文章编号: 0253-2239(2008)02-0387-05

任意 n 粒子纠缠态的概率传送及其量子逻辑线路

郭战营^{1,2} 张新海² 方建兴¹ 姜炜星¹ (¹苏州大学物理科学与技术学院,江苏苏州 215006 (² 焦作师范高等专科学校物理系,河南 焦作 454001)

摘要 采用 n 对两粒子非最大纠缠态作为量子通道,使用纠缠交换的方法实现了 n 粒子任意纠缠态的概率隐形传 送。在传输过程中,发送者 Alice 对自己所拥有的粒子进行贝尔基测量,并将测量结果通过经典通道通知远方的接 收者 Bob,Bob 根据所获取的信息对他的粒子实行相应的幺正变换以恢复原始的粒子信息态,从而成功实现隐形传 送。该方案将所有参与传送的粒子划分为 n 个单元,将对 n + 1 个粒子在 2"+1 维基下的复杂联合幺正操作分解为 n 次类似的重复操作,每次重复都是对两个粒子在四维基下的简单操作,大大降低了实验实现的难度。设计了 n 粒子

量子态概率传送的量子逻辑线路,并对每组重复操作的单元线路做了提取。传送成功的总概率为 2" $\prod |c_i|^2$ 。

关键词 量子光学;任意 n 粒子态;概率传递;幺正变换;量子逻辑线路 **中图分类号** O431.2 文献标识码 A

Probabilistic Teleportation of an Arbitrary *n***-Particle Entangled State** and Its Quantum Logic Circuit

Guo Zhanying^{1,2} Zhang Xinhai² Fang Jianxing¹ Jiang Weixing¹

¹ School of Physical Science and Technology, Suzhou University, Suzhou, Jiangsu 215006, China ² Department of Physics, Jiaozuo Normal College, Jiaozuo, Henan 454001, China

Abstract A scheme to probabilistically teleport an arbitrary n-particle entangled state using n pair non-maximally entangled state as the quantum channel via entanglement swapping is proposed. During the teleportation procedure, the sender Alice makes Bell-state measurements on her particle pairs and tells receiver Bob the measurement result through classical communication. According to the classical message, Bob makes corresponding unitary transformation on his own particles to reconstruct the original state. In this scheme, all particles are divided into ngroups $(i, ix, iy, ai, i = 1 \sim n)$. The advantage is that the complex unitary transformation for n+1 particles in 2^{n+1} -dimensional Hilbert space is availed. In each repeat operation, only simple unitary transformation for 2 particles in 4-dimentional Hilbert space is made, which considerably reduces difficulty in experiment. Then quantum logic circuit is shown for probabilistic teleportation of *n*-particle state and logic circuit for the particle group (*i*, *ix*,

iy, *ai*) is given as well. Result shows that the total probability of successful teleportation is $2^n \prod |c_i|^2$.

Key words quantum optics; arbitrary n-particle state; probabilistic teleportation; unitary transformation; quantum logic circuit

1 引 言

1993 年 Bennett 等^[1]提出利用量子纠缠现象实 现单比特量子态的隐形传送方案。其主体思想是将 发送者 Alice 的某个粒子的量子态传送到 Bob 处的 另一粒子上,这种传送只是粒子信息的传递而不是 物质的传递,即传送的只是粒子的状态信息,而粒子 本身并没有被传送。因其独特的安全特性,量子传 态引起了世界各国的广泛关注,也涌现出很多富有 成效的传态方案。李万里等[2]提出一套通过一个部 分纠缠对来传递单粒子态的方案;顾永建[3]和郭战 营等[4]又分别提出传递二粒子纠缠态的方案;戴宏 毅、方建兴、路洪等[5~7] 又分别用不同的传播途径实

收稿日期: 2007-03-26; 收到修改稿日期: 2007-10-08

基金项目: 江苏省自然科学基金(04KJB140119)资助课题。

作者简介:郭战营(1970-),男,河南博爱人,副教授,硕士,主要从事量子光学方面的研究。E-mail: guo7011@126.com 导师简介:方建兴(1963-),男,江苏太仓人,教授,博士主要从事量子通讯方面的研究。E-mail: fangjx@suda.edu.cn

报

现了三粒子态的传递;刘金明等[8]提出了实现单粒 子纠缠态和二粒子纠缠态的量子逻辑网络:席拥军 等^[9]甚至讨论了任意多粒子态的概率传递方案。并 且,由 Boschi^[10]和 Nielsen^[11]分别率领的两个科研 小组已经在实验中验证了偏振光子和单相干态场的 隐形传递过程。以往的确定性传态方案运用最大纠 缠通道来实现信息传送,具有确定的100%的成功 概率,但是确定性传送是一种理想状况,忽略了环境 噪声的影响,在实际操作中环境噪声的影响导致量 子态不可避免地出现退极化现象,因此研究运用非 最大纠缠通道实现信息传送的概率传态更具实验意 义,同时,本文将传态方案推广到任意 n 粒子纠缠态 的传态中。需要明确的是,本方案将以往方案中对 n+1个粒子在 2n+1 维基下的复杂联合幺正操作分 解为n次类似的重复操作,每次重复都是对两个粒 子在四维基下的简单操作,从而使得该方案更具实 验操作性。并在 n 粒子量子态的量子逻辑电路的设 计方面,本文作了有益的尝试,构建了新颖的电 路图。

2 原 理

2.1 任意 n 粒子纠缠态的概率传送

假设发送者 Alice 想要将一个任意 n 粒子纠缠态传送给远处的接收者 Bob,这个态可以表示为

$$|\phi\rangle_{1-n} = (a_1 | 00\cdots 00\rangle + a_2 | 00\cdots 01\rangle + \cdots +$$

$$a_{2^n} |11\cdots 11\rangle)_{1-n} = \sum_{i=1}^{2^n} a_i \varphi_i,$$
 (1)

其中系数 $a_i(i = 1 \dots 2^n)$ 满足归一化条件,即 $\sum_{i=1}^{2^n} |a_i|^2 = 1, \varphi_i 是 1 \sim n$ 粒子的第i个量子态。为了 传送量子态 $|\phi\rangle_{1-n}$,选取 n个非最大纠缠 EPR(爱因 斯坦-波多尔斯基-罗森)对作为量子通道,表示为

$$|\psi\rangle_{i} = b_{i} |00\rangle_{ix,iy} + c_{i} |11\rangle_{ix,iy}, \qquad (2)$$
$$i = 1 \sim n$$

其中 b_i 和 c_i 为概率不确定系数, 且 $|b_i|^2 + |c_i|^2 =$ 1, 不妨假设 $b_i \ge c_i$ ($i = 1 \sim n$), 纠缠通道中的 ix 粒 子属于信息发送者 Alice, 而 iy 粒子则通过光纤或光 子空间发射装置分配给遥远的接收者 Bob, 用于信 息态的恢复。此时系统的总态为传送态和纠缠通道

的直积态 $|\psi\rangle = \prod_{i=1}^{n} |\psi\rangle_i \otimes |\phi\rangle_{1\sim n}$ 。

为了实现传态,首先信息发送者 Alice 可以将总 态中自己拥有的粒子(1,1x) 按照贝尔基展开,进行 贝尔基测量,并将测量结果通过经典通道通知接受 者 Bob。四个贝尔基的形式表示为

$$|\phi^{\pm}\rangle = (|00\rangle \pm |11\rangle)/\sqrt{2},$$

$$|\psi^{\pm}\rangle = (|01\rangle \pm |10\rangle)/\sqrt{2},$$

(3)

(6)

总态的展开式为

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \prod_{i=2}^{n} |\psi\rangle_{i} \otimes \{ |\phi_{1,1x}^{+}\rangle [(b_{1}a_{1} | 0\cdots00\rangle + b_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + \cdots + b_{1}a_{2^{n-1}} | 1\cdots11\rangle)_{2\sim n} \otimes |0\rangle_{1y} + (c_{1}a_{2^{n-1}+1} | 0\cdots00\rangle + c_{1}a_{2^{n-1}+2} | 0\cdots01\rangle + \cdots + c_{1}a_{2^{n}} | 1\cdots11\rangle)_{2\sim n} \otimes |1\rangle_{1y}] + |\phi_{1,1x}^{-}\rangle [(b_{1}a_{1} | 0\cdots00\rangle + b_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + \cdots + b_{1}a_{2^{n-1}} | 1\cdots11\rangle)_{2\sim n} \otimes |0\rangle_{1y} - (c_{1}a_{2^{n-1}+1} | 0\cdots00\rangle + c_{1}a_{2^{n-1}+2} | 0\cdots01\rangle + \cdots + c_{1}a_{2^{n}} | 1\cdots11\rangle)_{2\sim n} \otimes |1\rangle_{1y}] + |\phi_{1,1x}^{+}\rangle [(c_{1}a_{1} | 0\cdots00\rangle + c_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + \cdots + c_{1}a_{2^{n-1}} | 1\cdots11\rangle)_{2\sim n} \otimes |1\rangle_{1y} + (b_{1}a_{2^{n-1}+1} | 0\cdots00\rangle + b_{1}a_{2^{n-1}+2} | 0\cdots01\rangle + \cdots + b_{1}a_{2^{n}} | 1\cdots11\rangle)_{2\sim n} \otimes |0\rangle_{1y}] + |\phi_{1,1x}^{-}\rangle [(c_{1}a_{1} | 0\cdots00\rangle + c_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + \cdots + c_{1}a_{2^{n-1}} | 1\cdots11\rangle)_{2\sim n} \otimes |1\rangle_{1y} - (b_{1}a_{2^{n-1}+1} | 0\cdots00\rangle + b_{1}a_{2^{n-1}+2} | 0\cdots01\rangle + \cdots + b_{1}a_{2^{n}} | 1\cdots11\rangle)_{2\sim n} \otimes |1\rangle_{1y}], \quad (4)$$

根据量子测量理论,对量子态部分粒子(1,1x)的贝尔测量,将会使总态塌缩至相应的态上,而且测量导 致纠缠通道粒子(1x,1y)之间的纠缠消失,同时在(1,1x)粒子间建立起了纠缠,这就是所谓的纠缠交换现 象。贝尔测量后态塌缩为如下四个可能态之一:

$$|a_{1}^{\pm}\rangle = \langle \phi_{1,1x}^{\pm} | \phi_{1\sim n} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \prod_{i=2}^{n} | \psi \rangle_{i} \otimes \left[(b_{1}a_{1} | 0\cdots00\rangle + b_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + \dots + b_{1}a_{2^{n-1}} | 1\cdots1\rangle \right]_{2\sim n} \otimes | 0 \rangle_{1y} \pm (c_{1}a_{2^{n-1}+1} | 0\cdots00\rangle + c_{1}a_{2^{n-1}+2} | 0\cdots01\rangle + \dots + c_{1}a_{2^{n}} | 1\cdots1\rangle]_{2\sim n} \otimes | 1 \rangle_{1y}],$$

$$| \beta_{1}^{\pm}\rangle = \langle \psi_{1,1x}^{\pm} | \psi_{1\sim n} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \prod_{i=2}^{n} | \psi \rangle_{i} \otimes \left[(c_{1}a_{1} | 0\cdots00\rangle + c_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + \dots + c_{1}a_{2^{n-1}} | 1\cdots1\rangle]_{2\sim n} \otimes | 1 \rangle_{1y} \pm (b_{1}a_{2}) \otimes \left[(c_{1}a_{1} | 0\cdots00\rangle + c_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + \dots + c_{1}a_{2^{n-1}} | 1\cdots1\rangle]_{2\sim n} \otimes | 1 \rangle_{1y} \pm (b_{1}a_{2}) \otimes \left[(c_{1}a_{1} | 0\cdots00\rangle + c_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + \dots + c_{1}a_{2^{n-1}} | 1\cdots1\rangle]_{2\sim n} \otimes | 1 \rangle_{1y} \pm (b_{1}a_{2}) \otimes \left[(b_{1}a_{2}) \otimes \left[(b_{1}a_{1} | 0\cdots00\rangle + b_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + \dots + c_{1}a_{2^{n-1}} | 1\cdots1\rangle]_{2\sim n} \otimes | 1 \rangle_{1y} \pm (b_{1}a_{2}) \otimes \left[(b_{1}a_{2}) \otimes \left[(b_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + b_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + \dots + b_{1}a_{2^{n-1}} | 1\cdots1\rangle]_{2\sim n} \otimes | 1 \rangle_{1y} + (b_{1}a_{2}) \otimes \left[(b_{1}a_{2}) \otimes \left[(b_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + b_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + \dots + b_{1}a_{2^{n-1}} | 1\cdots1\rangle]_{2\sim n} \otimes | 1 \rangle_{1y} + (b_{1}a_{2}) \otimes \left[(b_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + b_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + \dots + b_{1}a_{2^{n-1}} | 1\cdots1\rangle]_{2\sim n} \otimes | 1 \rangle_{1y} + (b_{1}a_{2}) \otimes \left[(b_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + b_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + \dots + b_{1}a_{2^{n-1}} | 1\cdots1\rangle]_{2\sim n} \otimes | 1 \rangle_{1y} + (b_{1}a_{2}) \otimes \left[(b_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + b_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + \dots + b_{1}a_{2^{n-1}} | 1\cdots1\rangle]_{2\sim n} \otimes | 1 \rangle_{1y} + (b_{1}a_{2}) \otimes \left[(b_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + b_{1}a_{2} | 0\cdots01\rangle + b_{1}a_{$$

$$(b_1 a_{2^{n-1}+1} | 0 \cdots 0 0\rangle + b_1 a_{2^{n-1}+2} | 0 \cdots 0 1\rangle + \cdots + b_1 a_{2^n} | 1 \cdots 1\rangle)_{2 \sim n} \otimes | 0 \rangle_{1y}],$$

紧接着第二步,远方的 Bob 需要引入一个初始 态为 $|0\rangle_{a_1}$ 的辅助粒子 a_1 ,在基 $\{|00\rangle$, $|10\rangle$, $|01\rangle$, $|11\rangle_{1y,a_1}$ 下对属于自己的粒子 1y 和 a_1 实施一个 4×4 的联合幺正变换 $U_i(i = 1)$,用以提取态中的 相应最小概率系数 $c_i(i = 1)$ 。 $U_i(i = 1)$ 的一般形式 如下:

$$\boldsymbol{U}_{i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{i} & \boldsymbol{A}_{i}^{-1} \\ \boldsymbol{A}_{i}^{-1} & -\boldsymbol{A}_{i} \end{bmatrix}, \quad (i = 1, \cdots, n) \quad (7)$$

其中 A_i 和 A_i^{-1} 都是2×2矩阵,分别表示为

$$A_{i} = \operatorname{diag}\left(\frac{c_{i}}{b_{i}}, 1\right),$$

$$A_{i}^{-1} = \operatorname{diag}\left[\sqrt{1 - \left(\frac{c_{i}}{b_{i}}\right)^{2}}, 0\right],$$
(8)

其中 diag(•) 表示取矩阵的主对角线元素, 幺正变换 U₁ 作用后的态表示为

$$\mathbf{U}_{1} | a_{1}^{\pm} \rangle = \frac{c_{1}}{\sqrt{2}} \prod_{i=2}^{n} | \psi \rangle_{i} \otimes \frac{|\xi_{1}^{\pm} \rangle}{\left\{ \left[(a_{1} | 0 \cdots 00 \rangle + \dots + a_{2^{n-1}} | 1 \cdots 11 \rangle)_{2-n} | 0 \rangle_{1y} \pm (a_{2^{n-1}+1} | 0 \cdots 00 \rangle + \dots + a_{2^{n}} | 1 \cdots 11 \rangle)_{2-n} | 1 \rangle_{1y} \right] | 0 \rangle_{a_{1}} + \left[b_{1} \sqrt{1 - (c_{1}/b_{1})^{2}} (a_{1} | 0 \cdots 00 \rangle + \dots + a_{2^{n-1}} | 1 \cdots 11 \rangle)_{2-n} | 0 \rangle_{1y} \right] | 1 \rangle_{a_{1}}, \qquad (9)$$

$$\mathbf{U}_{1} | \beta_{1}^{\pm} \rangle = \frac{c_{1}}{\sqrt{2}} \prod_{i=2}^{n} | \psi \rangle_{i} \otimes \frac{|\xi_{1}^{\pm} \rangle}{\left\{ \left[(a_{1} | 0 \cdots 00 \rangle + \dots + a_{2^{n-1}} | 1 \cdots 11 \rangle)_{2-n} | 1 \rangle_{1y} \pm (a_{2^{n-1}+1} | 0 \cdots 00 \rangle + \dots + a_{2^{n}} | 1 \cdots 11 \rangle)_{2-n} | 0 \rangle_{1y} \right] | 0 \rangle_{a_{1}} + \left[b_{1} \sqrt{1 - (c_{1}/b_{1})^{2}} (a_{1^{n-1}+1} | 0 \cdots 00 \rangle + \dots + a_{2^{n}} | 1 \cdots 11 \rangle)_{2-n} | 0 \rangle_{1y} \right] | 1 \rangle_{a_{1}}. \qquad (10)$$

第三步 Bob 对辅助粒子 a_1 进行投影测量,如果 结果为 $|1\rangle$,那么传态失败,否则结果为 $|0\rangle$,根据 (9) 式、(10) 式,显然塌缩态为四个可能量子态 ($|\zeta_1^{\pm}\rangle$, $|\xi_1^{\pm}\rangle$)中的一个。

最后,Bob只需要根据Alice的贝尔测量结 果,参照事先确定的解码协议(表1)对自己拥有的 粒子再实施一次对应的单粒子幺正变换 U_2 来调整 基矢就可以最终完成传送态中1粒子信息至1y粒 子的传送。幺正变换 U_2 有四种基本形式分别为 $(I,\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z),其中I是恒等变换,对粒子状态不产$ $生作用,<math>(\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z)$ 为泡利矩阵,他们的作用原理 如下:

$$I | 0\rangle = | 0\rangle, \qquad I | 1\rangle = | 1\rangle, \sigma_{x} | 0\rangle = | 1\rangle, \qquad \sigma_{x} | 1\rangle = | 0\rangle, i\sigma_{y} | 0\rangle = - | 1\rangle, \qquad i\sigma_{y} | 1\rangle = | 0\rangle, \sigma_{z} | 0\rangle = | 0\rangle, \qquad \sigma_{x} | 1\rangle = - | 1\rangle,$$
(11)

与四种贝尔测量结果对应的四种塌缩态($|\zeta_1^{\pm}\rangle$, $|\xi_1^{\pm}\rangle$)经过对应的幺正变换 U_2 作用后,将会获得统一的形式:

$$\frac{c_1}{\sqrt{2}} \prod_{i=2}^n |\psi\rangle_i \otimes \left[(a_1 | 0 \cdots 00\rangle + \cdots + a_{2^{n-1}} | 1 \cdots 11\rangle)_{2 \sim n} | 0\rangle_{1y} + (a_2 | 0 \cdots | 0\rangle_{1y} + (a_2 | 0 \cdots | 0\rangle_{1y}) \right]$$

 $(a_{2^{n-1}+1} \mid 0 \cdots 00) + \cdots + a_{2^n} \mid 1 \cdots 11)_{2 \sim n} \mid 1\rangle_{1_y}], (12)$

此时,经过了四个步骤 Bob 拥有的粒子 1y 的信息 完全取代了 Alice 处的 1 粒子信息,而且由于经过 了测量操作,原始传送态中的有关 1 粒子的信息已 经遭到了损毁。

表 1 Alice 的贝尔测量结果和 Bob 的相应恢复操作

Table 1 Alice's Bell state measurement results and Bob's relevant unitary transformations

Alice's Bell state measurement	Bob's relevant unitary
results of particles (i, ix)	transformations of particle iy
$\mid \pmb{\phi}^+_{1,1x} angle$	Ι
$ {oldsymbol \phi}^{1,1x} angle$	σ
$ \psi^+_{\!\scriptscriptstyle 1, _{1x}} angle$	σ_x
$ \psi_{1,1x}^- angle$	i o ,

根据上面的阐述,可以得出如下的四步规律:

1) Alice 对(*i*,*ix*)粒子对实施贝尔测量,并将 结果通过经典通道通知接受者 Bob。

Bob 引入一个初态为 | 0> 的辅助粒子 ai, 对自
 己的粒子(*iy*, ai)实施一个 4×4 的联合幺正变换 U_i。

3) Bob 对辅助粒子 *ai* 进行投影测量,获得测量 结果 | 0>。

4) Bob 根据 Alice 的贝尔测量结果,参照解码协议(表 1)对 *iy* 实施对应的幺正变换 U₂ 调整基矢。

我们发现,当 Alice 和 Bob 对(*i*,*ix*,*iy*,*ai*)实施 完类似的四步操作时,传送态中*i* 粒子储存的信息 将会储存至 *iy* 粒子上,即实现了信息的传递。显 然,如果按照顺序将 *i* 的取值从 1 取到 *n*,相应的就 可以实现传送态中 1~*n* 粒子储存的所有信息至远 方 Bob 处的 1*y*~*ny* 粒子信息的传递,而原始的传 送态因为经历了测量操作已经被破坏。

当完成了上述的 n 次重复操作之后,Bob 处的 1y~ny 粒子重现了初始态信息,表示为

$$|\phi\rangle_{1_{y\sim ny}} = \prod_{i=1}^{n} \frac{c_{i}}{\sqrt{2}} (a_{1} | 00\cdots00\rangle + a_{2} | 00\cdots01\rangle + \cdots + a_{2^{n}} | 11\cdots11\rangle)_{1_{y\sim ny}},$$
(13)

由于系统经历了 *n* 次 Bell 测量将会出现 4^{*n*} 种可能的塌缩态,而根据(11)式前的概率系数,每一种可能 塌缩态成功传送的概率为 $\prod_{i=1}^{n} \left| \frac{c_i}{\sqrt{2}} \right|^2$,因此,传态成 功的总概率为



至此,在理论上我们已经实现了 n 粒子任意态的隐形传送。

2.2 任意 n 粒子纠缠态的概率传送的量子逻辑线路

量子系统的动态过程要保持正交的方式进行粒子状态的转换,在复向量空间上保持正交的变换就是 幺正变换,量子信息的传送过程中量子导线携带量子 位信息而量子逻辑门实施幺正变换,研究表明所有的 逻辑运算都可以通过单粒子门和两粒子门的组合来 实现其功能^[12~14],而众多的量子门按照一定的方式 进行组合就形成量子传送网络。为了能在实验上方 便地实现我们的理论方案,我们设计了如图 1所示的 量子逻辑线路图。其中 $H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix},$ $X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, M$ 为冯•诺依曼(Vol

Neumann)测量。



图 1 用冯・诺依曼(Von Neumann)测量 M 和经典控制门操作表示的任意 n 粒子量子态概率传递的量子逻辑线路 Fig. 1 Quantum logic circuit for probabilistic teleportation of an arbitrary *n*-particle state via the help of Von Neumann measurement and classical logic gates

图中可以看出将 n 粒子信息的传送分解为n 组 重复的单元(*i*,*ix*,*iy*,*ai*,*i*=1~n)来分别处理,每组 重复单元对某一个粒子单独进行信息传送,两条虚 线所夹部分为贝尔态测量电路,与虚线左侧部分共 同构成 Alice 处的发送电路,右侧为 Bob 处的接收 电路,其中 $\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} b_i & -c_i \\ c_i & b_i \end{bmatrix} (i=1,\dots,n)$ 是用来制备 构成量子通道的 n 个非最大纠缠 EPR 对的单比特 旋转操作。 $U_i(i=1,\dots,n)$ 为 Bob 对粒子 iy 和 ai 所作的幺正变换,具体形式如式(7)式和(8)所示。 每组重复单元的操作线路提取出来如图 2 所示。

从图 2 中可以看出 $|0\rangle_{ix}$ 经过 R_i 变换后,再以 ix 作为控制位,iy 为靶位做联合控制非操作即可实 现纠缠通道的制备,图中的黑点表示当 ix 位为 $|1\rangle$ 时 iy 位翻转,而 ix 位为 $|0\rangle$ 时 iy 位不变。通道 制备逻辑(CNOT)表达式如下:





$$CNOT_{ix,iy}(b_i | 00\rangle + c_i | 10\rangle)_{ix,iy} = (b_i | 00\rangle + c_i | 11\rangle)_{ix,iy}, \qquad (15)$$

传送过程自左向右按照逻辑线路依次执行,当完成两 虚线中间的贝尔测量线路和右侧的接受操作后,*i* 粒 子的信息就会被*iy* 粒子完全取代,将所有重复单元 组合起来就可以实现任意*n* 粒子信息态的传送。这 里有必要给出*U*_i 的具体逻辑线路^[14],如图 3 所示。



图 3 四维希尔伯特空间中幺正变换 U_i 的量子逻辑图 Fig. 3 Quantum logic circuit of the unitary transformation U_i for four-dimensional Hilbert space

图 3 中,符号 $A_i = R_y (-\theta_i/2)$ 和 $B_i = R_y (\theta_i/2)$ 分别表示绕 y 轴旋转 $-\theta_i$ 和 θ_i 角。利用单比特旋 转门和两比特控制旋转门,幺正变换 U_i 可以写作

 $U_i = (\mathbf{R}_{iyx} \otimes \mathbf{I}_{ai})\mathbf{u}_{iyai}(\mathbf{R}_{iyx} \otimes \mathbf{I}_{ai}),$ (16) 其中 \mathbf{R}_{iyx} 是作用在粒子 iy 上的泡利算符, \mathbf{I}_{ai} 表示作 用在粒子 ai 上的单位算符, $m \mathbf{u}_{iyai}$ 是两比特控制旋 转操作。如果控制量子比特 iy 处于态 $|1\rangle_{iy}$, 那么, 幺正旋转操作

$$\boldsymbol{u}_{iyai} = \begin{bmatrix} \frac{b_i}{c_i} & -\sqrt{1 - \left(\frac{b_i}{c_i}\right)^2} \\ \sqrt{1 - \left(\frac{b_i}{c_i}\right)^2} & \frac{b_i}{c_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i/2) & -\sin(\theta_i/2) \\ \sin(\theta_i/2) & \cos(\theta_i/2) \end{bmatrix}, \quad (17)$$

作用在引入的辅助量子比特 ai 上,否则,辅助量子 比特不发生变化,上式中假定 $b_i/c_i = \cos(\theta_i/2)$ 。

3 结 论

本文利用 n 对非最大纠缠 EPR 态作量子通道,

采用引入n个辅助粒子依次作n次四维基下的联合 幺正变换的方法,巧妙实现了任意n粒子量子态的 概率传送,总结出了简洁的概率公式;通过利用n个 单比特控制U操作代替对n+1个粒子在2"+1维基 下的复杂操作,画出了规整的任意n粒子量子态概 率传送的量子逻辑线路,这个电路可以实现任意多 个粒子量子态的隐形传送,是一个高度概括性的逻 辑线路。目前,基于卫星的量子隐形传态已经在实 验上获得了初步成功^[15],相信我们的方案可以在实 验上为n粒子任意态的隐形传态提供参考。这个线 路只解决两个对象之间的分离粒子的量子信息传送 问题,构建连续变量量子态传递的逻辑线路以及量 子态传送的网络线路将是我们下一步的研究方向。

参考文献

- 1 C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crepeau *et al.*. Teleporting an unknown quantum state via dual classic and Einstein-Podolsky-Rosen channels[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**(13): 1895~1899
- 2 Wanli Li, Chuanfeng Li, Guangcan Guo. Probabilistic teleportation and entanglement matching [J]. *Phys. Rev. A*, 2000, **61**(3): 034301-1~3
- 3 Gu Yongjian, Zheng Yizhuang, Guo Guangcan. Probabilistic teleportation of an arbitrary two-particle state[J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2001, **18**(12): 1543~1545
- 4 Guo Zhanying, Fang Jianxing, Zhu Shiqun *et al.*. Probabilistic teleportation of an arbitrary two-particle state and its quantum circuits[J]. *Commun. Theor. Phys.*, 2006, **45**(6): 1013~1017
- 5 Dai Hongyi, Li Chengzu, Chen Pingxing. Probabilistic teleportation of the three-particle entangled state by the partial three-particle entangled state and the three-particle entangled W state[J]. Chin. Phys. Lett., 2003, 20(8): 1196~1198
- 6 Jianxing Fang, Yinsheng Ling, Shiqun Zhu et al.. Probabilistic teleportation of a three-particle state via three pairs of entangled particles[J]. Phys. Rev. A, 2003, 67(1): 014305-1~4
- 7 Lu Hong. Probabilistic teleportation of the three-particle entangled state via entanglement swapping [J]. Chin. Phys. Lett., 2001, 18(8): 1004~1006
- 8 Liu Jinming, Zhang Yongsheng, Guo Gangcan. Quantum logic networks for probabilistic teleportation[J]. Chin. Phys., 2003, 12(3): 251~258
- 9 Xi Yongjun, Fang Jianxing, Zhu Shiqun et al.. Probabilistic teleportation of an arbitrary *n*-particle entangled state [J]. Commun. Theor. Phys., 2005, 44(1): 51~54
- 10 D. Boschi, S. Branca, F. D. Martini *et al.*. Experimental realization of teleporting an unknown pure quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, **80**(6): 1121~1125
- 11 M. A. Nielsen, E. Knill, R. Laflamme. Complete quantum teleportation using nuclear magnetic resonance [J]. Nature, 1998, 396(6706): 52~55
- 12 T. Sleator, H. Weinfurter. Realizable universal quantum logic gates[J]. Phys. Rev. Lett., 1995, 74(20): 4087~4090
- 13 S. Lloyd. Almost any quantum logic gate is universal[J]. Phys. Rev. Lett., 1995, 75(2): 346~349
- 14 A. Barenco, C. H. Bennett, R. Cleve *et al.*. Elementary gates for quantum computation [J]. *Phys. Rev. A*, 1995, **52**(5): 3457~3467
- 15 Chengzhi Peng, Tao Yang, Xiaohui Bao et al.. Experimental freespace distribution of entangled photon pairs over 13 km: Towards satallite-based global quantum communication [J]. Phys. Rev. Lett., 2005, 94(15): 150501-1~4