

文章编号: 0253-2239(2008)03-0492-05

# 菱体型消色差相位延迟器延迟相位的方位效应

马建玲<sup>1</sup> 宋连科<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 泰山学院 物理与电子科学系, 山东 泰安 271021; <sup>2</sup> 曲阜师范大学激光研究所, 山东 曲阜 273165)

**摘要** 菱体型相位延迟器是高度消色差的  $\lambda/4$  相位延迟器。由于材料折射率色散的影响, 在可见光范围内, 仍存在  $2^\circ$  的延迟偏差。为满足精确应用和测量的需求, 从相位延迟的全反射相变理论出发, 阐述了斜入射相位延迟原理, 以菲涅耳菱体为例, 分析了菱体型相位延迟器相位延迟随其入射角变化的规律性, 结果表明: 当光线非严格准直时, 光的入射角对相位延迟量有明显的影响, 延迟量不但对入射角变化敏感, 而且还与入射光线的入射方位密切相关, 呈不对称形式。当入射光的波长改变时, 只需改变菱体延迟器的方位, 让光线在菱体的前端面上斜入射, 适当选取入射角, 就可以补偿相位延迟的色散偏差, 使同一菱体达到对不同波长都满足  $\lambda/4$  相位延迟。当角度调整精度  $\Delta i = \pm 0.01^\circ$  时, 引入的延迟偏差不超过  $\pm 0.009^\circ$ , 这一精度是其它石英波片或云母波片所不能比的。

**关键词** 激光技术; 延迟与色散;  $\lambda/4$  延迟器; 斜入射; 高精度

**中图分类号** O436.3 **文献标识码** A

## Orientation Effect on Phase Retardation of Rhomb-Type Achromatic Retarder

Ma Jianling<sup>1</sup> Song Lianke<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> Department of Physics and Electronic Science, Taishan University, Taian, Shandong 271021, China )  
(<sup>2</sup> Laser Institute of Qufu Normal University, Qufu, Shandong 273165, China )

**Abstract** Rhomb-type retarder is a high-precision achromatic  $\lambda/4$  phase retarder. Because of material dispersion of the refractive index, there is still  $2^\circ$  deviation of the delay in the visible range. In order to meet the demand of precise measurement and applications, the principle of phase retardation with oblique incident angle is expounded, based on the total-reflection phase transformation theory of the phase retardation. By means of Fresnel rhomb, the variation law of the phase retardation for rhomb-type retarder with the incident angle is analyzed. The result indicates that incident angle has obvious influence over the phase retardation. The phase retardation is sensitive to the incident angle, and also has close correlation to incident position of the incident ray, which is asymmetrical to the incident position of the incident ray. So when the wavelength of the incident light changes, only the position of rhomb-type retarder need to be changed to allow the light to represent oblique incidence in the front of rhomb, and then selecting suitable incident angle can compensate the dispersion phase deviation, and make the same rhomb possess standard  $\lambda/4$  phase retarder under all different wavelengths. Deviation of the delay is less than  $\pm 0.009^\circ$  when the precision of angle adjustment is  $\pm 0.01^\circ$ . The precision cannot be obtained for quartz wave plate or mica wave plate.

**Key words** laser technique; retardation and dispersion;  $\lambda/4$  phase retarder; oblique incidence; high precision

### 1 引 言

消色差相位延迟器广泛应用于光通信、观测天体物理学及激光调谐等领域。在使用中, 共同关注的问题就是器件的消色差范围和延迟量精度<sup>[1~9]</sup>。而通常  $\lambda/4$  波片仅仅是用于某一波长, 并且普通的多级波片, 延迟精度不高, 带宽容限较窄, 一般在几十纳米<sup>[10,11]</sup>, 不适合连续调节的激光系统应用;

菱体型相位延迟器是按高度消色差设计的相位延迟器, 由于色散偏差的影响, 在可见光范围内, 在垂直入射的情况下仍存在  $2^\circ$  的延迟偏差。目前关于菱体型消色差相位延迟器的研究报道不少, 但多是通过改进设计形式、在内反射面蒸镀适当厚度的各种材料或合理选材努力拓宽器件的消色差范围, 提高器件的延迟精度及对入射角的不敏感性<sup>[12~14]</sup>。就

收稿日期: 2007-05-11; 收到修改稿日期: 2007-07-09

基金项目: 山东省教育厅科研发展计划(J06P54)资助课题。

作者简介: 马建玲(1966—), 女, 山东泰安人, 副教授, 主要从事激光偏光技术方面的研究。E-mail: tamjl@163.com

影响延迟器性能的因素来看,使用条件和调整精度往往显得非常重要。因此仅仅依靠高精度的设计并不能完全解决问题,反而会带来复杂的结构,进而使得使用不方便,器件的高性能也就更难以发挥,所以尽管器件设计中拓宽延迟器消色差范围和提高相位延迟精度非常重要,但从使用角度看,这些参量相当程度上还依赖于使用中的调整。本文从全内反射相变方程出发,以菲涅耳菱体为例研究了光的入射角对相位延迟量的影响和规律性,发现菱体相位延迟严格等于  $90^\circ$  时的相应波长,依赖于材料的折射率和入射角,这对获得高精度的延迟是有益的,因为对于某种给定的菱体,当入射光的波长改变时,只须调节菱体延迟器的方位,让光线在菱体的前端面上斜入射,适当选取入射角,就可以实现对入射光延迟相位的连续可调,消除色散偏差。

## 2 相位延迟对于入射角变化的灵敏性

### 2.1 斜入射相位延迟原理

光在界面处斜入射,入射光波长  $\lambda$  改变时,折射角  $t$  将随折射率  $n$  的改变而改变,所以全内反射角  $\theta$  不再是常数,而是变为折射率  $n$  和入射角  $i$  的函数。当入射角  $i \neq 0$  时,光线斜入射到界面上有图 1 所示的两种方位,即入射光线分别在界面法线的上方和下方斜入射。两种方位入射的内反射角  $\theta$ 、入射角  $i$ 、器件结构角  $\alpha$  的关系可用如下的函数表示:

1) 入射方位:

$$\theta = \alpha - \arcsin(\sin i/n), \quad (1)$$

2) 入射方位:

$$\theta = \alpha + \arcsin(\sin i/n). \quad (2)$$

斜入射时一次全内反射产生的相位延迟量可以表示为<sup>[15]</sup>:

$$\delta = 2\arctan\left[\frac{(\cos\theta)(n^2\sin^2\theta - 1)^{1/2}}{n\sin^2\theta}\right], \quad (3)$$

$\delta$  是折射率和全内反射角  $\theta$  的函数,而折射率与波长

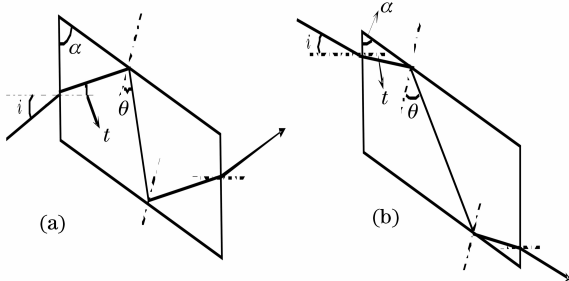


图 1 斜入射光线的两种方位

Fig. 1 Two different positions of oblique incident ray

有关,全内反射角与折射率、入射角成函数关系。

### 2.2 入射角变化的灵敏性

由(1)式~(3)式可知,当单色光波入射时,全内反射角随入射角  $i$  变化而变化。以菲涅耳菱体为例,作出  $n = 1.5005, 1.5101, 1.5400$  的相位延迟量  $\delta$  与入射角  $i$  的关系曲线,如图 2 所示。图中的  $0^\circ$  角意味着光线是正入射在菱体端面上,负的入射角对应于较小的全内反射角,即图 1(a)入射方位;正的入射角对应于较大全内反射角,即图 1(b)入射方位。中心波长的选取是当入射角等于  $0^\circ$  时,相位延迟准确的为  $90^\circ$ 。由图可见,延迟量  $\delta$  随折射率  $n$  的增大而增大,即  $d\delta/dn > 0$ 。说明并不是任意折射率的玻璃都能作为制作菱体的材料,必须其折射率大于某一数值才有可能与  $90^\circ$  线相交;对某一给定的折射率  $n$ ,存在经一次全内反射所能产生的最大相位延迟量  $\delta_{\max}$ ,且相位延迟在零度入射角附近不是对称的。采用图 1(a)入射方位随入射角的增大相位延迟量增大,增大到最大值后减小。采用图 1(b)入射方位随入射角的增大相位延迟量减小;对于给定的菲涅耳菱体来讲,相位延迟严格等于  $90^\circ$  时对应的波长,依赖于光线的入射角,如果入射角稍微改变一点,与  $90^\circ$  线相交的是另一波长,不再是中心波长。这一特性表明:对不同入射光波长,可以通过选择特殊的入射角度。一方面通过入射角的倾斜变化改变全内反射角,另一方面通过波长的变化影响全内反射角的变化。当入射角变化引起的延迟量变化的大小恰能调和波长变化带来的影响,则菱体内两次全反射产生的相位延迟仍然等于  $90^\circ$ ,从而得到不同波长下的理想  $\lambda/4$  相位延迟器。

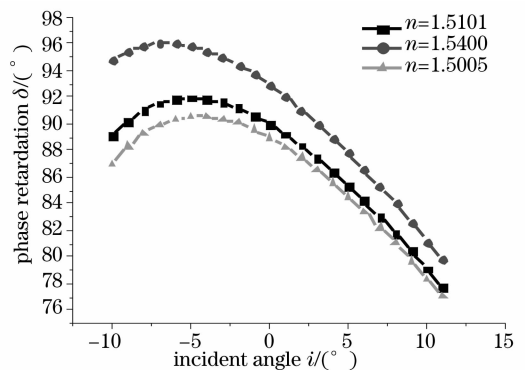


图 2 三个不同折射率情况下相位延迟  $\delta$  随入射角  $i$  的变化曲线

Fig. 2 Variation of phase retardation  $\delta$  with incident angle  $i$  for three different refractive indexes

### 3 $\lambda/4$ 相位延迟的光线入射角计算

由全反射相变方程得

$$n^2 [1 + \tan^2(\delta/2)] \sin^4 \theta - (n^2 + 1) \sin^2 \theta + 1 = 0, \quad (4)$$

则:

$$\sin^2 \theta = \frac{n^2 + 1 \pm \sqrt{n^4 - 2n^2 [1 + 2\tan^2(\delta/2)] + 1}}{2n^2 [1 + \tan^2(\delta/2)]}.$$

由于  $\theta_c \leq \theta \leq \pi/2$ , 所以  $\sin \theta$  应取正值, 其中  $\theta_c$  为发生全内反射的临界角

$$\begin{cases} \sin \theta = \left\{ \frac{n^2 + 1 \pm \sqrt{n^4 - 2n^2 [1 + 2\tan^2(\delta/2)] + 1}}{2n^2 [1 + \tan^2(\delta/2)]} \right\}^{1/2}, \\ \theta = \arcsin \left\{ \frac{n^2 + 1 \pm \sqrt{n^4 - 2n^2 [1 + 2\tan^2(\delta/2)] + 1}}{2n^2 [1 + \tan^2(\delta/2)]} \right\}^{1/2}. \end{cases} \quad (5)$$

由于较大全内反射角有利于提高消色差性<sup>[14,16]</sup>, 在加工制作菲涅耳菱体时通常选用上式中较大的  $\theta$  角。若令(5)式中的  $\delta = 45^\circ$ , 则(5)式就是菱体形相位延迟器在单一波长情况下一次全反射所必需的全内反射角的计算公式。当光在前端界面斜入射时, 令(5)式的  $\theta = \alpha + \arcsin(\sin i/n)$ , 可求得

$$i = \mp \arcsin \{ n [\sin(\theta - \alpha)] \}, \quad (6)$$

其中  $\theta$  是  $n$  的函数。由(6)式可以表示出不同波长下要获得精确的  $90^\circ$  相位延迟所需要的特殊入射角, 其是一个随波长的变化而变化的参量。

## 4 K5 玻璃延迟器

### 4.1 $i \sim \lambda$ 理论曲线

为了使光线的相位延迟不随材料的双折射改变, 制造菱体的材料必须是光学均匀的和各向同性的。鉴于此, 选用 K5 玻璃制作菲涅耳菱体, 选取中心波长  $\lambda = 587.6 \text{ nm}$ , 折射率  $n = 1.5101$  来进行数值计算, 将其代入全内反射相位延迟公式中解出全内反射角,  $\theta_1 = 54.7^\circ$ ,  $\theta_2 = 48.5^\circ$ 。选用  $54.7^\circ$  作为器件的结构角。查得 K5 玻璃的离散折射率, 由科希经验公式作色散曲线拟合, 给出了 K5 玻璃的折射率变化范围  $1.5295 \sim 1.5011$  (波长从  $365.0 \sim 1150 \text{ nm}$ )。设计相位延迟量保持在  $90^\circ$ , 入射角与波长  $i \sim \lambda$  的关系曲线如图 3 所示。由图可见, 当入射角  $i = 0^\circ$  时, 对所设计的中心波长  $\lambda = 587.6 \text{ nm}$  该器件是标准的  $\lambda/4$  相位延迟器, 若入射光波的波长小于所设计的中心波长, 为了补偿相位延迟色散偏差, 入射角  $i$  应该往正方向调整; 当入射光波的波长大于所设计的中心波长, 入射角  $i$  可以向负方向调整, 并且正负方向调整灵敏性是有所差别的, 对于正常色散材料设计的菱体延迟器件, 负方向调整的灵敏性显然要高于正方向。即当入射光的波长变化时, 稍稍调节菱体

相位延迟器的方位, 当入射光按图 1(b) 所示入射, 全内反射角增大, 延迟相位减小; 入射光按图 1(a) 所示入射, 其全内反射角减小, 延迟相位增加。

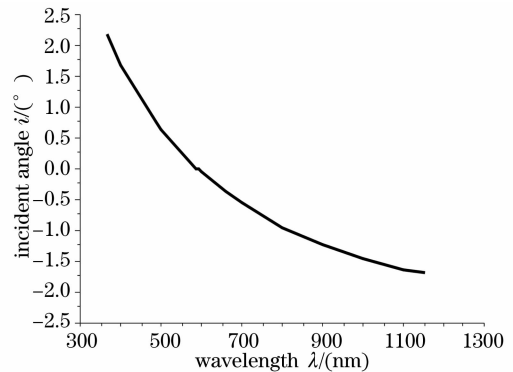


图 3 K5 玻璃  $90^\circ$  延迟器的入射角与波长关系

Fig. 3 Variation of incident angle with wavelength for K5 glass  $90^\circ$  phase retarder

### 4.2 角度调整误差对器件性能的影响

由(1)式~(3)式可知  $\Delta\delta \approx 2 \frac{\partial\delta}{\partial\theta} \frac{\partial\theta}{\partial i} \Delta i$  其中

$$\frac{\partial\delta}{\partial\theta} = \frac{2n\sin\theta(\cos^2\theta - n^2\sin^2\theta + 1)}{(n^2\sin^2\theta - \cos^2\theta)(n^2\sin^2\theta - 1)^{1/2}};$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial i} = \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}.$$

从图 3 可看出, 当此菱体在可见光波段  $400 \sim 700 \text{ nm}$  使用时, 入射角的调整范围大约在  $(-0.57^\circ) \sim (+1.69^\circ)$  之内。在实际调整光路中, 把  $\lambda/4$  相位延迟器放在精度达  $0.01^\circ$  的量角仪上, 计算了当  $\Delta i = \pm 0.01^\circ$  由角度调整的精度引入的延迟偏差不超过  $\pm 0.009^\circ$ , 见图 4 所示。为满足这样小的延迟偏差要求, 入射光束的发散角应小于  $0.001^\circ$ , 在实验室中很难得到如此小的发散角, 但从图 4 可看出对于以入射角  $i$  入射的每一单色入射光波, 相位延迟偏差  $\Delta\delta$  与入射角在小范围内的偏差  $\Delta i$  成

线性关系, 所以由光束发散角引起的相位偏差是正负互补的, 因此入射光束不相互完全平行带来的影响可以忽略。一般情况下入射激光束的发散角控制在几个毫弧度以内即可满足实验要求。考虑到角度加工误差对器件性能的影响, 此时器件的加工误差应精确到 $\pm 0.01^\circ$ 以上。

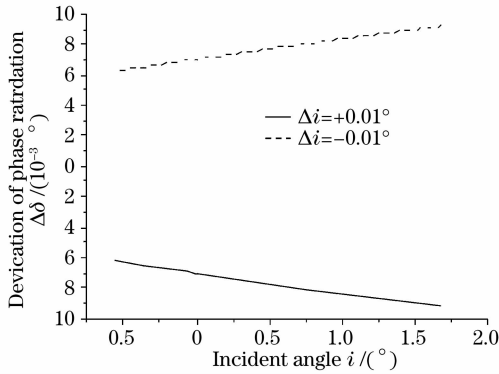


图4 角度调整误差  $\Delta i = \pm 0.01^\circ$  时相位延迟偏差  $\Delta \delta$  随入射角的变化

Fig. 4 Deviation of delay  $\Delta \delta$  versus incident angle  $i$  for  $\Delta i = \pm 0.01^\circ$

## 5 光矢量方位角的修整

实际使用过程中由于入射角的变化必然会使得两个相互垂直分量发生变化, 根据菲涅耳公式, 光矢量的两个垂直分量的振幅将有不同的传播系数

$$t_p = 2 \sin t \cos i / \sin(i+t) \cos(i-t),$$

$$t_s = 2 \sin t \cos i / \sin(i+t).$$

要想获得圆偏振, 必须使光矢量的两个垂直分量的振幅透射后完全一致, 为达到此目的, 可以调整入射光束偏振方位来满足。设入射偏振光的振幅为  $A$ , 方位角设置为  $\varphi$ , 则  $\varphi$  应满足:

$$t_p A \sin \varphi = t_s A \cos \varphi,$$

所以

$$\varphi = \arctan(t_s / t_p),$$

即通过对光矢量振动方位角的仔细调整, 修正透射比差别带来的影响, 且这种修正并不影响相位延迟量变化关系。

## 6 结 论

由全内反射相变方程出发, 深入探讨了菱体型相位延迟器延迟相位的方位效应, 导出了设计相位延迟量保持在  $90^\circ$ , 入射光波长变化时, 所需入射角变化的定量表达式, 同时作出了  $i \sim \lambda$  的关系曲线, 这对偏光技术中实验结果的误差分析, 尤其对需要

处理光偏振问题的现代光学技术, 如光纤技术、光调制技术、光检测技术以及光传感技术等的发展提供一种理想的高精度消色差相位延迟器, 促进激光技术的发展。同时, 通过改变入射角来使不同波长都达到较为准确的  $\lambda/4$  相变的方法具有调节方便、性能稳定等优点。其缺点是实际使用过程中由于斜入射必然导致两个相互垂直分量发生变化, 要想获得圆偏振光, 还必须对入射光矢量的振动方位角进行仔细调整。

## 参 考 文 献

- Hu Jianming, Zeng Aijun, Wang Xiangzhao. New method for measuring retardation of quarter-wave plate[J]. *Chin. J. Laser*, 2006, **33**(5): 659~662  
胡建明, 曾爱军, 王向朝. 精确测量  $1/4$  波片相位延迟量的新方法[J]. *中国激光*, 2006, **33**(5): 659~662
- Hu Jianming, Zeng Aijun, Wang Xiangzhao. Technique for forming a rotator by retarders and its application[J]. *Chin. J. Laser*, 2006, **33**(7): 889~894  
胡建明, 曾爱军, 王向朝. 相位延迟器复合旋光器技术及其应用[J]. *中国激光*, 2006, **33**(7): 889~894
- Yang Kun, Zeng Aijun, Wang Xiangzhao *et al.*. Fast axis calibration of quarter-wave plate by fundamental component extinction[J]. *Chin. J. Laser*, 2007, **34**(11): 1553~1556  
杨坤, 曾爱军, 王向朝等. 基于基频分量消光的  $1/4$  波片快轴标定方法[J]. *中国激光*, 2007, **34**(11): 1553~1556
- Dimitri Mawet, Cedric Lenaerts, Pierre Riaud *et al.*. Use of subwavelength gratings in TIR incidence as achromatic phase shifters[J]. *Opt. Exp.*, 2005, **13**(22): 8686~8692
- R. M. A. Azzam, Cristina L. Spinu. Achromatic angle-insensitive infrared quarter-wave retarder based on total internal reflection at the Si-SiO<sub>2</sub> interface[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2004, **21**(10): 2019~2022
- Sun Yingzi, Wang Dongguang, Zhang Hongqi *et al.*. Method and precision analysis for measuring retardation of infrared waveplate[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(5): 685~688  
孙英姿, 王东光, 张洪起等. 红外波片相位延迟的测试方法及精度分析[J]. *光学学报*, 2006, **26**(5): 685~688
- Wang Junli, Fang Qiang, Wang Yongchang *et al.*. Error analysis on three-waveplate polarization state transformers[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(5): 614~618  
王军利, 方强, 王永昌等. 三波片偏振态变换器误差分析[J]. *光学学报*, 2005, **25**(5): 614~618
- Yao Yi, Shi Kun, Lu Weidong *et al.*. In-line single fiber polarization controller[J]. *Acta Optica Sinica*, 1995, **15**(5): 636~640  
姚毅, 施昆, 路伟东等. 在线单模光纤偏振控制器研究[J]. *光学学报*, 1995, **15**(5): 636~640
- Jun She, Su Shen, Qing Wang. Optimal design of achromatic quarter-wave plate using twisted nematic liquid crystal cells[J]. *Opt. and Quant. Electron.*, 2005, **37**: 625~634
- Song Lianke, Wang Zuochen. Discussion on the relations between band width limitation of waveplates and retardation thickness[J]. *J. Optoelectronics · Laser*, 2000, **11**(2): 170~172  
宋连科, 王佐臣. 波片带宽容限与延迟厚度关系探讨[J]. *光子·激光*, 2000, **11**(2): 170~172
- Ma Jianling, Li Guohua. Study of phase retardation of multilevel quartz phase retarder[J]. *Laser Technol.*, 2004, **28**(3): 293~295  
马建玲, 李国华. 多级石英延迟器件相位延迟差研究[J]. *激光技*

术, 2004, **28**(3): 293~295

12 W. C. Yip, H. C. Huang, H. S. Kwok. Achromatic wave retarder by phase subtraction[J]. *Appl. Opt.*, 1996, **35**(22): 4381~4384

13 N. N. Nagib, S. A. Khodier. Optimization of a rhomb-type quarter-wave phase retarder[J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(16): 2927~2930

14 N. N. Nagib. Phase retarders highly insensitive to the input angle[J]. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(7): 1231~1235

15 N. N. Nagib. Theory of oblique-incidence phase retarders[J]. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(7): 1457~1552

16 Xu Guibao, Xu Xinguang, Yu Xiaoqiang *et al.*. High isolation broadband optical isolator with Fresnel rhomb[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(8): 997~999  
许贵宝, 许心光, 于小强 等. 采用菲涅耳菱体的高隔离度宽带光隔离器[J]. *光学学报*, 2003, **23**(8): 997~999

17 Zhao Peitao, Li Guohua, Wu Fuquan. New design of high precision achromatic phase retarder [J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(7): 980~983  
赵培涛, 李国华, 吴福全. 高精度消色差相位延迟器的新设计[J]. *光学学报*, 2005, **25**(7): 980~983



## 《激光技术及其应用》汇编介绍

为了更好地服务科研工作者、工程技术人员以及其他激光行业的从业人员,总结研究开发经验,中国科学院上海光学精密机械研究所光学期刊联合编辑部从近年来《中国激光》和《光学学报》上发表的论文中精选了激光实验技术与应用方向的优秀论文,结集出版。

论文集共收录论文 39 篇,主要反映了激光器技术、传感器技术、微细加工技术、光学测量与计量等方面的研究进展。

感兴趣的读者请与本刊发行部的高先生联系。

电 话:021-69918253      E-mail:gfhai@siom.ac.cn

光学期刊联合编辑部