

基于球面透视投影约束的全景环形透镜畸变校正

肖 潇 杨国光 白 剑

(浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 浙江 杭州 310027)

摘要 全景环形透镜将折反射面集成到一起,能无扫描地瞬时得到围绕光轴的 360 度超大视场,在机器人导航、视频监控和虚拟现实领域得到了广泛的应用。其成像机理是将围绕光轴的视场二次反射投影到环形平面上,图像存在严重的切向和径向畸变。本文根据全景环形透镜的特点采用基于球面透视投影模型对图像进行校正。首先建立含有畸变参量的全景环形透镜校正模型,将空间直线点映射为球面点,然后使用遗传算法将球面点拟合为球面上的最佳大圆,求出变形校正参量,进而校正全景环形像。仿真和真实图像实验表明,环形图像的切向和径向畸变得到了很好的校正。

关键词 图像处理;全景环形透镜;球面透视投影;切向畸变;径向畸变

中图分类号 TP391 **文献标识码** A

Panoramic-Annular-Lens Distortion Correction Based on Spherical Perspective Projection Constraint

Xiao Xiao Yang Guoguang Bai Jian

(State Key Laboratory of Modern Optics and Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

Abstract Panoramic annular lens (PAL) which integrates refraction lens and reflection mirror, can capture the super-view field of the entire 360° around the optical axis instantly. It is widely used in robot navigation, video surveillance and virtual reality. The imaging principle of PAL is to project the view field around the optical axis onto an annular plane through twice reflection. There is serious distortion in the tangential and radial directions on the image. A spherical perspective projection model is proposed to correct the image distortion according to the imaging feature of PAL. Firstly, the PAL correction model which includes distortion parameters is constructed. The points on the spatial line are projected to the points on the sphere under this model. All spherical points are fitted to the best great circle by genetic algorithm. The distortion parameters are obtained during this procedure. Then the panoramic image is corrected. Simulation and real-image experiments demonstrate that the tangential and radial distortions are corrected greatly.

Key words image processing; panoramic annular lens; spherical perspective projection; tangential distortion; radial distortion

1 引 言

在机器人导航、视频监控和虚拟现实等许多计算机视觉领域需要大于半球的视场,全景环形透镜(Panoramic annular lens, PAL)将折反射面集成到一起,能把围绕光轴的 360°范围视场投影到二维平面上的一个环形区域,无扫描地瞬时获得全景图像,受到了广泛的重视。但是使用全景环形透镜得到的环形像存在着严重的切向和径向的畸变,如果要利

用带畸变的图像信息进行三维和计算机视觉方面的测量和定位,就需要将畸变图像校正为人们习惯的透视投影图像,消除径向和切向畸变。本文根据全景环形透镜全球面的特点,采用球面透视投影模型进行校正,通过在全景环形像上选取采样点,对这些点采用遗传算法和初始的变形校正参量将其映射为球面点,在该过程中求出变形校正参量,使用变形校正参量对全景环形像进行校正,仿真结果表明算法

收稿日期: 2007-06-25; **收到修改稿日期:** 2007-09-18

作者简介: 肖 潇(1982—),男,博士研究生,主要从事全景成像和全景视觉应用等方面的研究。

E-mail: xiaozju@yahoo.com.cn

导师简介: 杨国光(1936—),男,博士生导师,教授,主要从事微光学方面的研究。

具有较好的稳健性。

2 全景环形透镜原理和特点

传统的光学系统的视场非常有限,一种有效的增大视场的方法是在折射系统中增加发射面,构成折反射成像系统。目前有很多方式可以实现折反射成像系统,基本上属于单次折反射成像系统,即系统中只有一个反射面,系统结构和加工工艺复杂^[1~5],图像校正算法复杂^[6]。全景环形透镜属于二次折反射成像系统,系统中有两个反射面,通过合理的设计使两个折反射面集成到一起,所有折反射面均为球面,采用二元光学技术使得结构小巧灵活^[7,8],如图1所示。它包含两个折射面(2,4)和两个反射面(1,3)。来自空间一点A的光线经过球面2的折射,被球面1和3反射后,最后通过折射面4射出。A'是点A的像点。能够成像部分是 α_1 和 α_2 角的两条外边绕轴旋转 360° 后得到的三维立体区域,这一区域被投影到二维像面上的圆环内,环形透镜产生的环形像的高度对应于 α_1 和 α_2 角的大小。该系统沿光轴方向的视场角范围为 $(90 - \alpha_2, 90 + \alpha_1)$ 。可见全景环形透镜能够捕捉与光轴夹角大于 90° 的光线。常规的光学系统遵循中心投影法原理(Central convergence perspective, CCP),灭点在一条直线上,也就是平面透视投影模型,使用该模型对于与光轴夹角大于 90° 的场景成像需要无限大的像平面则校正后的图像也为无限大。也就是说基于平面透视投影的算法不能直接用来校正全景环形像。

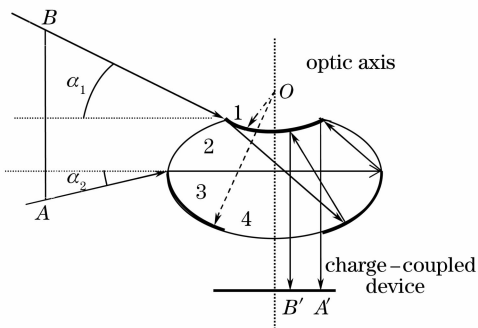


图1 全景环形透镜的结构

Fig.1 Structure of panoramic annular lens

3 透视投影模型

平面透视投影模型如图2所示。该模型是目前计算机视觉和摄像机标定的基本模型^[9],即针孔模型。平面透视投影成像过程是一个线性过程,它将空间点P和投影中心O形成的射线OP线性地映

射到图像平面上,图像平面在投影中心附近,但是不过投影中心,像点为Q,映射过程是可逆的,每个通过投影中心的射线对应像面上一点,像面上的每一点对应一条通过投影中心的射线。平面透视投影模型的约束条件是指空间直线的透视投影必须为图像平面上的直线。在图2中空间一条直线L在图像平面上的投影l是由点O和L确定的平面和图像平面的交线。现有的图像畸变校正方法就是利用该约束条件,将空间直线在像面上的投影曲线非线性地映射图像平面上的直线,建立一系列约束方程求出变形校正参量,最终校正图像的畸变^[10]。由于全景环形透镜可以将与光轴夹角大于 90° 的视场进行成像,如果使用平面透视投影模型,需要一个无限大的图像平面才能满足约束条件,这显然是不太现实的。

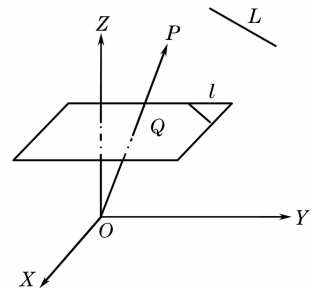


图2 平面透视投影模型

Fig.2 Planar perspective projection model

在透视投影模型中,如果将射线OP映射到以O为球心的球面上,则就是球面透视投影模型,如图3所示。在球面透视投影模型中,空间直线L不再投影为图像平面上的直线,由空间直线L和投影中心O确定的平面和投影球面的交线是球面上的大圆C。因此球面透视投影模型的约束条件是指空间直线投影为球面上的大圆,以此模型为基础建立的校正方程必须满足该约束条件。可以看出在球面透视投影情况下与光轴夹角大于 90° 的空间点仍然可以投影到球面上,而不需要无限大的图像平面。在图1所示的全

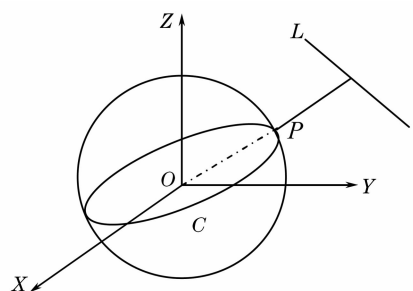


图3 球面透视投影模型

Fig.3 Spherical perspective projection model

景环形透镜中,为增大视场做贡献的面主要是 1 和 3 两个球面,球心点是 O ,则采用球面透视投影模型来校正图像是比较合适的,全景环形像可以映射到与球面 1 和 3 对应的球面上进行校正。

4 全景环形透镜校正模型

使用球面透视投影模型,全景环形透镜的成像过程可以分为以下几个过程:首先连接每个空间点 P 和投影中心形成射线 OP 。其次将射线 OP 线性的映射到球面上,形成球面透视投影图像,最后球面透视投影图像非线性地映射到环形像平面上,得到全景环形像。球面点 P 非线性地映射为全景环形像上点 P' ,用公式表示为

$$P' = f(P), \quad (1)$$

f 是全景环形透镜畸变模型,是可逆的,因为球面点和全景环形像面上的点是一一对应的关系。所以有

$$P = f^{-1}(P'), \quad (2)$$

f^{-1} 是全景环形透镜校正模型,是环形像上的点到球面点的映射,求出校正模型 f^{-1} 就可以将全景环形像上的所有点映射到球面上,所有球面点必须满足球面透视投影的约束条件,即空间直线的球面透视投影为球面上的一个大圆,因此空间一条直线上的所有点的球面点也应该在同一个大圆上。假设空间点的球面透视投影点 P 坐标为 (φ, θ) ,经过畸变模型,映射到全景环形像面上一点 P' ,设其坐标为 (x', y') 。对于环形像面采用极坐标来表示是比较合适的,从图 1 可以看出,全景环形透镜的光轴与环形像面上的中心点相交,该点可以看作是全景环形透镜的主点,其直角坐标表示为 (x_0', y_0') ,以主点为原点建立极坐标系,则全景环形像面上的点 P' 的极坐标可以表示为

$$r' = \sqrt{(x' - x_0')^2 + (y' - y_0')^2}, \quad (3)$$

$$\theta' = \arctan\left(\frac{y' - y_0'}{x' - x_0'}\right). \quad (4)$$

全景环形透镜的畸变可以分为切向畸变和径向畸变,实际的环形像畸变主要表现为径向的伸缩和切向的弯曲。切向校正模型和径向校正模型可以分别表示为

$$\varphi = f_r^{-1}(r'), \quad (5)$$

$$\theta = f_\theta^{-1}(\theta'), \quad (6)$$

由于全景环形透镜具有多个折反射面,实际的模型是非常复杂的,这里采用多项式映射的方法进行校正,考虑到低次多项式很难满足精度,高次多项式计算量非常大。权衡速度和精度,采取四次多项式是

比较合理的。因此切向畸变和径向畸变的校正可以写成

$$\varphi = a_1 r' + a_2 r'^2 + a_3 r'^3 + a_4 r'^4, \quad (7)$$

$$\theta = b_1 \theta' + b_2 \theta'^2 + b_3 \theta'^3 + b_4 \theta'^4, \quad (8)$$

由于切向畸变角度的周期性,在 $\theta' = 0$ 时, $\theta = 0$,那么在 $\theta' = 2\pi$ 时,有 $\theta = 2\pi$,所以

$$b_4 = (1 - b_1 - 2\pi b_2 - 4\pi^2 b_3)/(8\pi^3), \quad (9)$$

因此, b_4 不是独立的参量,为了校正全景环形透镜的畸变,需要求出 $\{a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3\}$ 7 个校正参量。在求出校正参量后,全景环形像上的点被映射为球面点。还需要将球面点转换为常规的平面透视投影点,方法是将每个球面点所对应的射线转换为平面透视投影的射线,再将这些射线所对应的平面透视投影点映射到图像平面上,形成平面透视投影图像。可以根据需要选择不同角度的图像投影平面,满足不同观察角度的要求。

5 参量的初始化和求解

5.1 数的初始化

全景环形透镜畸变校正模型确定后,在直线的全景环形像上选取一系列的采样点,为了得到畸变参量的无偏估计,所选取的曲线应该均匀地分布在全景环形像面上。将这些采样点通过全景环形透镜畸变模型映射为某个大圆上的球面点,理论上一条直线上所有点的球面点都应该在同一个大圆上,其中大圆的坐标是未知的,在球面几何中,一个大圆可以使用它所在平面的法向量的两个方向角参量表示,如图 4 所示,法向量 \mathbf{n} 的方向角参量为 (Φ, Θ) ,定义为大写以区别于球面点坐标的小写。对于大圆坐标的初始值可以这样获取,假设大圆的法向量为 \mathbf{n} ,则对于大圆上任意一点 P_i ,有

$$P_i^T \mathbf{n} = 0. \quad (10)$$

对于该球面上的所有点组成的向量矩阵 $\mathbf{A} = \{P_1, P_2, \dots, P_N\}^T$,其中 N 为一条空间直线上所有相应

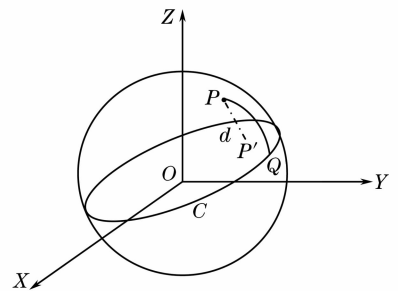


图 4 球面距离

Fig. 4 Spherical distance

的球面点的个数。仍然满足

$$\mathbf{A}\mathbf{n} = 0, \quad (11)$$

对矩阵 \mathbf{A} 进行奇异值分解, 将最小奇异值的特征向量作为 \mathbf{n} 的解。

在遗传算法中, 参量的初始化是非常重要的, 对于切向畸变校正函数, 球面点基本上可以无偏地映射到环形像面上, 所以 $b_1 = 1.0, b_2 = b_3 = b_4 = 0$ 是一个合理的初始值。对于径向畸变校正函数, 由于线性部分是畸变的主要分量, 所以采用 $a_1 = \alpha/w, a_2 = a_3 = a_4 = 0$ 是一个合适的初始值。其中 w 为全景环形像环带的宽度, α 为全景环形透镜沿着光轴方向的视场。参量的初始值确定后, 需要建立含有参量的目标函数, 然后使用遗传算法对参量进行优化和求解。

5.2 目标函数建立和求解

使用畸变参量将环形像面上点映射为某一大圆上的球面点后, 最佳大圆应该满足所有球面点到大圆的球面距离累积误差最小, 本文使用这一条件建立参量优化的目标函数, 这里先定义球面点到大圆的球面距离。

球面点到大圆的球面距离指球面点与大圆上所有点之间的最短球面距离。两个球面点之间的球面距离是指连接两点之间的最短球面曲线, 球面距离通常是某大圆上的一个圆弧, 在单位圆上可以用圆弧所对应的角度的弧度来表示。在图 4 单位球面上, 球面点 P 到大圆 C 的球面距离是 \widehat{PQ} 。到大圆 C 所在平面的距离为 d , 垂足为 P' 。设点 P 的球面向量坐标为 $(\sin \varphi \cos \theta, \sin \varphi \sin \theta, \cos \varphi)$, 大圆 C 所在平面的法向量 \mathbf{n} 可以用方向角参量 (Φ, Θ) 表示为 $(\sin \Phi \cos \Theta, \sin \Phi \sin \Theta, \cos \Phi)$ 。则

$$|\mathbf{n} \cdot \mathbf{p}| = \|\mathbf{n}\| \cdot \|\mathbf{p}\| \cdot \sin \alpha = \sin \alpha, \quad (12)$$

在单位球面上, 点 P 到大圆 C 的球面距离 $d_s = \alpha = \arcsin d$, 又因为 $d = \sin \alpha$, 所以

$$d_s = \arcsin |\mathbf{n} \cdot \mathbf{p}| = \arcsin |\sin \Phi \sin \varphi \cos(\Theta - \theta) + \cos \Theta \cos \varphi|, \quad (13)$$

设 $\{P_i^j\}$ 是空间直线投影到全景环形像面曲线上的采样点的集合, 通过全景环形透镜 j 校正模型, 得到球面点集合 $\{P_i^j\}$ 。在这里 $i = 1, 2, \dots, L$ 表示选取的直线数目, $j = 1, 2, \dots, N_i$ 表示每条直线上的采样点的个数。设所有球面点拟合的大圆的集合为 $\{(\Phi_i, \Theta_i)\}$, 则其中一个采样点 $m(\varphi', \theta')$ 通过变形校正参量得到球面点 $P(\varphi, \theta)$, 该采样点所在直线的点映射为球面点, 这些球面点拟合的大圆为 (Φ, Θ) , 因此球面点 m 距离大圆 (Φ, Θ) 的偏差为

$$\delta = d_s^2 [(\Phi_i, \Theta_i), (\varphi, \theta)] = [\sin \Phi \sin \varphi \cos(\Theta - \theta) + \cos \Theta \cos \varphi]^2. \quad (14)$$

所有的球面点距离其所对应的大圆的偏差之和记为 S , 则 S 就是我们的目标函数:

$$S = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{N_i} \delta = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{N_i} d_s^2 [(\Phi_i, \Theta_i), (\varphi_{i,j}, \theta_{i,j})]. \quad (15)$$

在遗传算法中, 通过使得目标函数 S 最小来求得变形校正参量, 由于目标函数中的大圆坐标是使用变形校正参量的初始值求得, 因此大圆的坐标需要和变形校正参量一起优化。

6 实 验

6.1 仿真实验

由于全自动地在真实的全景环形像上提取空间直线投影曲线的采样点是非常困难的, 目前只能手工提取, 不可避免的存在像素的偏差。所以必须在存在误差和噪声的环境下测试校正算法的精确性和稳健性, 为此我们进行了相关的仿真实验。首先我们随机地产生空间 10 条直线, 这些直线在球面上的投影形成的大圆由直线和球心所在的平面决定, 为了实验的方便, 我们直接给出大圆的坐标。给定一组变形校正参量 $\{a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3\}$, 通过(7)式和(8)式的反函数可以求得全景环形透镜的初始化畸变模型 f , 球面的大圆通过全景环形透镜的变形参量投影到环形像面上, 如图 5 所示。为了减小计算量, 仿真生成的图像大小是 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$, 每一条曲线上有 100 个采样点。在仿真情况下, 可以默认图像的中心就是投影中心, 假设环形像的宽度是 100 pixel, 视场大小是 50° , 一条直线上的采样点如果落在了环形像的视场以外, 则予以剔除。为了测试算法在不同噪声下的稳健性, 在每个采样点加入了标准差为 $0 \sim 2$ 个像素的高斯随机噪声。

使用遗传算法, 给定初始值和约束条件, 可以得

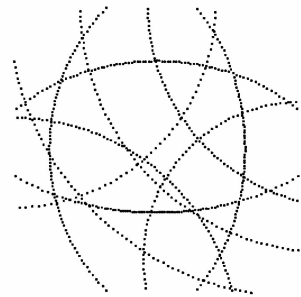


图 5 空间直线的全景环形透镜投影

Fig. 5 Panoramic annular-lens projections of spatial lines

到变形校正参量的值。将得到的参量值和给定的参量值互相比对并不能直接反映出算法的优劣程度,在这里我们使用反投影误差来衡量恢复的变形校正参量的精确程度^[11],切向和径向的反投影误差可以分别表示为

$$\xi_{\varphi} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\varphi_i - f[f_{\delta}^{-1}(\varphi_i)]\|, \quad (16)$$

$$\xi_{\theta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\theta_i - f[f_{\delta}^{-1}(\theta_i)]\|, \quad (17)$$

φ_i 和 θ_i 为未加噪声时全景环形图像上采样点的极坐标, N 为总的采样点数。 f 从给定的变形校正模型 f^{-1} 求得, f_{δ}^{-1} 为在标准差为 δ 的高斯随机噪声模型下恢复的变形校正模型。实验结果如图 6 所示。径向校正误差和切向校正误差在原图像的噪声误差达到了 2 pixel 噪声的时候仍然控制在了一个像素以内,虽然径向误差增加的比较快,但是仍然控制在一个像素水平以下,可见本文算法的稳健性是相当好的。

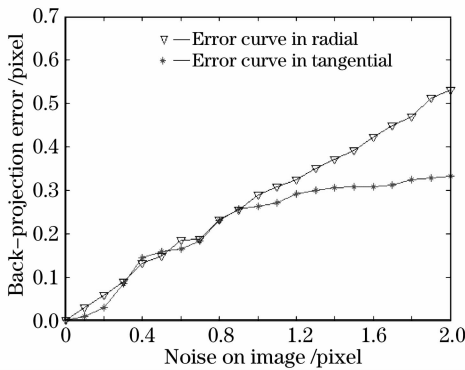


图 6 投影误差

Fig. 6 Projection error

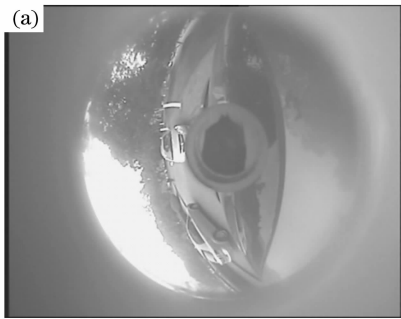


图 8 (a) 车前全景图像, (b) 校正图像, (c) 先前算法校正图像

Fig. 8 (a) Vehicle-front panoramic image, (b) calibrated image, (c) calibrated image with previous algorithm

7 结 论

全景环形透镜相机无需扫描便可以得到 360° 的超大视场,在视频监控、计算机视觉和虚拟现实领域具有非常好的应用前景,然而其图像存在着严重

6.2 真实实验

图 7(a) 是使用全景环形透镜拍摄的一个光学实验平台的全景环形像,平台上有横竖间隔的直线,这些直线都通过光学平台上的孔,使用三角号和叉号对直线上的孔进行了标记,标记的曲线就是所要进行校正的参量曲线。图 7(b) 是图 7(a) 上半部分图像进行校正的结果,可以看出直线基本上已经还原为直线。将校正图像上的标记点使用最小二乘法拟合为相应的直线,则标记点距离直线的误差反映了校正结果的好坏,标记点分别距离横向(即切向)和竖向(即径向)直线的均方误差为 0.15 pixel 和 0.09 pixel,误差非常小,达到了亚像素级。图 8(a) 是使用全景环形透镜进行智能驾驶拍摄得到的图像,图 8(b) 是展开后的结果,图像的畸变已经很小,而图 8(c) 是使用先前的算法^[12,13] 进行校正的结果。算法已经有了质的改进。

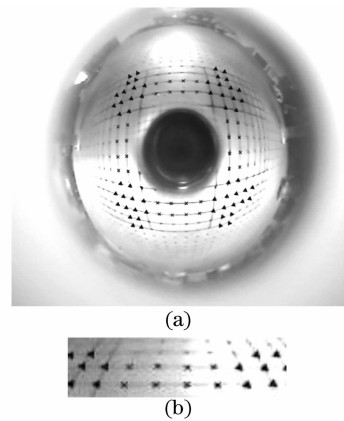


图 7 (a) 真实的全景环形像, (b) 校正图像

Fig. 7 (a) Real panoramic image, (b) calibrated image

的径向和切向畸变,以前的算法只能校正某个圆柱面,不能对三维的场景进行无畸变校正,本文将球面透视投影模型应用到全景环形像的校正。较好的解决了畸变问题,算法的稳健性也比较好。

参 考 文 献

- 1 Zeng Jiyong, Su Xianyu. Catadioptric omnidirectional system with undistorted imaging for horizontal scene[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(5): 636~640
曾吉勇, 苏显渝. 水平场景无畸变的折反射全景成像系统[J]. 光学学报, 2003, **23**(5): 636~640
- 2 Zeng Jiyong, Su Xianyu. Paraboloidal catadioptric omnidirectional imaging systems[J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 2003, **23**(5): 636~640
曾吉勇, 苏显渝. 抛物面折反射全景成像系统[J]. 光电子·激光, 2003, **23**(5): 636~640
- 3 Zeng Jiyong, Su Xianyu. Hyperboloidal catadioptric omnidirectional imaging system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(9): 1138~1142
曾吉勇, 苏显渝. 双曲面折反射全景成像系统[J]. 光学学报, 2003, **23**(9): 1138~1142
- 4 Simon Baker, Shree K. Nayar. A theory of single-viewpoint catadioptric image formation [J]. *International J. Computer Vision*, 1999, **35**(2): 175~196
- 5 Zeng Jiyong, Su Xianyu. A distortionless catadioptric panoramic imaging system for cylindrical scene [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2003, **30**(1): 42~45
曾吉勇, 苏显渝. 柱面场景无畸变折反射全景成像系统[J]. 光电工程, 2003, **30**(1): 42~45
- 6 Zeng Jiyong, Su Xianyu. Elimination of the lens distortion in catadioptric omnidirectional distortionless imaging system for horizontal scene[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(6): 730~734
曾吉勇, 苏显渝. 水平场景无畸变折反射全景成像系统透镜畸变的消除[J]. 光学学报, 2004, **24**(6): 730~734
- 7 Cheng Huiquan, Yao Weiyong, Yang Guoguang *et al.*. Design of an image transferring system used for panoramic annular imaging [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2002, **29**(2): 16~19
程惠全, 姚炜勇, 杨国光 等. 全景环形成像的转像系统设计[J]. 光电工程, 2002, **29**(2): 16~19
- 8 Cheng Huiquan, Yao Weiyong, Yang Guoguang. The imaging of the binary panoramic annular lens based on the combined perspective technique[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(9): 1111~1114
程惠全, 姚炜勇, 杨国光. 基于二元光学色差校正的全景环形成像系统设计[J]. 光子学报, 2001, **30**(9): 1111~1114
- 9 Juyang Weng, Paul Cohen, Marc Herniou. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, **14**(10): 965~980
- 10 Zhengyou Zhang. A flexible new technique for camera calibration [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, **22**(11): 1330~1334
- 11 Rahul Swaminathan, Shree K. Nayar. Non-metric calibration of wide-angle lenses and poly cameras[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, **22**(10): 1172~1178
- 12 Fangming Zhu, Guoguang Yang, Weiyong Yao *et al.*. Linearization of annular image of panoramic annular lens[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(5): 589~893
朱方明, 杨国光, 姚炜勇 等. 全景环形透镜形象的线性化研究[J]. 光子学报, 2001, **30**(5): 589~593
- 13 Hou Huijie, Bai Jian, Yang Guoguang. Research on image processing of two-dimensional plan of the hemispheric panoramic imaging system [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(11): 1186~1188
侯慧杰, 白 剑, 杨国光. 全景环形透镜二维平面成像展开算法研究[J]. 光子学报, 2006, **35**(11): 1186~1188