

文章编号: 0253-2239(2008)02-0370-05

衍射理论对局域空心光束及无衍射光束重建的描述

刘 岚 吴逢铁

(华侨大学信息与工程学院, 福建 泉州 362021)

摘要 利用衍射理论导出了局域空心光束的传输表达式及光强分布, 给出了局域空心光束的精细结构, 详细分析了其演变过程。讨论了聚焦透镜的焦距 f 对径向暗域最大尺寸及轴上暗域长度的影响。结果表明, 径向暗域最大尺寸及轴上暗域长度都随着 f 的增大而增大。通过轴棱锥-透镜系统获得局域空心光束, 用体视显微镜和 CCD 照相机组成的系统拍摄光束强度分布。结果表明应用衍射理论可以较精确地描述局域空心光束的演变过程。找出了其应用中的不利因素, 更清晰地展现无衍射光束的重建现象。这种描述方法弥补了几何理论和干涉理论的不足。

关键词 物理光学; 局域空心光束; 衍射理论; 传输特性; 无衍射光

中图分类号 O436 **文献标识码** A

Description of Bottle Beam and Reconstruction of Bessel Beam Based on Diffraction Integral Theory

Liu Lan Wu Fengtie

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Quanzhou, Fujian 362021, China)

Abstract The propagation formula and the intensity distribution of a bottle beam are deduced by Huygens-Fresnel diffraction integral theory. The evolution of the bottle beam is analyzed in detail and its fine structure is displayed. The influence of the focal length in focal lens on the bottle radius and bottle length is discussed. The results show that the bottle radius and bottle length increase with the increase of the focal length in focal lens. The bottle beam is generated using the system of an axicon and a focal lens in the experiment. The profiles of the transverse intensity of the bottle beam in different propagation distance are captured using the optical system of microscope and CCD camera. The results show that not only the evolution of bottle beam is depicted accurately, but the adverse factor which effects the application is also pointed out using Huygens-Fresnel diffraction integral theory. Furthermore, the self-reconstruction of Bessel beam is displayed accurately. The diffraction theory used have makes up geometric theory and interferential theory.

Key words physical optics; bottle beam; diffraction theory; propagation property; non-diffraction beam

1 引 言

近年来空心光束在原子引导、光学镊子及非线性光学^[1]等方面都有广泛的应用, 有关空心光束的研究已经成为现代光学一个很重要的课题。局域空心光束是诸多空心光束的一种, 是在光束的传播方向上有着强度为零的区域, 并且在此区域外三维空间都围绕着高强度的光^[2]。目前, 实验上已获得多种产生局域空心光束的方法^[3~6]。采用轴棱锥-透

镜系统, 即将一束经过准直扩束的激光入射到一轴棱锥镜上, 获得光强分布不随传播距离改变而变化的近似无衍射光束^[7,8], 在无衍射光束的最大准直距离内插入一合适的聚焦透镜, 即可产生局域空心光束。此方法结构简单, 入射光的能量利用率高, 暗中空区域大小尺寸容易操控。

自 20 世纪 90 年代以来, 已有多种理论对局域空心光束进行了描述。其中 Ming-Dar Wei 等^[9]应

收稿日期: 2007-04-16; 收到修改稿日期: 2007-08-13

基金项目: 国家自然科学基金(60477041)和福建省自然科学基金(A0410017)资助课题。

作者简介: 刘 岚(1981-), 女, 河南商丘人, 硕士研究生, 主要从事无衍射光束方面的研究。E-mail: liulan81@126.com

导师简介: 吴逢铁(1958-), 男, 福建泉州人, 教授, 主要从事光束传输与变换及非线性光学等方面的研究。

E-mail: ftwu@public.qz.fj.cn

用几何理论对局域空心光束进行分析,给出了产生局域空心光束的条件以及形成过程,但未描述局域空心光束传输过程中的光强分布;Baida Lü等^[10]应用衍射理论对无衍射光束的聚焦问题进行了研究,但只局限于局域空心光束形成以前的聚焦无衍射光束,并未对局域空心光束进行探讨;曾夏辉利用干涉理论^[11]较详细的分析了局域空心光束的光强分布,它能够很好地描述局域空心光束的形成过程。

本文提出一种较干涉理论更为精确的描述方法,利用衍射理论描述完整的局域空心光束的光强分布,展示了完整的局域空心光束结构,为其应用打下理论基础。利用衍射理论十分清晰地描述了类似无衍射光束的重建现象,这是干涉理论所做不到的。鉴于局域空心光束的暗域尺寸大小对其应用有较大影响,文章同时对影响暗中空区域的相关参量进行了讨论。

2 理论分析

经扩束准直的激光光束垂直入射到轴棱锥上产

生无衍射光束,其最大准直距离^[12] $Z_{\max} = a/(n-1)\beta$ 。其中 a 是入射到轴棱锥镜上的光束半径, n 是轴棱锥的折射率, β 是轴棱锥的底角。在最大准直距离内插入一个合适的聚焦透镜,透镜后就形成了完整的局域空心光束,如图 1 所示。

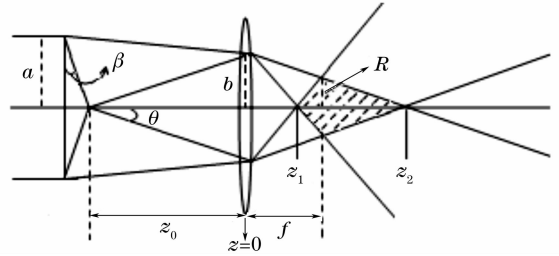


图 1 产生局域空心光束的示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the generation of a bottle beam

设入射到透镜上的无衍射光束的光场为

$$E_1(r_1) = A_0 J_0(k_r \cdot r_1), \quad (1)$$

利用柯林斯公式的推广,在柱坐标下的广义惠更斯-菲涅耳衍射积分公式可以得到经过聚焦透镜后的光场:

$$E_2(r_2) = \frac{i}{\lambda B} \exp(ikL) \int_0^b E_1(r_1) \cdot 2\pi J_0\left(\frac{kr_1 r_2}{B}\right) \exp\left\{\frac{ik}{2B}[A \cdot r_1^2 + D \cdot r_2^2]\right\} r_1 dr_1, \quad (2)$$

其中 $k = 2\pi/\lambda$ 是波数, L 是聚焦后的光场距透镜的距离, A, B, D 是传输矩阵的矩阵元素:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - z/f & z \\ -1/f & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

将(1)式和(3)式代入(2)式可得

$$E(r, z) = \frac{-ik}{z} A_0 \exp(ikz) \exp\left(\frac{ik}{2z} r^2\right) \int_0^b J_0(k_r r_1) J_0\left(\frac{kr_1 r}{z}\right) \exp\left[\frac{ikr_1^2}{2z} - \frac{ik}{2f} r_1^2\right] r_1 dr_1, \quad (4)$$

其中 A_0 是复振幅常量, k_r 是径向波矢分量, r_1 是径向坐标, J_0 是第一类零阶贝塞尔函数, f 是聚焦透镜的焦距。由图 1 可以得出 $b = z_0(n-1)\beta$, z_0 是聚焦透镜到轴棱锥的距离。

依据(4)式可以得到聚焦后的光强分布:

$$I(r, z) = \left(\frac{kA_0}{z}\right)^2 \left\{ \left| \int_0^b J_0(k_r r_1) J_0\left(\frac{kr_1 r}{z}\right) \exp\left[\frac{ikr_1^2}{2z} - \frac{ik}{2f} r_1^2\right] r_1 dr_1 \right|^2 \right\}. \quad (5)$$

3 局域空心光束及类似无衍射光束重建后的光强分布

3.1 数值模拟

利用光强表达式(5)对局域空心光束及类似无衍射光束重建后光强分布进行模拟,结果如图 2 所示。

图 2(a)展示了无衍射光束经过聚焦透镜后的演变情况及完整的局域空心光束的光强分布。为了作图方便,对聚焦透镜的焦距 f 及传输距离 z 进行

了归一化,取 $f=3$ 。三维分布图中焦平面前方是圆锥形光波相干叠加形成的强度逐渐增大的类似无衍射光束,即对应图 1 中 z 轴上 0 到 z_1 之间的圆锥形区域; $z=3$ 处即聚焦透镜焦平面上两个突起的尖峰,该处暗域直径最大,且外亮环最细最亮;焦平面后出现了类似无衍射光束的重建现象,这种现象从图 1 中 z_2 以后的圆锥形相干叠加区域也很容易看出。局域空心光束的光强分布及类似无衍射光束的重建过程可以从下面的光强剖面图中更清晰地看到。

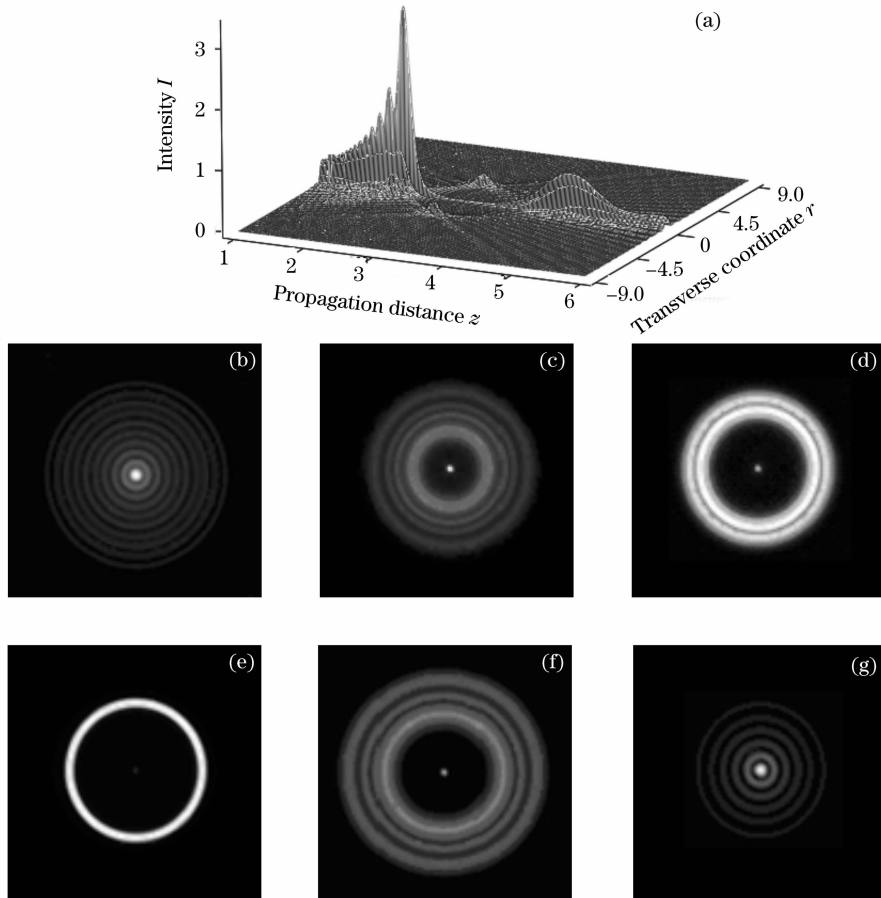


图 2 局域空心光束的光强三维分布(a), 不同位置的光束截面(b)~(g)

Fig. 2 Three-dimensional intensity distribution (a), the profiles in different positions (b)~(g) of the bottle beam

图 2(b)~(g)分别展示了在 $z=1.5, z=2.6, z=2.8, z=3, z=3.4, z=4.5$ 截面处的光强分布, 给出了无衍射光束经透镜聚焦后形成的局域空心光束及进一步的无衍射光束重建过程的光强分布情况。沿光轴随着 z 的逐渐增大, 类似无衍射光束逐渐演变成有着强度为零的暗中空区域, 外围有环数较多的亮环。其中暗域外围第一个亮环的亮度远远大于其它亮环; 暗域的半径和亮环亮度随着 z 的增大而增大, 而亮环的环数随着 z 的增大逐渐减少; 当到达焦平面处形成一个亮度最大的亮环, 此时暗域半径达到最大, 见图 2(e); 此后随着 z 的增大, 暗域的半径和亮环的亮度又逐渐变小, 而亮环的环数逐渐增多; 接着暗域消失出现了类似无衍射光束的重建现象, 见图 2(g), 构成了完整的局域空心光束。图 2(b)~图 2(g)比较可以发现重建的类似无衍射光束中心主光斑半径比初形成的类似无衍射光束中心主光斑半径大, 并且重建的类似无衍射光束外围亮环较初形成的类似无衍射光束外围亮环稀疏。可以看到在暗中空区域中心有一个小小的亮点, 并且

越靠近焦平面处亮度越小。在焦平面处几乎看不到此亮点[见图 2(e)], 但事实上它仍然存在, 实验分析也证实了这一点。这一现象可以在焦平面上光强二维分布模拟图中更清晰的看到, 见图 3。

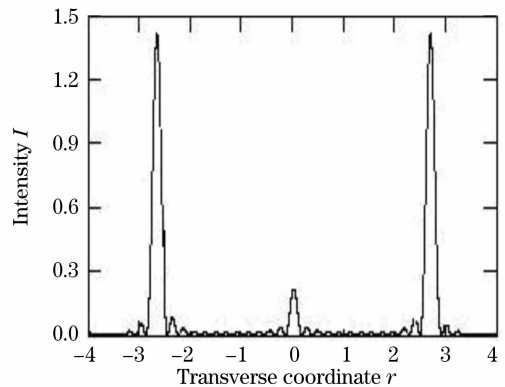


图 3 焦平面上的光强分布

Fig. 3 Transverse intensity profile at the focal plane

图 3 仍是利用公式(5)取参量 $f=3$ 时模拟出焦平面上的光强二维分布。图中两个较大的峰是暗域外围亮圆环的相对强度分布, $r=0$ 处的小尖峰代表

暗域中心小亮点的相对强度分布。在焦平面后亮点的强度逐渐增强,这一现象从图 2(a)中传播轴上小小的突起也能看到,这是聚焦透镜对有限光束的衍射作用所形成的^[13],用相干理论却分析不到,其实这个亮点是局域空心光束在实际应用中的不利因素,应设法消除。

3.2 实验分析

波长为 632.8 nm He-Ne 激光经过扩束准直后正入射到带有光阑的轴棱锥上,光阑半径 $a=4$ mm,轴棱锥的折射率 $n=1.516$,锥角 $\beta=0.5^\circ$,在此条件下轴棱锥后无衍射光的最大准直距离 $z_{\max}=888.8$ mm。由图 1 采用傍轴光线追踪的方法可以得出开环点和闭环点的位置^[9] z_1 和 z_2 :

$$z_1 = \frac{a - (n-1)\beta z_0}{a/f + (1 - z_0/f)(n-1)\beta} = \frac{f - z_0 f/Z_{\max}}{1 + f/Z_{\max} - z_0/Z_{\max}}, \quad (6)$$

$$z_2 = \frac{z_0 f}{z_0 - f}. \quad (7)$$

在 $z = z_1$ 和 $z = z_2$ 之间,被外围光包着的是暗中空区域。定义其轴上暗域长度 $\Delta z = z_2 - z_1$,式中 f 是聚焦透镜的焦距, Z_0 是透镜到轴棱镜的距离。将焦距为 $f = 100$ mm 的聚焦透镜放在距轴棱锥

653 mm 处,由(6)式、(7)式可求得 $z_1 = 70.2$ mm, $z_2 = 118.1$ mm。被聚焦的光束投影到旋转屏上,用体视显微镜(可连续放大,最大放大倍率 $50\times$)和 CCD 照相机(可连续放大,最大倍率 $5\times$, $2560 \text{ pixel} \times 1920 \text{ pixel}$)组成的光学系统拍摄光束强度分布,结果如图 4 所示。

图 4(a)~图 4(f)分别是在 $z = 46$ mm, $z = 92$ mm, $z = 96$ mm, $z = 100$ mm, $z = 104$ mm, $z = 415$ mm 处的横截面上拍摄的光强分布照片。在光轴上随着 z 的增大,首先形成了类似无衍射光束;接着出现有着强度为零的暗中空区域,且到达焦平面处暗域半径最大,外围亮环的亮度最大;此后随着 z 的逐渐增大,暗域半径和亮环的亮度又逐渐变小且亮环的环数逐渐增多;随着光的传播,焦平面后暗域消失出现了类似无衍射光束的重建现象,构成了完整的局域空心光束。对比图 2(b)~图 2(g)和图 4 可以看到实验与理论十分相符,在实验过程中的确发现重建后的类似无衍射光束外围亮环的环数较初形成类似无衍射光束外围亮环稀疏且半径较大;而且重建后的类似无衍射光束外围亮环的环数随着 z 的增大几乎不变,但半径随着光的传播明显增大。

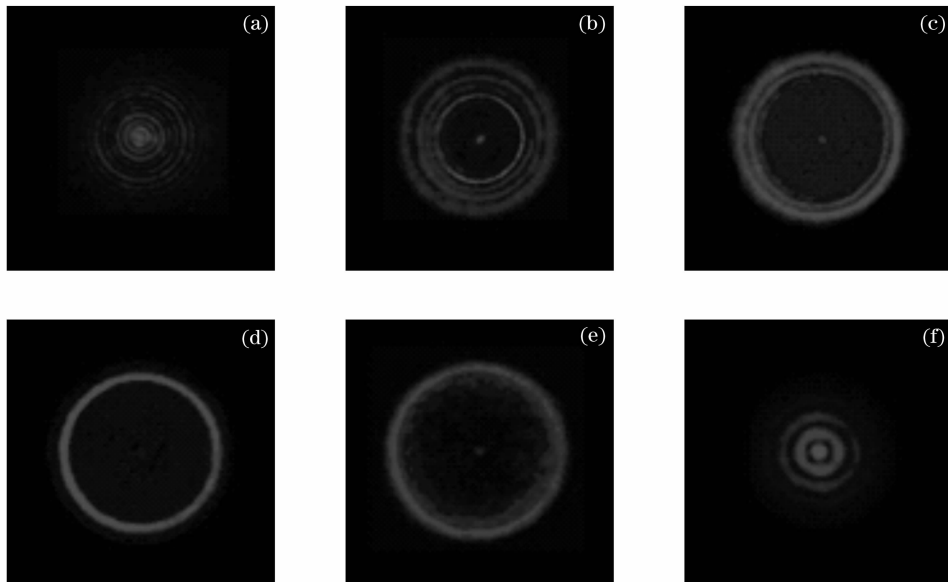


图 4 在不同位置的局域空心光束的光强分布实验图

Fig. 4 Experimentally captured intensity sections of the bottle beam in different positions

4 聚焦透镜的焦距 f 对光束的影响

利用表达式(5)取参量 $f=3.5$,对局域空心光束三维光强分布进行模拟,结果如图 5 所示。

比较图 2(a)和图 5 可以看出,焦平面处暗域半径随着聚焦透镜焦距 f 的增大而明显增大;局域空心光束的纵向暗域也随着 f 的增大而明显增大。

但重建后类似无衍射光束的光强随着焦距的增大而逐渐减小,重建现象越来越不显著;当 $f > z_{\max}$ 时将不再出现无衍射光束的重建现象,即将不再形成局域空心光束,这与几何理论的定性分析^[9]是一致的。

图 6 是在只改变聚焦透镜焦距,且显微镜的放大倍数一样的条件下,拍摄的一组焦平面处光强横截面分布照片。从图中可以看到,在焦平面处暗域的半径随着 f 的增大而增大。实验中还可以观察到局域空心光束的纵向长度随着聚焦透镜的焦距增大明显增大,因此要得到暗域大小不同的局域空心光束,只须改变聚焦透镜的焦距。

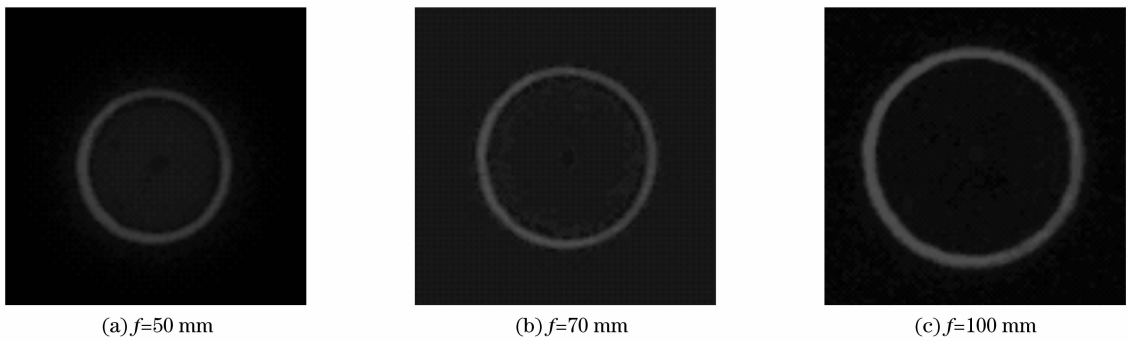


图 6 不同焦平面处光强分布实验图

Fig. 6 Experimentally captured intensity sections in different focal planes

5 结 论

基于衍射理论研究了采用轴棱锥和聚焦透镜系统产生的局域空心光束及无衍射光束重建的特性。数值模拟了完整的局域空心光束三维光强分布,给出了局域空心光束的精细结构。从其结构图中发现,此类局域空心光束的暗域中心光强并不为零,这也是它在应用中的不利因素。在实际应用中应设法消除暗域中心的亮点。分析了聚焦透镜的焦距 f 对局域空心光束的暗中空横向最大距离及纵向最大距离的影响。结果表明,径向暗域最大尺寸及轴上暗域长度都随着 f 的增大而增大。这些结论将对局域空心光束的实际应用提供理论基础和有益的帮助。

参 考 文 献

- Ning Guobin, Liang Zhu. Dynamic laser outer conical refraction[J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(10): 1399~1403
宁国斌,梁柱. 激光动态外锥折射实验研究[J]. *光学学报*, 1998, **18**(10): 1399~1403
- J. Arlt, M. J. Padgett. Generation of a beam with a dark focus surrounded by regions of higher intensity: the optical bottle beam[J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(4): 191~193
- Roe Ozeri, Lev Khaykovich, Nir Fridman *et al.*. Large-volume single-beam dark optical trap for atoms using binary phase elements[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2000, **17**(7): 1113~1116
- L. Cacciapuoti, M. de Angelis, G. Pierattini *et al.*. Single beam optical bottle for cold atoms using a conical lens[J]. *Eur. Phys.*

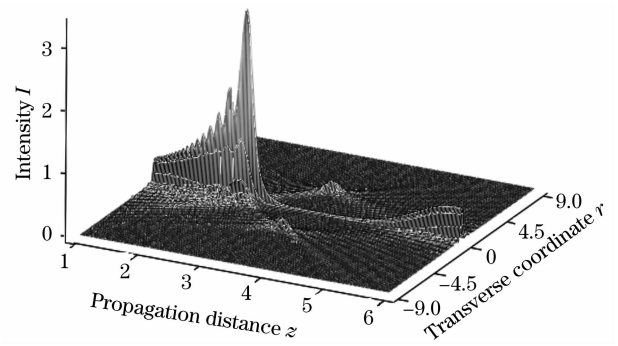


图 5 局域空心光束三维光强分布

Fig. 5 Three-dimensional intensity distribution of the bottle beam

- J., 2001, **D14**(3): 373~376
- Xue Dongmei, Liu Tingting, Guo Chengshan. Localized hollow beams generated through interference of double zero-order Bessel beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(5): 771~775
薛冬梅,刘婷婷,国承山. 基于零级贝塞尔光束干涉产生的局域空心光束[J]. *光学学报*, 2007, **27**(5): 771~775
- Ariel Kaplan, Nir Friedman, Nir Davidson. Optimized single beam dark optical trap[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2002, **19**(6): 1233~1238
- J. Durnin. Exact solution for nondiffracting beam[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1987, **4**(4): 651~654
- Zhai Zhongsheng, Zhao Bin. Experiments and theoretical analyses of non-diffracting beams interference[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(8): 1503~1507
翟中生,赵斌. 无衍射光的干涉实验与理论分析[J]. *光学学报*, 刘华,卢振武. 圆锥透镜对球面入射光的聚焦衍射特性[J]. *光子学报*, 2007, **27**(8): 1503~1507
- Ming-Dar Wei, Wen-Long Shiao, Yi-Tse Lin. Adjustable generation of bottle beam and hollow beams using an axicon[J]. *Opt. Commun.*, 2005, **248**: 7~14
- Baida Lü, Wenlong Huang, Bin Zhang *et al.*. Focusing properties of Bessel beam[J]. *Opt. Commun.*, 1996, **131**: 223~228
- Zeng Xiahui, Wu Fengtie, Liu Lan. The description of bottle beam based on the interferential theory[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(2): 791~797
曾夏辉,吴逢铁,刘岚. 干涉理论对 Bottle beam 的描述[J]. *物理学报*, 2007, **56**(2): 791~797
- Baida Lü, Bin Zhang, Bangwei Cai. Study of property of aperture Bessel beam[J]. *Chinese Science Bulletin*, 1994, **39**(1): 125~128
吕百达,张彬,蔡邦维等. 有限束宽无衍射光束特性的研究[J]. *科学通报*, 1994, **39**(1): 125~128
- Born M, Wolf E. *Principles of Optics* [M]. Yang Jiasun transl., Beijing: Electronic Industry Press, 2006. 362~368
玻恩,沃尔夫. *光学原理* [M]. 杨葆孙译,北京:电子工业出版社, 2006. 362~368