

基于法拉第效应的空间电磁场测量的方向性研究

苏 洋 王江平 李玉权

(解放军理工大学通信工程学院光纤通信实验室, 江苏 南京 210007)

摘要 为了解决空间电磁场测量中的方向性问题,提出了三维测量和同时测量横、纵向磁场的两种方案。利用琼斯矩阵对三种晶体实例(TbY)IG、Ce: YIG 和 YIG 进行误差计算和仿真,并对 MR4 磁光玻璃的方向性进行实验测试,理论和实验都证明采用三维测量的方法是可行的。对于第二种方案,利用琼斯矩阵进行公式推导得出椭圆偏振光的方位角、椭圆角与法拉第旋转角、磁致线双折射的数值关系,证明了同时测量横向和纵向磁场分量的可行性。

关键词 光学测量; 电磁场; 方向性; 磁致线双折射; 三维测量

中图分类号 TP212.13 **文献标识码** A

Analysis of Directionality for Spatial Electromagnetic Field Measurement Based on Faraday Effect

Su Yang¹ Wang Jiangping Li Yuquan

(Laboratory of Optical Communication, Institute of Communications Engineering,
PLA University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210007, China)

Abstract To solve the directionality of spatial magnetic field measurement, two schemes including three-dimensional measurement and simultaneous measurement of transverse, longitudinal components are proposed. The simulation and calculation of three crystals (TbY)IG, Ce: YIG and YIG by Jones matrix are carried out, and the directionality of magneto-optic glass of MR4 is tested. Both theoretical and experimental results prove the feasibility of the first scheme. For the second scheme the relationship between azimuth angle, ellipticity of the elliptical polarization light and Faraday rotation angle, magnetic linear birefringence is gained, which confirms the feasibility of the second scheme.

Key words optical measurement; electromagnetic field; directionality; magnetic linear birefringence; three-dimensional measurement

1 引 言

自然界以及人为的电磁场环境对军用和民用的电子、电气设备与系统构成严重威胁^[1],因此研究电磁场特性及相应的测量防护手段对现代通信安全具有重要意义。目前光学传感测量已成为研究的热点,比如利用光纤或光纤光栅^{[2][3]}进行温度、应力等测量。而基于法拉第磁光效应的光学磁场传感方法具有尺寸小、精度高、灵敏度好、动态范围大、响应速度快、高带宽等优点^[4~6],克服了传统有源线圈探头体积庞大、容易漂移,受电磁干扰等缺点。光学磁场

传感器的测量原理是利用磁光晶体的法拉第磁致旋光效应。法拉第效应要求光传播方向与磁场平行,但是在空间环境中测量电磁场时,事先不知道磁场方向,也无法调整探头与磁场方向一致,因此对空间测量的方向性提出了挑战。本文讨论了电磁场的空间测量问题,提出了三维测量和同时测量横向、纵向磁场两种方案,并进行了验证。

2 空间测量方向性

在各种磁光现象中,除了测量所用到的法拉第效

收稿日期: 2007-05-11; 收到修改稿日期: 2007-12-04

基金项目: 国家自然科学基金(60472007)资助课题。

作者简介: 苏 洋(1980—),女,江苏人,博士研究生,主要从事光通信方面的研究。E-mail: qieziyangyang@163.com

导师简介: 李玉权(1944—),男,四川人,教授,博士生导师,主要从事电磁场与微波技术、光信息技术等方面的研究。

应,对空间测量有影响的还有科顿-莫顿(Cotton-Mouton)效应。科顿-莫顿效应又称磁致线双折射效应(Magnetic linear birefringence,MLB)。当光的传播方向与磁场垂直时,偏振方向分别与磁场平行和垂直的两个线偏振光分量的相速不同,从而产生线双折射现象,其相位差正比于两种线偏振光的折射率之差 Δn ,同磁场强度大小的二次方成正比:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_{\perp} - n_{\parallel})L = \frac{2\pi L}{\lambda}\Delta n, \quad (1)$$

式中 n_{\perp} 与 n_{\parallel} 分别为垂直和平行于外磁场的线偏振光的折射率, B 为磁感应强度, L 为样品厚度, λ 为光波长。Stephen R. Wilson等^[7]得到的线双折射折射率差

$$\Delta n = C\lambda B^2, \quad (2)$$

C 为科顿-莫顿常量或磁致线双折射常量。则引起的相位差可记为

$$\delta = 2\pi C L B^2, \quad (3)$$

因此,当一维探头放置于空间磁场环境中时,磁致线双折射效应与法拉第效应共同作用,并对法拉第旋转产生一定的干扰。1987年,W. Hüttner等^[8]测量了氢的磁致线双折射,在磁场为1 T时得到 Δn 约为 9×10^{-15} ,1991年,R. Cameron等^[9]测量了氦中磁致线双折射,当 $B=1$ T时, $\Delta n=2 \times 10^{-16}$ 。当磁场超过一定数值 B_s (B_s 为材料的饱和磁场)时,法拉第旋转角将不再随磁场的变化而变化。在饱和磁场60.3 mT、光波长为1300 nm、晶体长度为 $L=2.69$ mm的情况下,(TbY)IG晶体的 $\Delta n=-4.2 \times 10^{-5}$ ^[10],其比法拉第旋转 $\theta_F=22.3^\circ$ 。在饱和磁场分别为100 mT和60 mT、室温、波长为1300 nm的情况下Ce:YIG($\text{Ce}_{0.18}\text{Y}_{2.82}\text{Fe}_5\text{O}_{12}$)和YIG晶体中的磁致线双折射折射率差分别为 $\Delta n=-1.7 \times 10^{-4}$ 和 $\Delta n=-0.5 \times 10^{-4}$ ^[11]。

3 三维测量

3.1 原 理

三维测量即用三个相互正交的探头分别测量出空间中电磁场的 x,y,z 分量,然后在后续电路处理中进行矢量合成。三维测量的可行性在于研究对于某个被测方向(比如 z 方向),横向磁场(x,y 方向)分量对被测分量的干扰。

为了定量地估算磁致线双折射对传感器输出的线性度的影响,利用琼斯矩阵进行了计算,得到存在磁致线双折射效应条件下的系统输出为

$$U = (2\theta \sin \Delta) / \Delta, \quad (4)$$

式中 θ 为法拉第旋转角, $(\Delta/2)^2 = (\delta/2)^2 + \theta^2$ 。当磁致线双折射相位 $\delta \neq 0$ 时,输出 U 受 $\sin \Delta/\Delta$ 因子的非线性调制。

理论上得到的输出为 $U_T = \sin 2\theta$,而受磁致线双折射影响的实际输出为 $U_{MLB} = 2\theta \sin \Delta/\Delta$ 。对(TbY)IG、Ce:YIG($\text{Ce}_{0.18}\text{Y}_{2.82}\text{Fe}_5\text{O}_{12}$)和YIG三种晶体依次进行定量分析,在已知饱和磁场下的 Δn 时,可以通过 $\Delta n = C\lambda B^2$ 来计算晶体的 C 常量,从而估算误差。

设在饱和磁场下的折射率差为 Δn_s ,饱和磁感应强度为 B_s ,那么

$$C\lambda = \Delta n_s / B_s^2, \quad (5)$$

而

$$\Delta n = \Delta n_s (B/B_s)^2, \quad (6)$$

则

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta n L}{\lambda} = 2\pi \frac{L}{\lambda} \Delta n_s \left(\frac{B}{B_s}\right)^2. \quad (7)$$

3.2 误差仿真

分别对(TbY)IG,Ce:YIG和YIG磁光晶体进行仿真,如图1所示。图1(a)中饱和磁场为60.3 mT, $\Delta n_s = -4.2 \times 10^{-5}$, $\lambda = 1300$ nm, $L = 2.69$ mm。图1(b)中,法拉第旋转为 $-150^\circ/\text{mm}$, $\Delta n_s = -1.7 \times 10^{-4}$, $\lambda = 1320$ nm,饱和磁场100 mT, $L = 2$ mm。图1(c)中,饱和磁场为60 mT, $\Delta n_s = -0.5 \times 10^{-4}$, $\lambda = 1300$ nm, $L = 2$ mm,磁光材料的费尔德常量 $V = 0.0064$ rad/mT·mm。

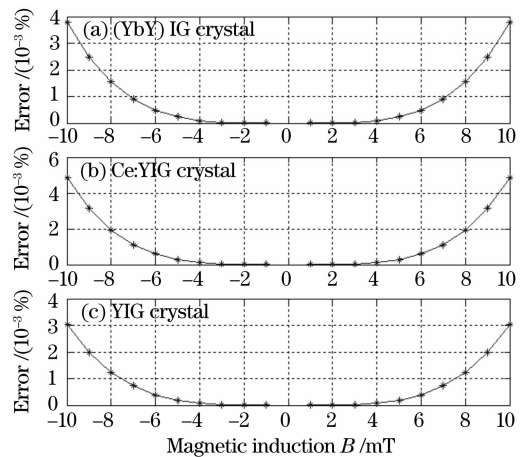


图1 磁致线双折射对系统输出的误差

Fig. 1 Error of system output caused by magnetic linear birefringence

从图1可见,在磁感应强度为10 mT时,三种晶体材料的误差分别为0.004%,0.005%和0.003%。因此,对于(TbY)IG,Ce:YIG和YIG晶体,在 $-10 \sim 10$ mT的磁场范围内,磁致线双折射引起的误差都非常小,在可容许的范围之内,特别是YIG晶体,在晶体长度达到5 mm时,误差也不到

0.02%。所以理论上认为横向磁场对纵向场测量的影响可以忽略。

3.3 实 验

假设磁场方向和光传播方向之间的夹角为 β ，如果法拉第旋转角仅与纵向(即光传播的方向)磁场分量有关，那么法拉第旋转角的大小将与 β 成余弦关系，即

$$\theta = VBL \cos \beta, \quad (8)$$

如果法拉第旋转对纵向和横向场分量都敏感，那么输出曲线不是一个较为严格的余弦曲线，而是有较大幅度的失真。

测量原理如图 2 所示，光源发出的光经过起偏器后变为线偏振光，通过磁场作用下的磁光材料，最

后经过检偏器和光强探测装置。起偏器和检偏器之间的夹角为 α ，范围为 $[0 \sim 90^\circ]$ 。磁场方向和光传播方向之间的夹角记为 β 。在未加磁场时，探测到的光强为 $I_0 = I_{p1} \cos^2 \alpha$ ；加上磁场后，探测到的光强为 $I_i = I_{p1} \cos^2 (\alpha + \theta_i)$ 。由于 θ_i 较小，实验中取适当的 α ，可以得到

$$\theta_i = \arccos(\sqrt{I_i/I_0} \cos \alpha) - \alpha. \quad (9)$$

对 7.5 mm 的顺磁性磁光玻璃样品 MR4 进行测量，测量方案如图 3 所示，将样品固定在平直的纸板上，并在纸板上绘出角刻度，在给定外加场绝对值的情况下，旋转外加场的角度，每个角度 β_i 对应光强值 I_i 。实验所用磁场发生器能发出的磁场范围为 $0 \sim 100$ mT。

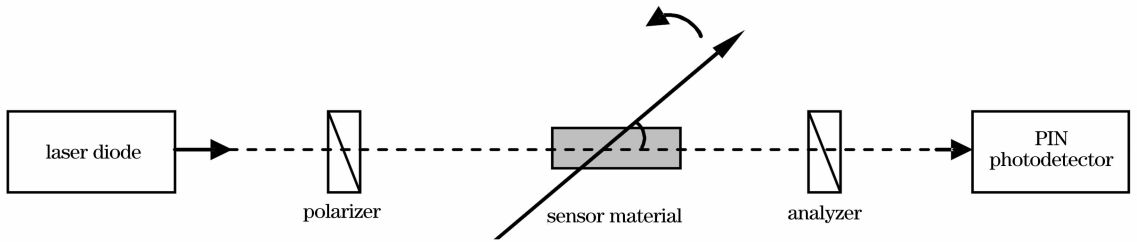


图 2 测量原理框图

Fig. 2 Block diagram of measurement principle



图 3 三维测量方案

Fig. 3 Scheme of three-dimensional measurement

改变初始光强，分别记录 β 在 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 和 $[0^\circ, 180^\circ]$ 时的归一化光强变化情况，实验中第一次磁场的绝对值为 53 mT，第二次为 76 mT。记录数据如表 1 所示。

将表 1 数据代入(9)式中得到对应的 θ_i ，最后作 β_i 与 θ_i 的变化曲线，如图 4 所示。

实验数据和仿真表明，在各种场强和偏振片夹角的情况下，所测数据与理想的余弦函数曲线响应吻合地很好。实验地证明了在空间电磁场测量中，采用三维测量是可行的。

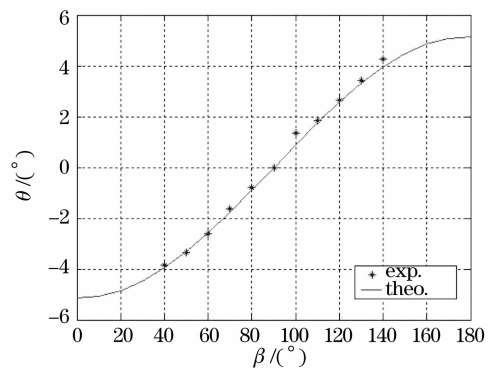
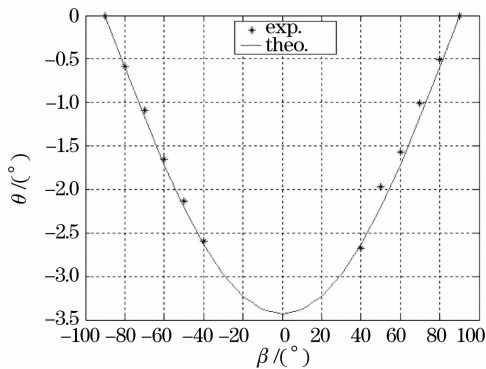


图 4 β 在 $[-90^\circ, 90^\circ]$ (a) 和 $[0^\circ, 180^\circ]$ (b) 时测量系统的方向性验证

Fig. 4 Directionality of the sensor system. (a) β varying in $[-90^\circ, 90^\circ]$, (b) β varying in $[0^\circ, 180^\circ]$

表 1 不同偏振片夹角时归一化光强随 β 的变化Table 1 Variation of normalized intensity with β at different included angle of two polarizers

$\alpha=70^\circ$		$\alpha=60^\circ$	
$\beta/(^\circ)$	I_i	$\beta/(^\circ)$	I_i
-90	1.22	40	2.62
-80	1.29	50	2.55
-70	1.35	60	2.45
-60	1.42	70	2.32
-50	1.48	80	2.21
-40	1.54	90	2.11
40	1.55	100	1.94
50	1.46	110	1.88
60	1.41	120	1.78
70	1.34	130	1.69
80	1.28	140	1.59
90	1.22		

4 横纵向同时测量

在测量中,纵向磁场 B_v 决定了法拉第角的大小 $\theta=VB_vL$,而横向磁场 B_t 决定了磁致线双折射的大小 $\delta_{MLB}=CLB_t^2$ 。如果能同时测量 θ, δ_{MLB} 的大小,那么就可以得到横向和纵向磁场,从而可以得到合成后的总磁场大小。

4.1 工作原理

入射线偏振光在法拉第效应和科顿-莫顿效应的共同作用下将产生退偏效应,变成椭圆偏振光,如图 5 所示。其中 α 为椭圆长轴与 x 轴的夹角,即椭圆的方位角, ϵ 为椭圆的椭圆率也称椭圆率,并且椭圆的长、短轴半径之比为椭圆度,当 $0<\epsilon<\pi/4$ 时为右旋,当 $-\pi/4<\epsilon<0$ 时为左旋^[12]。利用椭圆长轴的方位角 α 与椭圆率 ϵ 能够描述椭圆的形状和旋向,从而确定光的偏振状态。

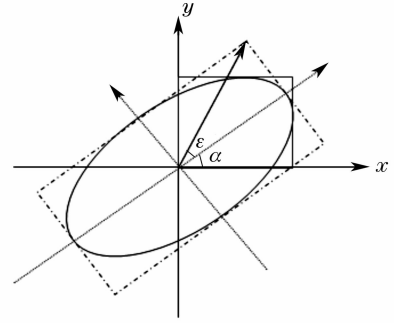


图 5 退偏效应后出射的椭圆偏振光

Fig. 5 Output elliptically polarized light under depolarization effect

利用琼斯矩阵推导出起偏角为 ϕ 的线偏振光经过法拉第材料后,输出的光场为

$$\mathbf{E}_O = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Delta/2)\cos\phi - \sin\alpha\sin(\Delta/2)\sin\phi + j\cos\alpha\sin(\Delta/2)\cos\phi \\ \cos(\Delta/2)\sin\phi + \sin\alpha\sin(\Delta/2)\cos\phi - j\cos\alpha\sin(\Delta/2)\sin\phi \end{bmatrix}, \quad (10)$$

式中 E_x, E_y 分别为 x, y 方向的光场。 α 和 ϵ 可以通过下面的方程得到^[13]

$$\tan 2\alpha = 2 \frac{\operatorname{Re}E_x \operatorname{Re}E_y + \operatorname{Im}E_x \operatorname{Im}E_y}{|E_x|^2 - |E_y|^2}, \quad \sin 2\epsilon = 2\operatorname{Im}E_x \operatorname{Re}E_y - \operatorname{Im}E_y \operatorname{Re}E_x. \quad (11)$$

由(10)式,(11)式可推导得到

$$\tan 2\alpha = \frac{\cos\Delta\sin 2\phi + \frac{2\theta}{\Delta}\sin\Delta\cos 2\phi}{\left[1 - 2\frac{(2\theta)^2}{\Delta^2}\sin^2\frac{\Delta}{2}\right]\cos 2\phi - \frac{2\theta}{\Delta}\sin\Delta\sin 2\phi}, \quad (12a)$$

$$\sin 2\epsilon = \frac{\delta}{\Delta}\sin\Delta\sin 2\theta + \frac{4\theta\delta}{\Delta^2}\sin^2\frac{\Delta}{2}\cos 2\phi. \quad (12b)$$

如果能够测量出 α 和 ϵ ,那么就可以通过(12)式反推出 θ 和 δ ,从而得到横向和纵向磁场。

4.2 仿真计算

考虑到一般情况下,同时测量横向和纵向磁场是在磁致线双折射比较大的情况下,因为如果磁致线双折射很小,测量出的横向磁场的精度不高,且晶体中的固有双折射和应力双折射等因素会淹没掉磁致线双折射。所以考虑当 $\delta \gg \theta$ 时的情况,此时 $\Delta \approx \delta$,并考虑 $\phi=45^\circ$,得到

$$\tan 2\alpha = \frac{\delta\cos\delta}{-2\theta\sin\delta}, \quad \sin 2\epsilon = \sin\delta, \quad (13)$$

求解(13)式得到:

$$\delta = \arcsin(\sin 2\epsilon), \quad \theta = -\frac{\delta\cos\delta}{2\sin\delta\tan 2\alpha}. \quad (14)$$

从(14)式可以得到方位角 α 和椭圆率 ϵ 与线双折射 δ 以及法拉第旋转角 θ 的关系,仿真如图 6 所示。由图 6 可见,通过测量出射光的椭圆率 ϵ 以及方位角 α 解出法拉第旋转角 θ 和磁致线双折射 δ ,从而得到横

向和纵向磁场。

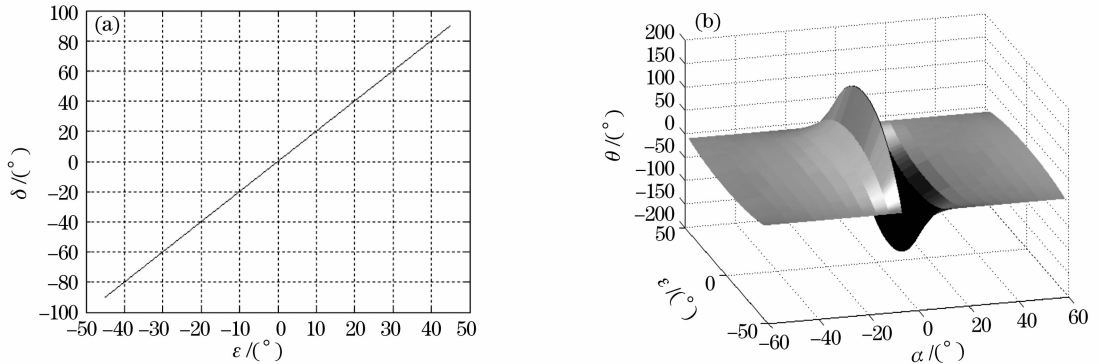


图 6 (a) 椭圆率 ϵ 与线双折射 δ 的关系, (b) 方位角 α 和椭圆率 ϵ 与法拉第旋转角 θ 的关系

Fig. 6 (a) Relationship between ellipticity ϵ and linear birefringence δ , (b) relationship between azimuth angle α , ellipticity ϵ and Faraday rotation angle θ

测量射光的椭圆率 ϵ 以及方位角 α 最直接简便的方法就是使用偏振态分析仪, 它可以测试和分析光在器件中的偏振态(SOP)、偏振度(DOP)、消光比(PER)以及庞加莱球夹角等等, 分析软件可以同步显示各种类型的测试数值、椭圆图形、庞加莱球图形等^[14]。用偏振态分析仪就可以通过斯托克斯表示法或者庞加莱球表示法简单地测量出椭圆偏振光的方位角 α 和椭圆率角 ϵ , 再根据(14)式得到法拉第旋转角和磁致线双折射, 从而得到横向和纵向磁场, 最后进行合成。

5 结 论

针对电磁场测量中的方向性问题, 提出了三维测量和同时测量横、纵向磁场的两种方案。对三种晶体实例进行仿真和误差计算, 并对 MR4 磁光玻璃的方向性进行实验测试。实验数据和仿真表明, 测量数据与理想的余弦函数曲线响应吻合得很好, 通过公式推导得出椭圆偏振光的方位角、椭圆角与法拉第旋转角、磁致线双折射的数值关系, 从而可得到横向和纵向磁。从理论和实验上证明了两种方案的可行性, 较好地解决了空间测量的问题。

参 考 文 献

- Zhou Bihua, Chen Bin, Shi Lihua. *EMP and EMP Protection* [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2003. 19~24
- 周壁华, 陈 彬, 石立华. 电磁脉冲及其工程防护 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2003. 19~24
- Jianming Hu, Aijun Zeng, Xiangzhao Wang. A position sensor based on grating projection with spatial filtering and polarization modulation[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2006, **4**(1): 18~20
- Wu Fei, Li Lixin, Li Zhiquan. Theoretical analysis of fiber Bragg grating characterization by applying transverse force[J]. *Chin.*

- J. Lasers*, 2006, **33**(4): 472~476
- 吴 飞, 李立新, 李志全. 均匀光纤布拉格光栅横向受力特性的理论分析[J]. *中国激光*, 2006, **33**(4): 472~476
- Brian Culshaw. Optical fiber sensor technologies: opportunities and-Perhaps-Pitfalls[J]. *IEEE J. Lightwave Technol.*, 2004, **22**(1): 39~50
- A. Cruden, Z. J. Richardson, J. R. McDonald *et al.*. Optical crystal based devices for current and voltage measurement[J]. *IEEE Trans. Power Delivery*, 1995, **10**(3): 1217~1223
- Pedja Mihailovic, Slobodan Petricevic, Zlatan Stojkovic *et al.*. Development of a portable fiber-optic current sensor for power systems monitoring[J]. *IEEE Trans. Instrum. and Measure.*, 2004, **53**(1): 24~30
- Stephen R. Wilson, Peter J. Ridler, Barry R. Jennings. A simple apparatus for the measurement of the Cotton-Mouton effect in particulate suspensions[J]. *IEEE Trans. Magnetics*, 1997, **33**(5): 4349~4358
- W. Hüttner, H. Träuble, H. U. Wieland *et al.*. The magnetic hyperpolarizability anisotropy of molecular hydrogen[J]. *Chem. Phys. Lett.*, 1987, **140**(4): 421~426
- R. Cameron, G. Cantatore, A. C. Melissinos *et al.*. Measurement of the magnetic birefringence of near gas[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1991, **8**(3): 520~524
- Kinya Okubo, Osamu Kamada. Magnetic field optical sensors using (TbY)IG crystals with stripe magnetic domain structure [J]. *IEEE Trans. Magnetics*, 2005, **41**(10): 3640~3642
- Osamu Kamada, Sadao Higuchi. Magnetic field sensors using Ce:YIG single crystals as a Faraday element[J]. *IEEE Trans. Magnetics*, 2001, **37**(4): 2013~2015
- Zhang Lingfen, Li Ning. Several representations of state-of-polarization of light in fiber[J]. *Appl. Opt.*, 2002, **23**(1): 17~20
- 张玲芬, 励 宁. 光纤中光的偏振态的几种表示方法[J]. *应用光学*, 2002, **23**(1): 17~20
- Peter Menke, Thomas Bosselmann. Temperature compensation in magnetooptic AC current sensors using an intelligent AC-DC signal evaluation[J]. *J. Lightwave Technol.*, 1995, **13**(7): 1362~1370
- Tan Zhaoyu, Cheng Zhaogu, Zhang Zhiping *et al.*. High-speed and real-time measurement of Stokes parameters[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(4): 659~662
- 覃兆宇, 程兆谷, 张志平等. 偏振光斯托克斯参量的高速实时测量技术[J]. *光学学报*, 2007, **27**(4): 659~662