

小波变换轮廓术中用小波脊系数幅值引导 相位展开的研究

李思坤 陈文静 苏显渝

(四川大学电子信息学院, 四川 成都 610064)

摘要 为了减少小波变换轮廓术中相位展开过程的误差传递,从小波变换的相关实质出发,提出了在小波变换轮廓术中利用以前被忽略的小波脊系数幅值作为可靠度判据指导相位展开的方法。该方法选择最大幅值的小波脊系数所在位置作为相位展开起始点,根据小波脊系数幅值的大小,确定一条由大幅值到小幅值的最优化的展开路径,最大限度减少了相位展开过程中的误差传递。由于充分利用了小波变换系数的幅值信息,最大限度减小了相位展开过程中的误差传递。计算机模拟和实验验证了基于小波脊系数幅值的相位展开方法的正确性。

关键词 光学测量; 相位展开; 小波变换轮廓术; 小波脊; 条纹分析

中图分类号 O438.2 文献标识码 A

Phase Unwrapping Guided by Amplitude of Wavelet Ridge Coefficients in Wavelet Transform Profilometry

Li Sikun Chen Wenjing Su Xianyu

(School of Electronic and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China)

Abstract In order to limit the error transfer in wavelet transform profilometry, we propose an idea that the amplitude values of wavelet transform coefficients at wavelet-ridge position, which has been ignored before, can be used to guide the phase unwrapping. It means that the wrapped phase located at the pixel with highest amplitude value will be selected as the starting point of the phase unwrapping, and then the pixel with higher amplitude value will be unwrapped earlier. So the path of phase unwrapping is always along the direction from the pixel with higher amplitude value to the one with lower amplitude value. Because of making full use of the amplitude information of wavelet coefficients at wavelet-ridge position, the error transfer is limited within local minimum areas during the process of phase unwrapping. Computer simulation and experimental result verify the proposed idea.

Key words optical measurement; phase unwrapping; wavelet transform profilometry; wavelet ridge; fringe analysis

1 引言

光学三维传感具有非接触、精度高、测量速度快、自动化程度高等优点,广泛地应用在机器视觉、自动加工、工业自动检测、产品质量控制、实物仿型、生物医学等领域。基于相位测量的光学三维传感方法最后都是通过计算反正切函数得到相位值,因此相位值分布在 $(-\pi, \pi)$ 之间,呈现锯齿状不连续分布,被称为相位截断。为了从相位中计算被测物体

的高度分布,必须将由于反正切函数运算引起的截断相位恢复成原有的连续相位,这一过程称为相位展开。相位展开是光学三维传感的一个关键技术,国内外学者对此进行了大量研究工作,取得了很多成果^[1~4]。

近年来,小波变换被引入基于结构光照明的光学三维轮廓测量中,出现了小波测量轮廓术^[5]和采用小波方法消除无效信息的方法^[6,7]。在小波测量

收稿日期: 2007-08-07; 收到修改稿日期: 2007-10-29

基金项目: 国家自然科学基金(60677028)资助课题。

作者简介: 李思坤(1982-),男,山东人,硕士研究生,主要从事三维面形测量方面的研究。E-mail: lisk0409@126.com

导师简介: 陈文静(1968-),女,四川人,教授,硕士生导师,主要从事光信息处理、三维测量等方面的研究。

E-mail: chenwj0409@163.com

轮廓术中,采用复小波通过计算机自动检测结构光场的小波脊信息,提取出小波脊处的相位函数,最终得到全场条纹图中的相位分布信息。由于得到的仍然是截断相位,需要进行相位展开。文中从小波变换的相关实质出发,分析了小波脊处小波变换系数的幅值信息(简称小波脊系数幅值)。可以作为相位展开的可靠度依据。给出一种简化的可靠度排序算法进行相位展开。

2 原 理

2.1 小波变换轮廓术

小波变换轮廓术与傅里叶变换轮廓术的测量光路完全相同^[5,8,9~11],如图 1。成像装置获得的变形结构光场为

$$g(x, y) = m(x, y) + n(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y)], \quad (1)$$

式中 f_0 为光栅像的基频, $m(x, y)$ 为物体条纹的背景分布, $n(x, y)$ 为衬比度, $\varphi(x, y)$ 为物体高度分布 $h(x, y)$ 引起的相位调制。对 $g(x, y)$ 沿条纹结构方向作一维小波变换, 设 $g(x, y)$ 在此方向上的一维分布表示为 $f(x)$, 其连续小波变换系数定义 $W_f(a, b)$ 为

$$W_f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \overline{\Psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt = \frac{1}{\sqrt{a}} \langle f(x), \overline{\psi}_{a,b}(x) \rangle, \quad (2)$$

式中 $\overline{\Psi}(t)$ 为母小波的复共轭, a 为小波函数的尺度伸缩因子, b 为位移因子。小波系数的幅值 $A(a, b)$ 和相位 $\phi(a, b)$ 可分别表示为

$$A(a, b) = \sqrt{\{\text{Im}[W_f(a, b)]\}^2 + \{\text{Re}[W_f(a, b)]\}^2}, \quad (3)$$

$$\phi(a, b) = \arctan\{\text{Im}[W_f(a, b)]/\text{Re}[W_f(a, b)]\}. \quad (4)$$

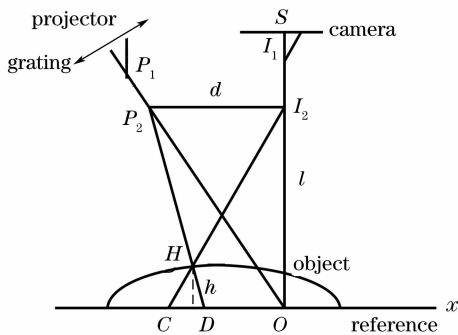


图 1 测量系统光路图

Fig. 1 Light path in the measurement system

沿尺度轴方向上,不同位置的小波变换幅值的最大值的连线定义为小波变换的“脊”。“脊”所对应的 a 就是最佳尺度,记做 a_{rb} 。提取脊所对应的相位值,得到含有物体高度信息的调制相位

$$\varphi(b) = \phi(a_{rb}, b), \quad (5)$$

在远心光路条件下,考虑到实际测量中 $L_0 \gg h(x, y)$, 被测物体的高度分布与相位关系为

$$\varphi(x, y) = \Delta\phi(x, y) = -2\pi f_0 dh(x, y)/L_0, \quad (6)$$

式中 L_0, d 都为结构参量。

2.2 小波脊系数幅值

(2)式表明小波变换的实质是 $f(x)$ 与小波函数 $\overline{\psi}(x)$ 的相关运算,描述的是信号与小波序列的相似程度,幅值和相位综合反映了它们的相似程度。当信号的局部频率与相应尺度的小波函数振荡频率相同或者相近时,小波提取的相位越准确,对应的小波变换系数幅值相应较大,即小波脊系数幅值越大时,相似度越高。

为了准确地提取出相位信息,通过计算机编程检测到任意位置 b 小波脊处的尺度因子 a_{rb} ,使得伸缩因子 a_{rb} 的小波同位置 b 处的局部结构条纹最相似。实际计算过程中,设置尺度 a 在一定范围变化,图 2(a)为用计算机模拟的由 $n \cdot \text{peaks}$ 函数调制的变形条纹图,此处 $n=1.5$ 投影的正弦结构条纹的周期为 6 pixel。图 2(b)为计算机检测到的整个图像的小

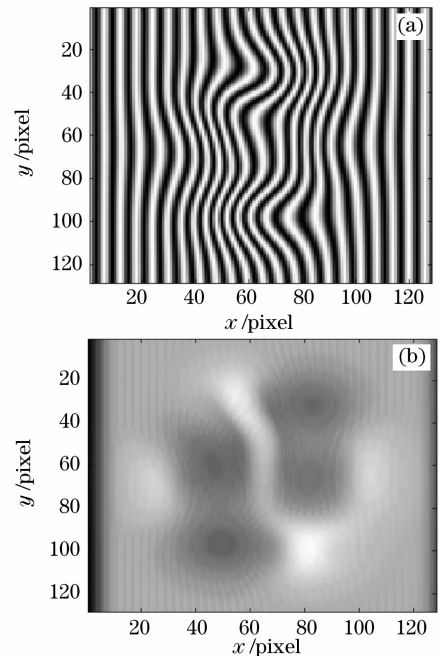


图 2 变形条纹(a)及其变形条纹小波脊系数幅值(b)

Fig. 2 Deformed fringe pattern (a) and amplitude of wavelet coefficients at wavelet-ridge position (b)

波脊系数的幅值分布图,它反映了小波和局部条纹的相似程度。此处, a 的取值范围为 $[1,10]$, ∂a 取 0.5。对比观察图 2(a)、图 2(b)可见,由于 $a_{rb} = 1/f_b^{[5]}$ (f_b 为位置 b 处的局部频率),对应变形条纹图中较宽的部分,局部频率较小, a_{rb} 相对较大,小波脊系数幅值较大;变形条纹中较窄的部分,局部频率较大, a_{rb} 相对较小,小波脊系数幅值较小。因为在不存在阴影和条纹断裂时,准确的 a 值在 $[a-\partial a, a+\partial a]$ 之间, a 的值可能存在 $\pm \partial a/2$ 的误差量,它对低频率的条纹部分的小波脊系数幅值影响较小,相位提取的准确度相对较大(如图 2(b)对应部分较明亮),对较高频率部分的小波脊系数幅值影响较大[如图 2(a)所示],相位提取准确度相对较低[如图 2(b)对应部分较暗]。此外,如果条纹中存在阴影和条纹断裂时,小波和局部条纹的相似度小,小波脊系数幅值小。可见小波脊系数幅值可以作为一个可靠度判据,用来指导相位展开。

2.3 相位展开方法及算法

在相位展开过程中,对小波脊系数幅值从大到小排序,从幅值最大处开始进行,选择一条沿着幅值最大的相位展开路径,减少了误差传递,提高了相位展开的准确度。

传统的可靠度排序的相位展开算法^[1,2]需要一

个队列 Q 存放依次排列的未展开点的 $A(a,b)$;每展开一个点,都要将该点周围未展开的点送入队列,进行排序,在 Matlab 计算机语言平台上,非常费时。本文在此基础上进行改进。基于滤波思想,首先设置一个与小波脊系数幅值矩阵和截断相位矩阵等大小的二进制矩阵 N (N 中元素的坐标和前两者对应相同), N 的元素值预先设定为 0,根据展开过程, N 的值动态发生改变。用 N 将参加排序的点滤出,即将 N 与小波脊系数模值矩阵相乘,检测出滤出点中最大值的坐标,即为参加排序点中小波脊系数模值最大值的坐标,从而得到即将进行相位展开的点的坐标。

此外,还需要设置一个二进制模板 M 用于标记已展开点,该模板的值预先设为 0,表示相位尚未展开,每展开一个点,将它在模板上的值置为 1。具体步骤如下:

1)首先找到小波脊系数幅值 $A(a,b)$ 最大值点。将此点作为相位展开的起始点,在二进制模板 M 上将与该点对应的点标记为已展开(值为 1),在 N 中找出与之对应的点,并将与之相邻的 4 个元素的值设置为 1。如图 3(a)所示。

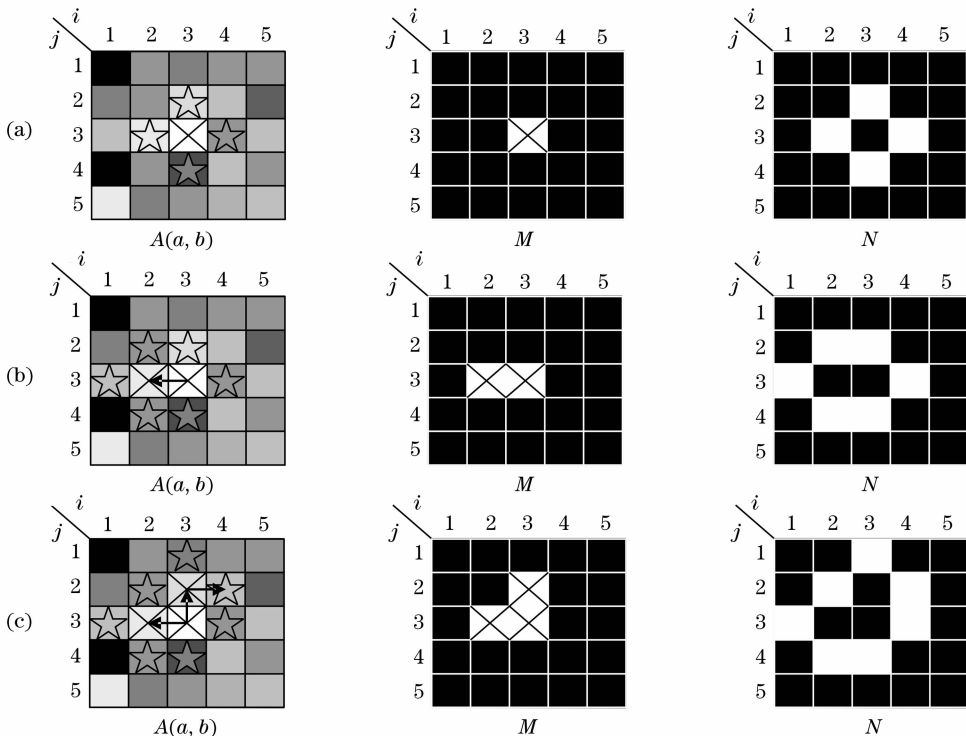


图 3 用小波脊系数幅值引导相位展开方法算法。(a)第一步,(b)第二步,(c)第三步

Fig. 3 Phase unwrapping algorithm guided by amplitude of wavelet coefficients at wavelet-ridge position. (a) Step 1, (b) step 2, (c) step 3

2) 用二进制矩阵 N 乘以 $A(a, b)$, 滤出 $A(a, b)$ 中已展开点的邻点, 找出滤出点中最大值的坐标, 完成截断相位矩阵中已展开的起始点与该坐标点间的相位展开, 即当该点与起始点相位之差大于 π 时, 该点相位值减去 2π , 相位之差小于 $-\pi$ 时加上 2π , 直到二者相位差的绝对值小于 π 。将该点在模板 M 上的对应点标记为已展开。然后在 N 矩阵中将与该点相邻的未展开点(模板值为 0)的值设为 1, 并将刚才展开过点的值置为 0, 如图 3(b) 所示。

3) 重复步骤 2), 如图 3(c) 所示。当模板标记全为 1 时, 表示所有点已经展开, 结束该算法。

3 模拟及实验

采用计算机模拟和实验来验证所提出的方法在相位展开中的作用。模拟系统结构参量为 $L_0/d=1$, 模拟的被测物体由 Matlab 函数库中提供的 peaks 函数表示(高度可调以满足不同的模拟的要求), 设置 $h=n \cdot \text{peaks}$ 。当 $n=1$ 时, 其最大的高度

为 8.10 mm, 图像的尺寸为 128 pixel \times 128 pixel。为不失一般性, 分别模拟了变形条纹中存在局部阴影的情况和物体表面存在狭缝引起变形条纹局部断裂的情况。

对于存在局部阴影的情况, 模拟物体高度为 $h=3.5 \text{ peaks}$, 如图 4(a) 所示, 变形条纹如图 4(b) 所示。小波变换轮廓术提取出截断相位, 由于阴影的存在引起局部相位提取不可靠, 无法正确地恢复物体面形。图 5(a) 和图 5(b) 分别为用传统的相位展开方法进行相位展开后恢复的物体面形及对应的误差分布, 由于阴影的存在引起相位展开过程中误差的传递(常称为拉线误差), 不能正确地恢复物体面形。

图 6(a) 为小波脊系数幅值的分布图, 图 6(b)、图 6(c) 为小波脊系数幅值指导相位展开方法进行相位展开后恢复的物体面形及对应的误差分布。与传统相位展开方法进行相位展开恢复的物体面形相比, 其误差被限制在了很小的区域内部。

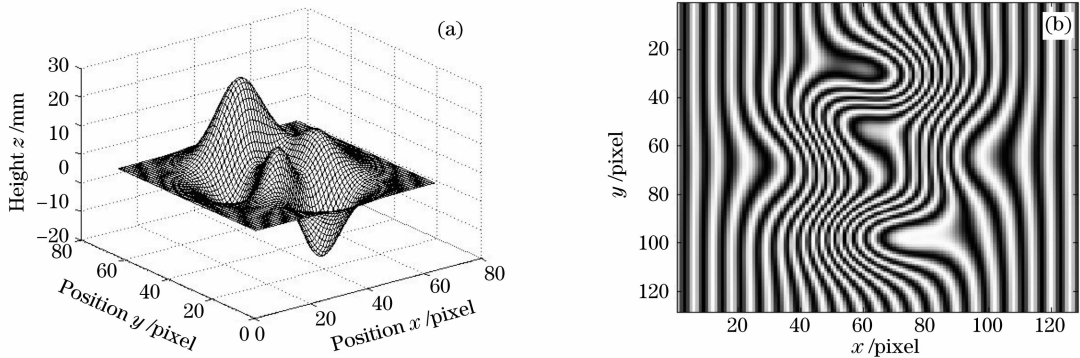


图 4 存在局部阴影时模拟物体(a)及其变形条纹(b)

Fig. 4 Simulated object (a) and deformed fringe pattern (b) with local shadow

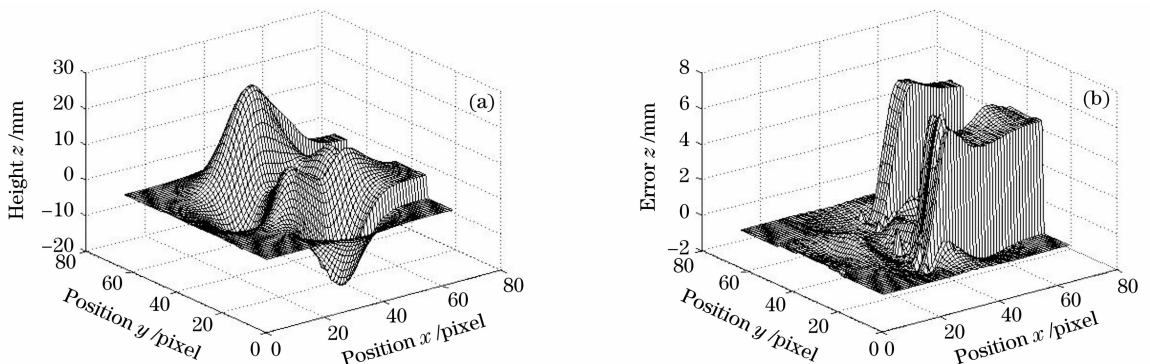


图 5 存在局部阴影时传统相位展开方法恢复的物体面形(a)及误差分布(b)

Fig. 5 Restored object (a) and error distribution (b) using traditional phase unwrapping algorithm with local shadow

对于存在局部条纹断裂的情况, 模拟的物体如图 7(a) 所示, 物体表面存在狭缝, 引起变形条纹对应狭缝区域出现断裂, 如图 7(b) 所示。用小波变换轮

廓术提取出截断相位, 条纹断裂的存在引起局部相位提取不可靠, 无法正确地恢复物体面形。图 8(a) 和图 8(b) 分别为传统相位展开方法进行相位展开后恢

复的物体面形及对应的误差分布,断裂的存在引起相位展开过程中出现拉线误差。图 9 为采用提出的小波脊系数幅值指导相位展开方法进行相位展开的结果。图 9(a)为小波脊系数幅值的分布图,图 9(b)和

图 9(c)为恢复的物体面形及对应的误差分布。和用传统相位展开方法进行相位展开恢复的物体面形相比,其误差同样被限制在了很小的区域内部。

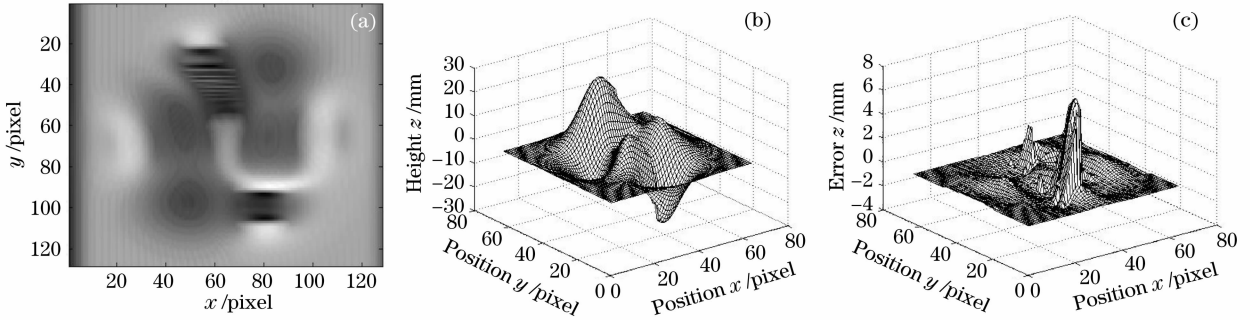


图 6 存在局部阴影时小波脊系数幅值分布 (a),由小波脊系数幅值引导相位展开方法恢复的物体面形(b)及误差分布(c)
 Fig. 6 Amplitude distribution of coefficient at wavelet-ridge position (a), restored object using the phase unwrapping algorithm guided by amplitude of coefficients at wavelet-ridge position (b) and error distribution (c) with local shadow

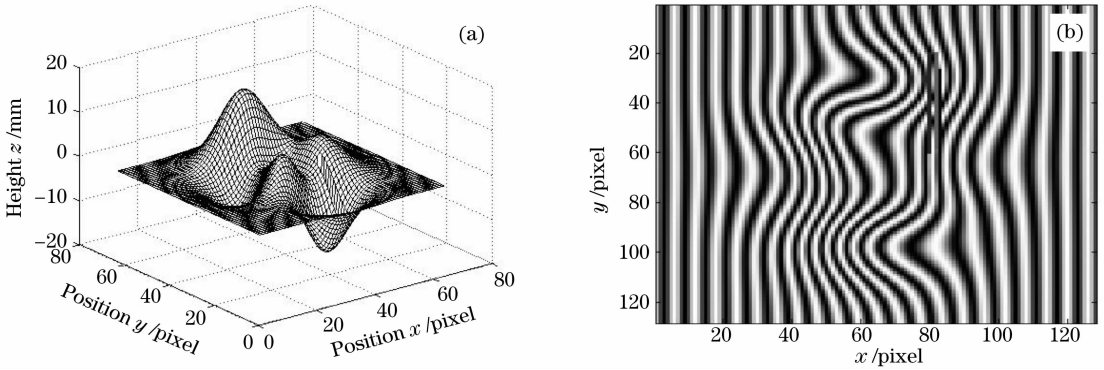


图 7 存在局部条纹断裂时模拟物体(a)和变形条纹(b)

Fig. 7 Simulated object (a) and deformed fringe pattern (b) with break zones of local fringe

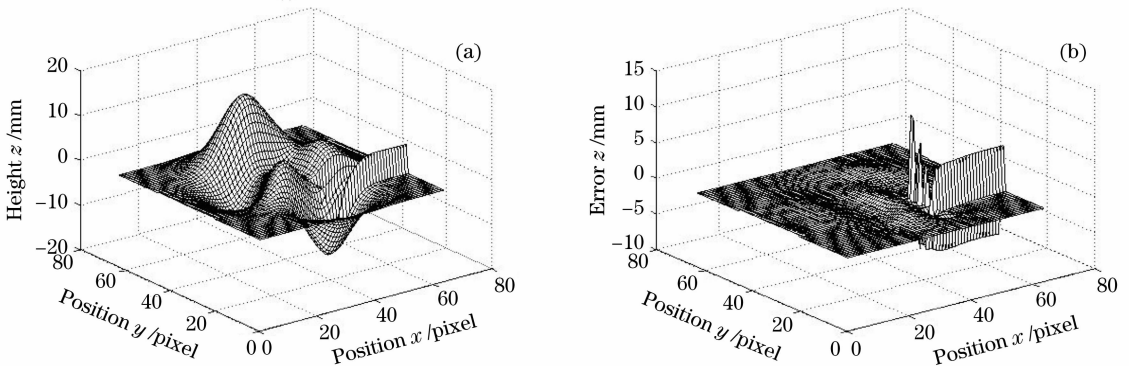


图 8 存在局部条纹断裂时传统相位展开方法恢复的物体面形(a)及误差分布(b)

Fig. 8 Restored object (a) and error distribution (b) using traditional phase unwrapping algorithm with break zones of local fringe

为了验证分析,进行了实验。被测物体呈抛物面形,采集到的变形条纹图如图 10(a)所示,物体左侧存在较浓的阴影,阴影的存在使采集到的变形条纹存在断裂。阴影和条纹断裂的存在造成小波变换轮廓术提取的相位可靠度很低,对应区域小波脊系

数幅值很小,如图 10(b)所示。传统的相位展开方法中相位展开的路径是固定地按照行或列的顺序进行展开。在经过这些区域时会导致误差沿着展开路径传递,使得与这些区域邻近的原本可靠区域的相位信息也变得不可靠。所以,用传统的相位展开方

法进行相位展开,无法得到正确的展开相位,恢复的物体面形如图 10(c)所示,存在很大的拉线误差。用小波脊系数幅值对相位展开路径进行指导后恢复的物体面形如图 10(d)所示,从图 10(c)和图 10(d)可见,采用小波脊系数幅值作为可靠度指导相位展

开,最大程度地减少了误差的传递,将误差限制在了很小的区域内。对于被阴影完全覆盖使变形条纹丧失而不能恢复的区域,我们可以采用插值得到其近似相位值,然后进行面形恢复^[2]。

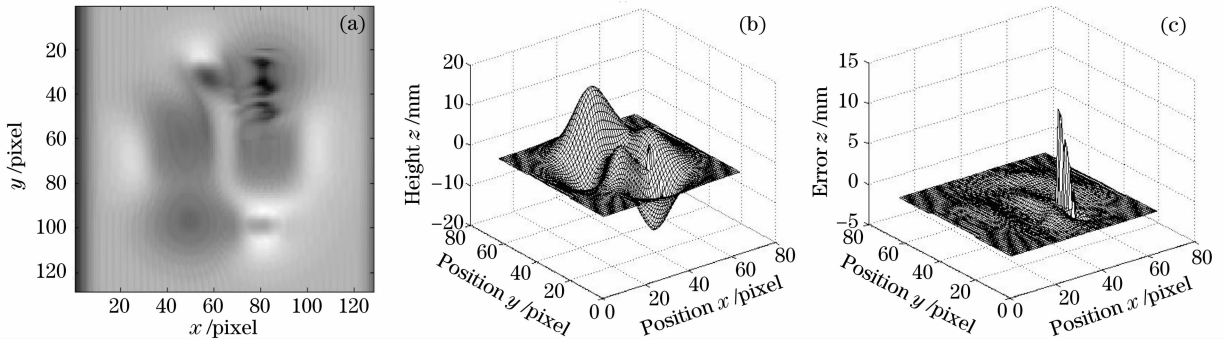


图 9 存在局部条纹断裂时小波脊系数幅值分布(a),由小波脊系数幅值引导的相位展开方法恢复的物体面形(b)及误差分布(c)
Fig. 9 Amplitude distribution of coefficient at wavelet-ridge position (a), restored object using the phase unwrapping algorithm guided by amplitude of coefficients at wavelet-ridge position (b) and error distribution (c) with break zones of local fringe

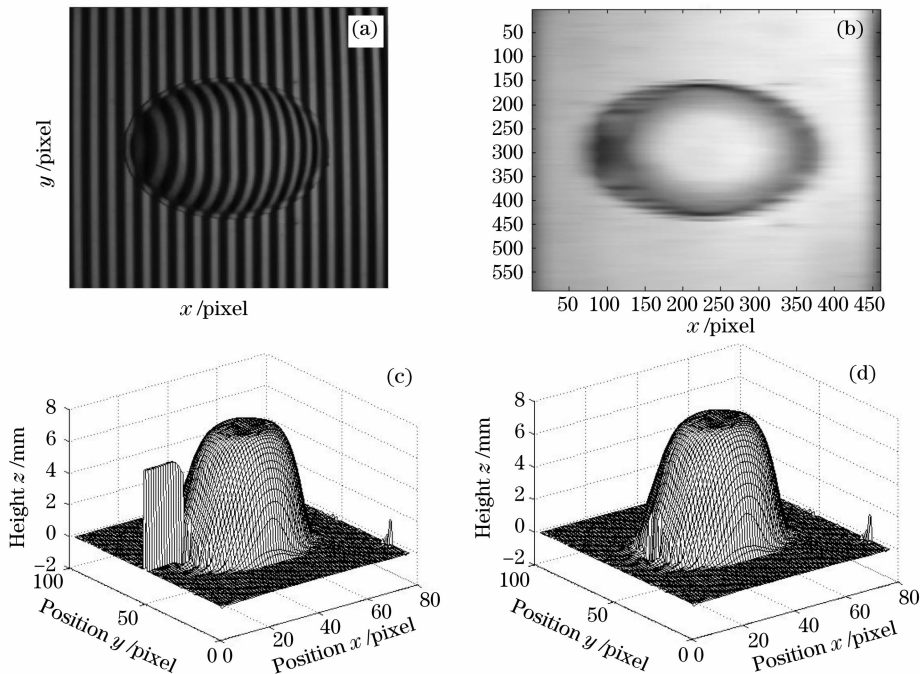


图 10 实验。(a) CCD 采集变形条纹, (b) 小波脊处小波变换系数幅值, (c) 传统相位展开方法恢复的物体面形, (d) 基于小波脊系数幅值的相位展开方法恢复的物体面形

Fig. 10 (a) Deformed fringe pattern captured by CCD in experiment, (b) amplitude of wavelet coefficients of the deformed fringe pattern at wavelet-ridge position, (c) restored object using traditional phase unwrapping algorithm, (d) restored object using the phase unwrapping algorithm guided by amplitude of coefficients at wavelet-ridge position

4 结 论

为了减少相位展开过程中误差的传递,本文在小波变换轮廓术中引入了小波脊系数幅值作为小波变换轮廓术相位提取可靠度的判断标准,幅值高的地方

相位提取的可靠度高,幅值低的地方相位提取的可靠度相对较低。将相位提取可靠度信息引入到相位展开路径中,沿着相位提取可靠度由高到低的路径进行展开,充分利用了小波脊处的小波变换系数幅值信

息,使得相位提取可靠度高的地方首先展开,相位提取可靠度低的地方集中到最后展开。与传统的相位展开方法相比,利用小波脊系数幅值引导相位展开的方法能够很好地解决小波变换轮廓术中相位展开的误差传递问题,体现出了较高的优越性。

参 考 文 献

- 1 Xianyu Su, Wenjing Chen. Reliability-guided phase unwrapping algorithm: a review[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2004, **42**(3): 245~261
- 2 Su xianyu, Tan songxin, Xiang liqun *et al.*. Complex object shape measurement using FTP method[J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(9): 1226~1233
苏显渝,谭松新,向立群等. 基于傅里叶变换轮廓术方法的复杂物体三维面形测量[J]. *光学学报*, 1998, **18**(9): 1226~1233
- 3 M. Takeda, T. Abe. Phase unwrapping by a maximum cross-amplitude spanning tree algorithm: a comparative study[J]. *Opt. Engng.*, 1996, **35**(8): 2345~2351
- 4 D. C. Ghiglia, G. A. Mastin, L. A. Romero. Cellular-automata method for phase unwrapping[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1987, **4**(1): 267~180
- 5 J ingang Zhong, Jiawen Weng. Spatial carrier-fringe pattern analysis by means of wavelet transform: wavelet transform profilometry[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(26): 4993~4998
- 6 Xu Qinghong, Zhong Yuexian, You Zhifu. Study on phase demodulation technique based on wavelet transform[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(12): 1617~1622
许庆红,钟约先,由志福. 基于小波变换的解相技术研究[J]. *光学学报*, 2000, **20**(12): 1617~1622
- 7 Fu Shuang, Wang Yunshan, Han Guangbing *et al.*. Fourier transform profilometry in 3-D measurement based on wavelet digital filter[J]. *J. Optoelectronics · Laser*, 2004, **15**(2): 205~207
傅爽,王蕴珊,韩广兵等. 基于小波数字滤波的傅里叶变换轮廓法[J]. *光电子·激光*, 2004, **15**(2): 205~207
- 8 Sun Juan, Chen Wenjing, Su Xianyu *et al.*. Study the measurement range of wavelet transform profilometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(4): 647~653
孙娟,陈文静,苏显渝等. 小波变换轮廓术的测量范围研究[J]. *光学学报*, 2007, **27**(4): 647~653
- 9 M. Takeda, K. Mutoh. Fourier transform profilometry for the automatic measurement 3-D object shapes[J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(24): 3977~3982
- 10 Mao Xianfu, Chen Wenjing, Su Xianyu. Analysis on an improved Fourier transform profilometry[J]. *Chin. J. Lasers*, 2007, **34**(1): 97~102
毛先富,陈文静,苏显渝. 傅里叶变换轮廓术新理论研究[J]. *中国激光*, 2007, **34**(1): 97~102
- 11 Weng Jiawen, Zhong Jingang. Apply wavelet transform to phase analysis of spatial carrier-fringe pattern[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(4): 454~459
翁嘉文,钟金钢. 小波变换在载频条纹相位分析法中的应用研究[J]. *光学学报*, 2005, **25**(4): 454~459