方向的边缘像素点,  $C_i$  为  $A_i$  垂直方向的边缘像素点,且  $A_i, B_i, C_i$  各点均在圆上,可以得到  $X_{C_i} = X_{A_i}, Y_{B_i} = Y_{A_i}$ 。

由圆的属性可知,圆内接直角三角形的斜边均经过圆心(见图 1 中  $P$  点),且斜边的长度为圆的直径长度,即可得圆心与半径的计算公式。由直角三角形  $A_i B_i C_i (i = 1, 2, 3, 4)$  确定的圆心  $P$  的横坐标、纵坐标以及圆半径分别为

$$\begin{cases} X_{P_i} = (X_{B_i} + X_{A_i})/2, & (3) \\ Y_{P_i} = (Y_{A_i} + Y_{C_i})/2, & (4) \\ r_{P_i} = \frac{1}{2} \sqrt{(X_{B_i} - X_{A_i})^2 + (Y_{A_i} - Y_{C_i})^2}. & (5) \end{cases}$$

### 2.3 分级别搜索圆内接直角三角形

搜索级别分为右下方搜索、左下方搜索、右上方搜索、左上方搜索、全局搜索五种。所谓右下方搜索是指在确定起始搜索点之后,向右、向下分别搜索水平和垂直方向边缘像素点。左下方搜索和右上方搜索、左上方搜索与右下方搜索类似,区别仅在于搜索方向不同,以下只使用右下方搜索为例作算法说明。对于全局搜索,则是上下左右全局搜索水平、垂直方向的边缘像素点。图 1 中,十字架将目标圆划分为 I、II、III、IV 四个象限,  $A_1, A_2, A_3, A_4$  四个起始搜索点分别位于四个象限,反映了各搜索级别搜索水平、垂直点的情况。

圆内接直角三角形的求取方法如下:

1) 由边缘图像创建有效像素位置存储空间  $a_{N,M}$ ,并初始化搜索级别。

2) 从存储空间中取出起始搜索点  $A_i = a_{j,i}$ 。

3) 如果搜索级别为右下方搜索,则在存储空间中从第  $j+1$  行开始搜索,如果搜索级别为全局搜索,则需要从第 0 行开始搜索满足  $a_{ch} = a_{j,i}$  的元素,  $v \neq j$ 。

若成功搜索到,则垂直方向的像素点  $C_i$  在边缘图像中的坐标为  $(a_{v,h}, V)$ ,继续;若搜索失败,转 2),重新搜索直角三角形。

4) 如果搜索级别为右下方搜索,则水平方向的像素点  $B_i$  为存储空间中第  $j$  行中位于第  $i$  列后的不为 0 的元素;如果为全局搜索,则是第  $j$  行除第  $i$  列以外的所有不为 0 的元素,结束此轮搜索后转 2) 继续搜索其他三角形。

至此,搜索到了一系列以  $A_i, B_i, C_i$  为顶点的直

角三角形。可以看出通过有效像素位置存储空间利用,配以特定的搜索算法,将原本在整个图像空间的搜索任务转移到一个压缩的数组空间中完成,有效降低了搜索复杂度。

## 2.4 圆参量计算

由于图像中混叠干扰、量化噪声的存在,利用搜索到的直角三角形求取的圆参量存在一定的误差,因此需要将所求得的圆参量进行分类聚合。

传统的参量聚合方式是求出当前参量与前面所求参量之间的欧氏距离,如果距离小于一个预设阈值,则将前面所求参量的累加器值加 1,放弃当前所求参量<sup>[10]</sup>。这种聚合方式由于前面所求参量的先入为主,可能主动放弃正确的圆参量值,导致圆参量产生偏差,因此提出一种新的参量聚合方式。首先提出同类圆参量结构体作为向量数组的基本元素。在该结构体中, $i_{\text{Ord}}$ 表示类别号,圆参量距离接近的被聚合为同一类,赋予一个不同于其他类的类别号; $l_{\text{Vot}}$ 表示圆参量属于同一类的三角形的个数,此数值最终得出各候选圆心、半径的峰值投票数; $X_{\text{cen}}$ 和 $Y_{\text{cen}}$ 分别代表同一类圆参量的圆心坐标; $d_{\text{Rad}}$ 则给出此类圆的半径值。

对于圆参量为 $X_{P_i}, Y_{P_i}, r_{P_i} (i=1, 2, \dots, T)$ 的情况,定义

$$\begin{cases} |X_{P_i} - X_{\text{cen}}| < C_{\text{dif}}, \\ |Y_{P_i} - Y_{\text{cen}}| < C_{\text{dif}}, \\ |r_{P_i} - d_{\text{Rad}}| < R_{\text{dif}}, \end{cases} \quad (6)$$

式中 $C_{\text{dif}}$ 为圆心坐标误差限, $R_{\text{dif}}$ 为圆半径误差限。如果满足(6)式,则将此圆参量使用

$$X_{\text{cen}} = \frac{l_{\text{Vot}} X_{\text{cen}} + X_{P_i}}{l_{\text{Vot}} + 1}, \quad (7)$$

$$Y_{\text{cen}} = \frac{l_{\text{Vot}} Y_{\text{cen}} + Y_{P_i}}{l_{\text{Vot}} + 1}, \quad (8)$$

$$d_{\text{Rad}} = \frac{l_{\text{Vot}} d_{\text{Rad}} + r_{P_i}}{l_{\text{Vot}} + 1} \quad (9)$$

聚合到此类圆中。

在圆参量分类聚合之后,为了避免同类圆内接直角三角形的多余运算,进一步降低运算复杂度,算法以同一类圆的每个直角三角形的三个顶点为统计元,累计落在对应分类圆上的不同边缘像素点的个数为 $S$ ,设定阈值 $T$ ,记 $r$ 为算法首次确定的对应分类圆半径值,则 $T = 4\pi r/3$ 。

如果某类圆上边缘像素点的个数 $S$ 大于等于对应的阈值 $T$ ,说明该分类圆已经确定存在,则该类圆的圆参量停止聚合。如果停止聚合的分类圆的数量

达到最大检测圆数目 $N$ ,说明算法成功检测到 $N$ 个圆,算法退出。

## 3 实验结果

### 3.1 合成图像

本文分别使用右下方搜索、全局搜索、随机 Hough 变换的方法对同一幅合成图像进行算法对比,算法使用 VC++ 6.0 实现,实验环境为 CPU 为奔腾 1.73 GHz, RAM 为 256 MB。

图 2 为对比实验原图,大小为 330 pixel  $\times$  330 pixel。

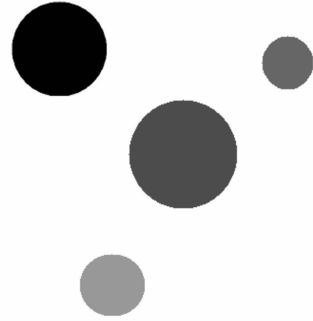
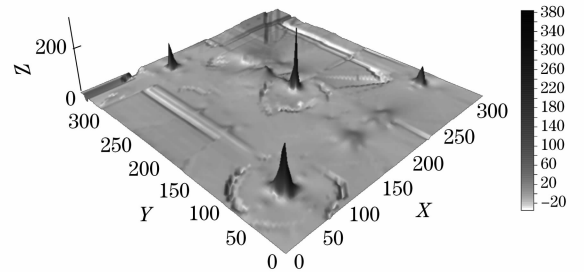


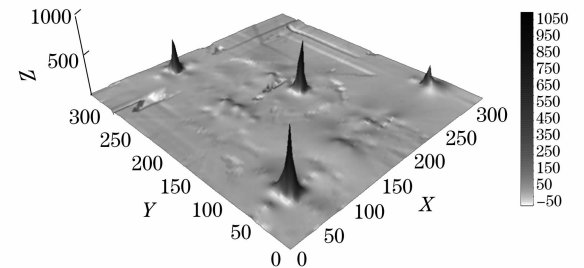
图 2 合成图像

Fig. 2 Synthetic image

图 3(a)是根据搜索级别为右下方搜索的实验数据( $l_{\text{Vot}}$ 值)绘制的三维图像,图 3(b)为全局搜索的结果。由图 3 可见,两种搜索级别都正确检测出



(a) searching toward the bottom of right side



(b) global searching

图 3 不同搜索级别得到的实验结果。(a)右下方搜索,

(b)全局搜索

Fig. 3 Experimental results of different searching grade

了原图中的四个圆心。

右下方搜索的运行时间为 31 ms,而全局搜索的运行时间为 62 ms。随机 Hough 变换实验采用独立运行 50 次取平均值的方法得出,平均运行时间 366.6735 ms。可见,本文所提的方法可以大幅度节省圆检测时间。

### 3.2 实际图像

图 4(a)为一张实际图像<sup>[5]</sup>,测试环境同上,图像大小为 288 pixel × 288 pixel,圆检测结果如图 4(b)所示。

表 1 为图 4(a)中 9 个圆对应圆参量的检测值以及实际值的对比,可见,检测误差均小于 1 pixel,

表 1 圆参量检测值与实际值对比

Table 1 Comparison of circle parameters between detected value and real value

Circle number	Detected value		Real value	
	Circle center	Diameter	Circle center	Diameter
1	(94.0285, 71.2084)	59.2589	(94, 72)	59
2	(58.5144, 149.085)	59.1986	(58, 149)	59
3	(107.951, 219.101)	58.7523	(108, 219)	59
4	(193.306, 210.444)	59.5492	(193, 210)	59
5	(229.255, 132.529)	59.9377	(229, 133)	59
6	(179.718, 63.3524)	59.8032	(180, 64)	59
7	(143.027, 139.907)	29.3265	(143, 140)	29
8	(143.636, 140.785)	60.3064	(143, 140)	60
9	(143.271, 140.981)	271.652	(143, 140)	272

## 4 讨 论

按照全局搜索的原理,圆上每个边缘点可以参与创建 3 个圆内接直角三角形,若依照三个顶点依次是起始搜索点→水平方向像素点→垂直方向像素点的顺序排列,图 5 中由  $D_1$  作顶点的三个圆内接直角三角形为,  $D_1 \rightarrow D_3 \rightarrow D_2$ ,  $D_2 \rightarrow D_4 \rightarrow D_1$ ,  $D_3 \rightarrow D_1 \rightarrow D_4$ 。

鉴于圆内接直角三角形的特殊性,可以得到:

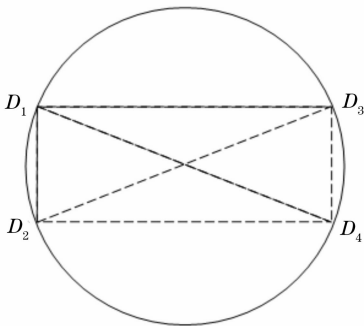


图 5 顶点  $D_1$  参与创建的三个直角三角形

Fig. 5 Three right triangles associated with one point  $D_1$

满足实际圆检测应用中的精度要求。

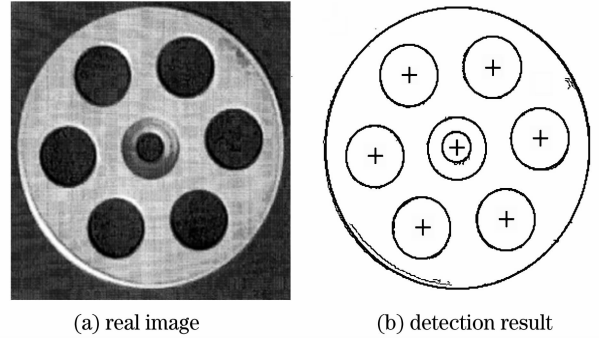


图 4 真实图像(a)及其检测结果(b)

Fig. 4 Real image (a) and detection result (b)

全局搜索是右下方搜索得到的圆内接直角三角形个数的 3 倍,结合图 3 的实验结果,全局搜索得到的真实圆心处峰值近似是按照右下方搜索方案得到的峰值的 3 倍;圆上每个边缘点都会为同一类圆参量投票三次,非圆上边缘点以及噪声点则没有此特性,因此在全局搜索情况下,基于圆内接直角三角形的检测圆方法可以较好地抑制噪声以及非圆上边缘点的干扰。

图 3(a)中除真实圆心处的峰值之外出现一定的起伏现象,说明存在局部噪声点也获得了较高的投票,而图 3(b)中则比较平缓,圆心峰值与非圆心峰值的比值相对于图 3(a)大,证实全局搜索方案,相对于右下方搜索方案有更高的信噪比。

从圆参量检测时间上看,右下方搜索方案执行时间为 31 ms,而全局搜索方案需要 62 ms,说明了检测时间与圆检测可靠性相互矛盾的一面。

## 5 结 论

提出一种基于圆内接直角三角形的圆检测方

法。该方法创建基于有效像素位置的数组存储空间,将图像空间的搜索任务转移到压缩的数组空间中完成,配以特定的搜索算法,降低了方法复杂度。实验结果及讨论可见,本算法能够可靠地检测出一般图像中的圆形标志物,具有独特的抑制噪声以及非圆上边缘点干扰的优势,实验具有可重复性、占用内存少和检测速度快。

### 参 考 文 献

- 1 M. Blanco, M. G. Penedo, N. Barreira *et al.*. Localization and extraction of the optic disc using the fuzzy circular Hough transform[C]. *Artificial Intelligence and Soft Computing*, 2006, **4029**: 712~721
- 2 T. D'orazio, C. Guaragnellab, M. Leo *et al.*. A new algorithm for ball recognition using circle Hough transform and neural classifier[J]. *Pattern Recognition*, 2004, **37**(3): 393~408
- 3 Ao Lei, Tan Jiubin, Cui Jiwen *et al.*. Fast and precise center location for circle target of CCD laser autocollimator[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(2): 253~258  
敖 磊,谭久彬,崔继文等.一种快速高精度激光 CCD 自准直仪圆目标中心的定位方法[J]. *光学学报*, 2007, **27**(2): 253~258
- 4 Ao Lei, Tan Jiubin, Cui Jiwen *et al.*. Anti-noise and precise circle target center location method of CCD laser autocollimator [J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(12): 1609~1614  
敖 磊,谭久彬,崔继文等.激光 CCD 自准直仪圆目标中心抗噪声精确定位方法[J]. *中国激光*, 2006, **33**(12): 1609~1614
- 5 Kim H, Kim J. A two-step circle detection algorithm from the intersecting chords[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2001, **22**(6): 787~798
- 6 T. C. Chen, K. L. Chung. An efficient randomized algorithm for detecting circles [J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2001, **83**(2): 172~191
- 7 Yu Xinrui, Wang Shigang, Guan Baiqing *et al.*. A fast interference-resistant deformable template method for detecting the circle[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(8): 1115~1119  
于新瑞,王石刚,关柏青等.一种快速检测圆的抗干扰变形模板方法[J]. *光学学报*, 2004, **24**(8): 1115~1119
- 8 Shih-hsuan Chiu, J. L. Liaw. An effective voting method for circle detection[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2005, **26**(2): 121~133
- 9 Hou Chenggang, Yang Wenxian, Qu Liangsheng. A robust subpixel algorithm for the center of circle detecting[J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(4): 481~485  
侯成刚,杨文献,屈梁生.一种快速检测圆心的抗噪声亚像素算法[J]. *光学学报*, 1998, **18**(4): 481~485
- 10 P. Kultanen, Lei Xu, E. Oja. Randomized Hough transform (RHT)[C]. in *Proc. 10th Inter. Con. Patt. Recogn.*, 1990. 631~635
- 11 Lei Xu, E. Oja. Randomized Hough transform (RHT): Basic mechanisms, algorithms, and computational complexities [J]. *CVGIP: Image Understanding*, 1993, **57**(2): 131~154