

文章编号: 0253-2239(2008)02-0211-08

# 一种新颖的实现冷原子或冷分子囚禁的可控制光学四阱及其二维光学晶格

陆俊发<sup>1,2</sup> 纪宪明<sup>2,3</sup> 周琦<sup>1,2</sup> 印建平<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> 东华理工大学物理系, 江西 抚州 344000  
<sup>2</sup> 华东师范大学物理系光谱学与波谱学教育部重点实验室, 上海 200062  
<sup>3</sup> 南通大学物理系, 江苏 南通 226007

**摘要** 原子光学晶格为精确操控中性原子和研究某些基本物理问题提供了一种方法。提出了一种利用单光束照明余弦型振幅光栅与透镜组合系统实现冷原子或冷分子囚禁的可控制光学四阱新方案, 计算了四阱的光强分布, 讨论了从光学四阱到双阱或单阱的演化过程, 并导出了光学四阱的几何参量、光强分布、强度梯度及其曲率与光学透镜系统参量间的解析关系, 获得了四阱间距与光栅空间频率的关系。研究表明通过改变余弦光栅的空间频率即可实现从光学四阱到双阱或单阱的连续双向演化。

**关键词** 原子与分子物理; 原子分子囚禁; 余弦振幅光栅; 可控制光学四阱; 光学晶格

**中图分类号** O436 **文献标识码** A

## A Novel Controllable Four-Well Optical Trap for Cold Atoms or Molecules and Its Two-Dimensional Optical Lattices

Lu Junfa<sup>1,2</sup> Ji Xianming<sup>2,3</sup> Zhou Qi<sup>1,2</sup> Yin Jianping<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics, East China Institute of Technology, Fuzhou, Jiangxi 344000, China  
<sup>2</sup> Key Laboratory of Optical and Magnetic Resonance Spectroscopy, Ministry of Education, Department of Physics, East China Normal University, Shanghai 200062, China  
<sup>3</sup> Department of Physics, Nantong University, Nantong, Jiangsu 226007, China

**Abstract** Atomic optical lattices offer a method for manipulating neutral atoms accurately and study on several basic problems in physics. We propose a novel scheme to form a controllable four-well optical trap for cold atoms or molecules by using an optical system composed of an amplitude cosine grating and a lens illuminated by a plane light wave. We calculate the intensity distribution of the four-well optical trap, discuss the evolution process of the optical trap from four wells to double wells or single well, and derive the analytical relations between the characteristic parameters of the four-well trap (including geometric parameters, intensity distribution, intensity gradients and their curvatures) and the parameters of the optical lens system. The study shows that this four-well trap can continuously evolve into a double-well or single-well one by changing space frequency of the cosine grating, and the dependence of the distance between the trapping centers of the four wells or two ones on the grating space frequency is obtained.

**Key words** atom and molecule physics; atom or molecule trap; amplitude cosine-only grating; controllable four-well optical trap; optical lattice

收稿日期: 2007-05-11; 收到修改稿日期: 2007-09-23

基金项目: 国家自然科学基金(10174050, 10374029, 10674047)、国家自然科学基金重点项目(10434060)、国家科技部量子调控重大基础研究计划项目(2006CB921604)和上海市重点学科以及教育部 211 专项基金项目资助课题。

作者简介: 陆俊发(1955—), 男, 江苏张家港人, 副教授, 主要从事信息光学、原子光学等方面的研究。

E-mail: jflu@ecit.edu.cn

\* 通信联系人。E-mail: jpyin@phy.ecnu.edu.cn

## 1 引 言

采用红失谐或蓝失谐的激光场构成的光学势阱是实现中性冷原子囚禁与操控的基本方案之一。Chu 等<sup>[1]</sup>于 1986 年提出了利用聚焦的红失谐高斯光束形成光学势阱的方案,并实现冷钠原子的激光囚禁。随后,人们利用红失谐高斯光束或蓝失谐空心光束构成了各种光学势阱,并成功实现了各种中性冷原子或冷分子的光学囚禁、全光学冷却与囚禁的原子或分子玻色-爱因斯坦凝聚(BEC)及其全光型原子激光的输出<sup>[2~4]</sup>,进行了光学晶格中玻色-爱因斯坦凝聚的自囚禁<sup>[5]</sup>、非线性绝热演化<sup>[6]</sup>、非线性动力学<sup>[7]</sup>、双核素的相位图<sup>[8]</sup>和磁孤子间的碰撞<sup>[9]</sup>等研究,并实现了光学晶格中单原子的囚禁、测量与操纵<sup>[10,11]</sup>,逐步形成了晶格原子光学<sup>[12]</sup>。

近几年来,有关多样品原子或分子的冷碰撞性质的研究、新颖光学晶格的构成、全光型原子或分子芯片与全光型费米气体量子简并、玻色-爱因斯坦凝聚以及多原子团间的量子纠缠与量子干涉研究等<sup>[13~15]</sup>,已成为超冷原子、分子物理、原子、分子与量子光学领域中的热门研究课题。胡建军等<sup>[16]</sup>研究了冷原子的双阱微磁表面囚禁,并讨论了表面双磁光阱及其应用<sup>[17]</sup>。纪宪明等提出了实现冷原子囚禁的可控光学双阱方案<sup>[18]</sup>,最近沐仁旺等对此方案进行了实验研究<sup>[19]</sup>,取得了与理论基本一致的结果。2006 年我们提出了实现冷原子或冷分子囚禁

的可控制光学四阱<sup>[20]</sup>、可控制光学四阱晶格与八阱晶格新方案<sup>[21]</sup>。本文提出了一种新颖的可控制光学四阱新方案,较前面提出的光学四阱方案<sup>[20]</sup>四阱间距更大,间距的调节更加灵活、方便。

## 2 可控制的 光学四阱新方案

可控制的 光学四阱方案由振幅型正交余弦透射光栅[图 1(a)]和边长为  $2a$  的矩形透镜组成,如图 1(b)所示,并使光栅中心与边长为  $2a$  的矩形透镜光心的位置重合。当用波长为  $\lambda$  的平面单色光波(或 TEM<sub>00</sub> 模式高斯激光光束)照明该光学系统时,如果没有余弦光栅,在透镜焦平面( $z=f$ , 取为  $x_0o_0y_0$  平面)上的光强分布由透镜孔径的夫琅和费衍射分布给出。在引入余弦光栅后,沿  $z$  方向传播的透射光的振幅在  $x$  和  $y$  方向呈现余弦函数分布,接着光波通过透镜。理论分析与计算表明:在透镜焦平面上可得到透镜孔径的夫琅和费衍射分布和余弦函数的傅里叶变换形成的  $\delta$  函数的卷积。因此,加入余弦振幅光栅后,在透镜焦平面附近形成四个光学偶极势阱,称之为光学四阱。当入射光波为红失谐时,上述光学四阱可用于冷原子或冷分子的光学囚禁。对于本文中采用的空间光振幅调制器,可用液晶来实现<sup>[22,23]</sup>,通过改变液晶的寻址电压分布来实现液晶光栅的空间频率的变化。

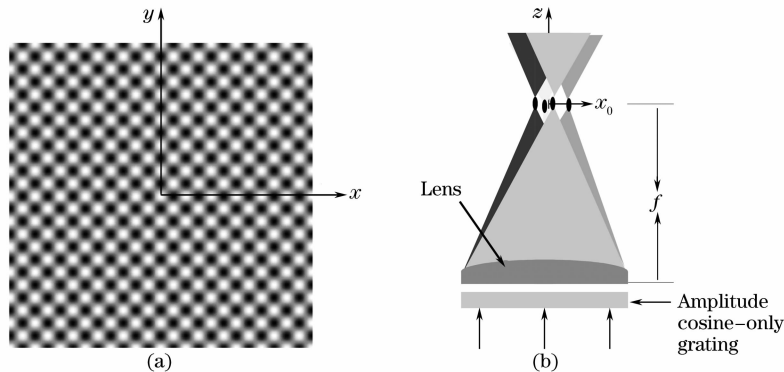


图 1 可控制光学四阱方案。(a)正交振幅型余弦光栅,(b)原理性实验方案

Fig. 1 Schematic diagram of the four-well optical trap. (a) Amplitude cosine-only grating, (b) side view of the experimental scheme

## 3 理论分析与计算

### 3.1 新颖可控制光学四阱的参量分析

在图 1 中,余弦振幅光栅上零点与  $x$  轴零点和透镜中心重合,透过余弦光栅和透镜矩形通光孔径的光的函数为

$$g(x, y) = \cos(2\pi\nu_x x) \cos(2\pi\nu_y y) \times \text{rect}(x/2a, y/2a), \quad (1)$$

式中  $\text{rect}(x, y)$  为矩形函数,由透镜的矩形孔径决定。为计算方便,假设用单束理想平面光波垂直照射振幅余弦透射光栅和矩形透镜组成的系统,照明

光波的波长为  $\lambda$ , 振幅为  $A$ , 透镜焦距为  $f$ , 根据菲涅耳衍射理论, 在距透镜  $z$  处, 且垂直于光轴的任一平面  $x'o'y'$  上的光扰动分布为

$$U(x', y', z) = \frac{A}{\lambda z} \int_{-a}^a \int_{-a}^a \cos(2\pi\nu_x x) \cos(2\pi\nu_y y) \exp\left\{ \frac{i\pi}{\lambda} \left[ (x^2 + y^2) \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{f} \right) - \frac{2(xx' + yy')}{z} \right] \right\} dx dy, \quad (2)$$

相应的光强分布为  $I(x', y', z) = |U(x', y', z)|^2$ . 当  $z = f$  时, 透镜焦平面  $x_0o_0y_0$  上的光强分布为

$$I_f(x_0, y_0) = \frac{a^4 I_0}{(\lambda f)^2} \left\{ \frac{\sin[(2\pi a x_0)/(\lambda f) - 2\pi a \nu_x]}{[(2\pi a x_0)/(\lambda f) - 2\pi a \nu_x]} + \frac{\sin[(2\pi a x_0)/(\lambda f) + 2\pi a \nu_x]}{[(2\pi a x_0)/(\lambda f) + 2\pi a \nu_x]} \right\}^2 \times \left\{ \frac{\sin[(2\pi a y_0)/(\lambda f) - 2\pi a \nu_y]}{[(2\pi a y_0)/(\lambda f) - 2\pi a \nu_y]} + \frac{\sin[(2\pi a y_0)/(\lambda f) + 2\pi a \nu_y]}{[(2\pi a y_0)/(\lambda f) + 2\pi a \nu_y]} \right\}^2, \quad (3)$$

式中  $I_0 = A^2$ . 根据(3)式, 可以导出在  $x_{0\max} = \pm \nu_x \lambda f$ ,  $y_{0\max} = \pm \nu_y \lambda f$  处存在四个对称分布的光强极大值, 即四个光学偶极势阱, 其最大光强为

$$I_{\max}(x_0, y_0, f) = a^4 I_0 / (\lambda f)^2. \quad (4)$$

计算结果表明第二极大的最大光强将小于第一极大光强的  $1/20$ , 对于囚禁冷原子可以忽略. 我们推导了表征光阱的一些几何参量与  $\lambda$ ,  $f$  和  $a$  间的解析关系. 相邻两个光阱的中心距离为

$$\Delta x_{0\max} = 2\nu_x \lambda f, \quad \Delta y_{0\max} = 2\nu_y \lambda f, \quad (5)$$

从(5)式可见, 光阱间距仅与光栅的空间频率  $\nu$ 、入射光波长和透镜的焦距有关. 当后两者恒定时, 则仅由光栅的空间频率  $\nu$  唯一决定.

每个光阱在  $x_0, y_0$  和  $z$  方向上光强分布的半宽度分别为

$$\begin{cases} \Delta x_{1/2} = 0.44297(\lambda f/a), \\ \Delta y_{1/2} = 0.44297(\lambda f/a), \\ \Delta z_{1/2} = 1.24215\lambda(f/a)^2. \end{cases} \quad (6)$$

类似地, 每个光阱在  $x_0, y_0$  和  $z$  方向上光强分布为最大值的  $1/e^2$  的宽度分别为

$$\begin{cases} \Delta x_{1/e^2} = 0.70000(\lambda f/a), \\ \Delta y_{1/e^2} = 0.70000(\lambda f/a), \\ \Delta z_{1/e^2} = 2.07113\lambda(f/a)^2. \end{cases} \quad (7)$$

可见, 每个光阱的囚禁体积可近似为一个椭球. 单光阱中光强大于最大光强的一半或  $1/e^2$  的可用于囚禁冷原子或冷分子的体积分别为

$$\begin{cases} \Delta V_{1/2} = 0.12762\lambda^3(f/a)^4, \\ \Delta V_{1/e^2} = 0.53138\lambda^3(f/a)^4. \end{cases} \quad (8)$$

(8)式表明, 单个光阱的囚禁体积与透镜的相对孔径  $(a/f)$  的四次方成反比, 即通过改变透镜系统的相对孔径可有效地改变囚禁原子或分子样品的体积, 进而改变囚禁粒子的数目及其密度.

在  $x_0$  和  $y_0$  方向上光强分布的最大梯度及其最大曲率分别为

$$\left| \frac{\partial I}{\partial x} \right|_{\max} = \left| \frac{\partial I}{\partial y} \right|_{\max} = 3.39396 \left( \frac{a}{\lambda f} \right)^3 I_0 a^2, \quad (9)$$

和

$$\left| \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \right|_{\max} = \left| \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} \right|_{\max} = 15.283 \left( \frac{a}{\lambda f} \right)^4 I_0 a^2. \quad (10)$$

由此可见, 光阱在  $x$  和  $y$  方向上的最大光强梯度及其最大曲率分别与透镜系统的相对孔径的三次方和四次方成正比, 即通过改变透镜系统的相对孔径可实现光阱中冷原子或冷分子运动的激光操控.

至于  $z$  方向的光强梯度及其曲率只能通过数值计算得到. 当  $a = 5 \text{ mm}$ ,  $f = 25 \text{ cm}$ ,  $\lambda = 1.06 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $P = 20 \text{ W}$ ,  $\omega_0 = 7.07 \text{ mm}$  和  $I_0 = 1.27 \times 10^5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ , 透镜焦平面和光阱沿  $z$  方向的光强等值线分布如图 2(a)和图 2(b), 相应的二维光强分布如图 2(c)和图 2(d), 其最大光强约为  $1.13038 \text{ GW} \cdot \text{m}^{-2}$ . 光学四阱的几何参量及其最大光强梯度与曲率的计算结果, 如表 1 所示. 以光强最大值的  $1/e^2$  点为边界, 采用数值积分近似计算, 得到单个光阱内的平均光强为  $\bar{I} = 0.4254 \text{ GW} \cdot \text{m}^{-2}$ .

表 1 光学四阱几何参量、最大光强梯度与曲率的计算结果  
Table 1 Geometric parameters, light intensity gradients, and curvatures of each well in the four-well

|                              |         |  |                        |
|------------------------------|---------|--|------------------------|
| $\Delta x_{1/2}/\text{mm}$   | 0.02348 | $\Delta V_{1/e^2}/\text{mm}^3$   | 0.00422                |
| $\Delta y_{1/2}/\text{mm}$   | 0.02348 | $\left  \frac{\partial I}{\partial x_0} \right _{\max}/(\text{W} \cdot \text{m}^{-3})$   | $7.238 \times 10^{13}$ |
| $\Delta z_{1/2}/\text{mm}$   | 3.57    | $\left  \frac{\partial I}{\partial y_0} \right _{\max}/(\text{W} \cdot \text{m}^{-3})$   | $7.238 \times 10^{13}$ |
| $\Delta x_{1/e^2}/\text{mm}$ | 0.0371  | $\left  \frac{\partial I}{\partial z} \right _{\max}/(\text{W} \cdot \text{m}^{-3})$     | $1.91 \times 10^{12}$  |
| $\Delta y_{1/e^2}/\text{mm}$ | 0.371   | $\left  \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \right _{\max}/(\text{W} \cdot \text{m}^{-4})$ | $6.15 \times 10^{18}$  |
| $\Delta z_{1/e^2}/\text{mm}$ | 5.928   | $\left  \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} \right _{\max}/(\text{W} \cdot \text{m}^{-4})$ | $6.15 \times 10^{18}$  |
| $\Delta V_{1/2}/\text{mm}^3$ | 0.00102 | $\left  \frac{\partial^2 I}{\partial z^2} \right _{\max}/(\text{W} \cdot \text{m}^{-4})$ | $3.72 \times 10^{15}$  |

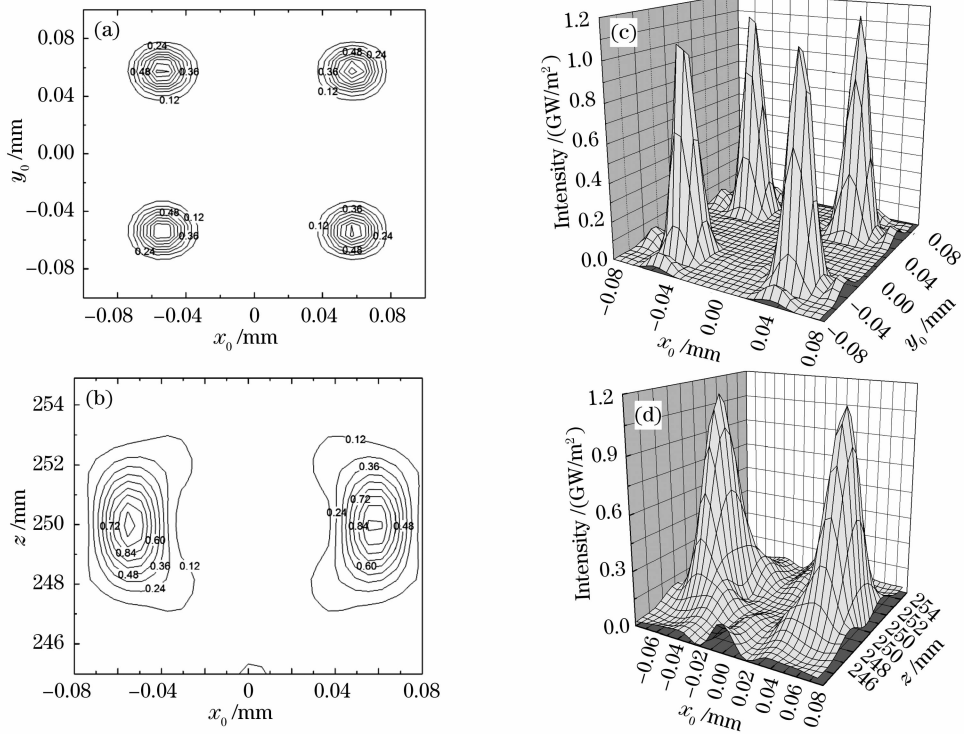


图2 光学四阱的光强等值线分布和二维光强分布。(a)和(c): 透镜焦平面上的分布, (b)和(d):  $y=0.053$  mm的平面内的分布

Fig. 2 Intensity contours and two-dimensional intensity distributions of the four-well optical trap.

(a) and (c) on the  $xoy$  plane, (b) and (d) on the  $xz$  plane of  $y=0.053$  mm

由表1可见,光阱的体积  $\Delta V_{1/e^2} = 0.00422 \text{ mm}^3$ , 相应的最大光强梯度及其曲率分别达到  $7.238 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{m}^{-3}$  和  $6.15 \times 10^{18} \text{ W} \cdot \text{m}^{-4}$  左右。当粒子密度为  $n = 10^{13} \sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  时,光阱中囚禁的粒子数可达到  $N \approx 4 \times 10^7 \sim 4 \times 10^8$ 。显然,这样的光阱可用于原子或分子玻色-爱因斯坦凝聚的光学囚禁,甚至用于全光型原子或分子玻色-爱因斯坦凝聚的实现。

上述讨论中,计算是采用入射平面光波进行的,但实际应用中照明系统的激光一般是  $\text{TEM}_{00}$  模高斯光束。理论分析表明<sup>[18]</sup>,当束腰半径  $\omega_0$  较小时,高斯光阱与平面波光阱的差异较大;而当  $\omega_0 \geq \sqrt{2}a$ ,且平面光波  $I_0$  与高斯光波  $I_G$  满足近似关系  $I_G/I_0 = 1 + 1.054 \exp(-1.625a/\omega_0)$  时,  $\text{TEM}_{00}$  模高斯光波与平面光波照明产生的光阱最大光强相同,光强分布很相近,而且  $\omega_0$  越大,两者的差别越小。因此,本文可用高斯光波取代平面光波。

### 3.2 光学四阱的演化过程

当余弦振幅光栅的  $x$  和  $y$  方向的空间频率发生变化(透镜不动)时,就可实现四阱到双阱或单阱的连续演化。其演化机理如下:在透镜焦平面上的

光强分布是透镜孔径的夫琅和费衍射分布和余弦函数的傅里叶变换形成的  $\delta$  函数的卷积,当入射光波长  $\lambda$  和透镜的焦距  $f$  保持不变,若保持余弦振幅型光栅的频率  $\nu_x$  不变,使  $\nu_y$  发生变化,则从(5)式可见,相应光阱在  $x$  方向上的间距不变,而在  $y$  方向上的间距发生变化,当  $\nu_y$  由大变小时光阱的间距也逐渐变小。当变  $\nu_y$  为 0 时,余弦振幅光栅在  $y$  方向的调制作用将完全消失,从而在透镜焦点处将获得双光阱。反之,如  $\nu_y$  由小变大,则光阱将从双阱演化为四阱,此演变过程是可逆的。若使余弦振幅型光栅的空间频率  $\nu_x$  和  $\nu_y$  同步发生变化,则从(5)式可见,光阱的间距也同步发生变化,当  $\nu_x = \nu_y$  且由大变小时光阱的间距也逐渐变小,当  $\nu_x$  和  $\nu_y$  同时变为零时,余弦振幅光栅对入射光振幅的调制作用完全消失,透镜焦点处的四光阱将完全变为一个光强较大的单光阱。由此可见,改变余弦振幅光栅的空间频率,可以实现光学四阱到双阱或单阱以及从单阱到双阱或四阱的连续演化。表2给出了光学四阱演化为双阱与单阱过程中相邻两光阱中心的距离  $\Delta x_{\max}$  和最大光强  $I_{\max}$  随余弦振幅光栅的空间频率  $\nu$  变化的计算结果。表3给出了由光学四阱演化的光学双阱或单阱的相关参量。图3为液晶余弦型振幅

空间光调制器的空间频率  $\nu_x$  和  $\nu_y$  同步变动时,光学四阱到单阱的演化过程中的光强等值线和二维光强分布。从表 3 中可见,由四阱演化成的光学双阱和光学单阱的几何参量与四阱中的任一阱的参量基本相同。经过数据拟合,光学四阱演化为光学单阱时

最大光强随光调制器的空间频率的变化规律(如图 4 所示)为

$$I_{\max} = 18.09 + 116.01\nu - 2526\nu^2 + 52045\nu^3 - 4.444 \times 10^6 \nu^4 + 1.738 \times 10^7 \nu^5 - 2.571 \times 10^7 \nu^6.$$

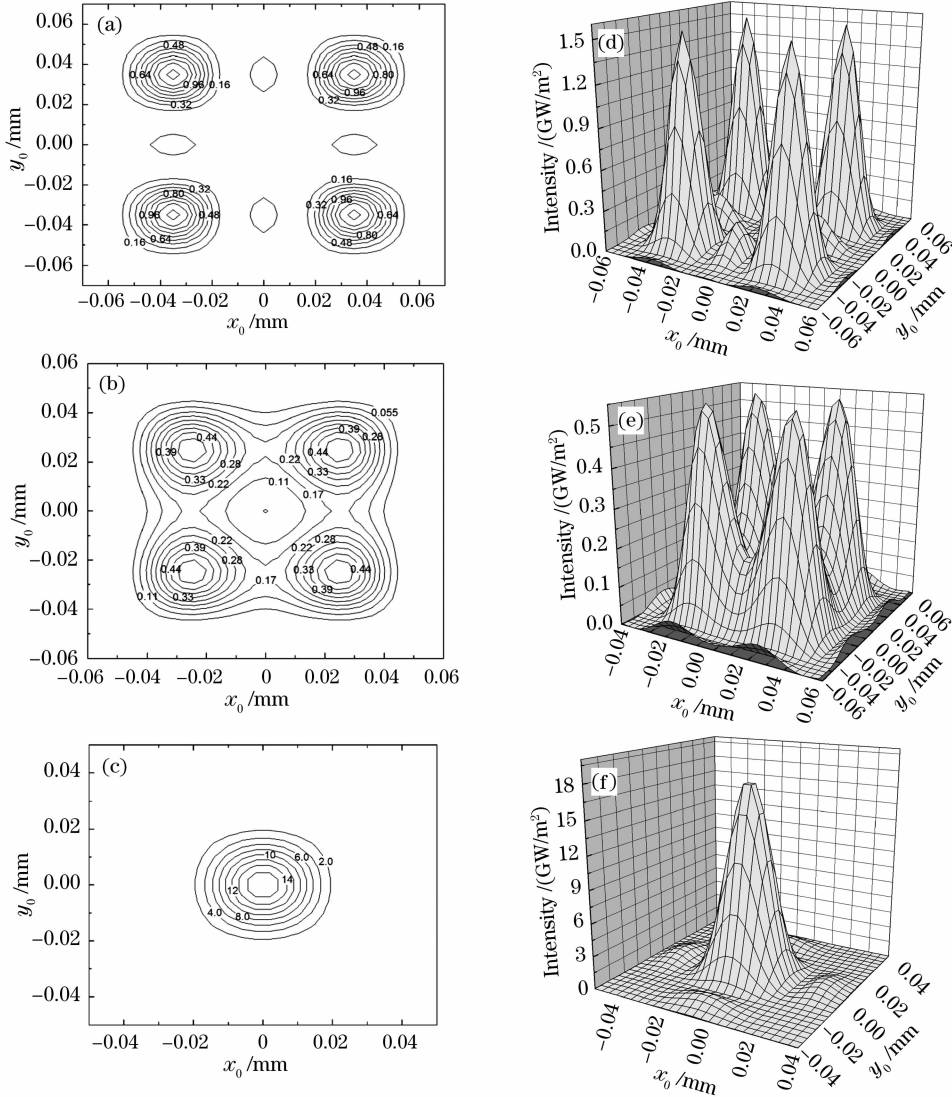


图 3 当  $\nu_x = \nu_y$  同步变动时,光学四阱到单阱的演化过程中的光强等值线和二维光强分布。(a)和(d):  $\nu_x = \nu_y = 0.14 \text{ mm}^{-1}$ , (b)和(e):  $\nu_x = \nu_y = 0.08 \text{ mm}^{-1}$ , (c)和(f):  $\nu_x = \nu_y = 0$

Fig. 3 Intensity contours and two-dimensional intensity distributions of four-well optical evolving to single-well one by changing space frequency  $\nu_x = \nu_y$  of the cosine grating. (a) and (d):  $\nu_x = \nu_y = 0.14 \text{ mm}^{-1}$ , (b) and (e):  $\nu_x = \nu_y = 0.08 \text{ mm}^{-1}$ , (c) and (f):  $\nu_x = \nu_y = 0$

表 2 四阱演化为双阱或单阱过程中相邻两阱间距  $\Delta y_{\max}$  和最大光强随光栅空间频率  $\nu_y$  变化的计算结果

Table 2 Space extent  $\Delta y_{\max}$  between two wells and the maximum intensity of each optical well with the space frequency  $\nu_y$  of the cosine grating during the four-well optical trap changing into the double-well or single-well one

| $\nu / \text{mm}^{-1}$                                     | 0.2   | 0.18  | 0.16  | 0.14  | 0.12  | 0.10  | 0.09  | 0.08 | 0.07 | 0.06     | 0.04     | 0.02  | 0.0   |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|----------|----------|-------|-------|
| $\Delta x_{\max} / (10^{-2} \text{ mm})$                   | 10.98 | 9.76  | 8.00  | 6.98  | 6.48  | 5.96  | 5.62  | 5.02 | 3.34 | $\sim 0$ | $\sim 0$ | 0     | 0     |
| $I_{\max} / (\text{GW} \cdot \text{m}^{-2})$ (double-well) | 1.15  | 0.95  | 1.02  | 1.32  | 1.44  | 1.20  |       | 0.79 |      | 1.15     | 2.59     | 3.96  | 4.52  |
| $I_{\max} / (\text{GW} \cdot \text{m}^{-2})$ (single-well) | 1.15  | 0.804 | 0.929 | 1.536 | 1.822 | 1.281 | 0.875 | 0.55 | 0.43 | 1.17     | 5.93     | 13.85 | 18.09 |

表 3 由四阱演化的光学双阱和单阱几何参量、最大光强梯度与曲率的计算结果

Table 3 Geometric parameters, maximum light intensity gradient and curvature of each well in the double-well and single-well evolving from four-well optical trap

|                              | Double-well | Single-well |  | Double-well           | Single-well           |
|------------------------------|-------------|-------------|--|-----------------------|-----------------------|
| $\Delta x_{1/2}/\text{mm}$   | 0.02348     | 0.02282     | $\Delta v_{1/e^2}/\text{mm}^3$   | 0.003797              | 0.003956              |
| $\Delta y_{1/2}/\text{mm}$   | 0.02348     | 0.02282     | $\left  \frac{\partial I}{\partial x_0} \right _{\text{max}} / (\text{W} \cdot \text{m}^{-3})$   | $2.89 \times 10^{14}$ | $1.16 \times 10^{15}$ |
| $\Delta z_{1/2}/\text{mm}$   | 3.1468      | 3.2917      | $\left  \frac{\partial I}{\partial y_0} \right _{\text{max}} / (\text{W} \cdot \text{m}^{-3})$   | $2.89 \times 10^{14}$ | $1.16 \times 10^{15}$ |
| $\Delta x_{1/e^2}/\text{mm}$ | 0.0371      | 0.0371      | $\left  \frac{\partial^2 I}{\partial z} \right _{\text{max}} / (\text{W} \cdot \text{m}^{-3})$   | $7.37 \times 10^{12}$ | $2.86 \times 10^{13}$ |
| $\Delta y_{1/e^2}/\text{mm}$ | 0.371       | 0.0371      | $\left  \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \right _{\text{max}} / (\text{W} \cdot \text{m}^{-4})$ | $2.46 \times 10^{19}$ | $9.83 \times 10^{19}$ |
| $\Delta z_{1/e^2}/\text{mm}$ | 5.928       | 5.4885      | $\left  \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} \right _{\text{max}} / (\text{W} \cdot \text{m}^{-4})$ | $2.46 \times 10^{19}$ | $9.83 \times 10^{19}$ |
| $\Delta V_{1/2}/\text{mm}^3$ | 0.00091     | 0.00090     | $\left  \frac{\partial^2 I}{\partial z^2} \right _{\text{max}} / (\text{W} \cdot \text{m}^{-4})$ | $1.44 \times 10^{16}$ | $5.77 \times 10^{16}$ |

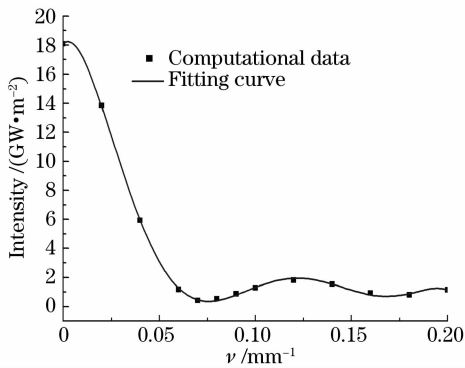


图 4 最大光强与余弦光栅空间频率变化的关系  
Fig. 4 Relationship between the maximum light intensity and space frequency of the cosine grating

方向延伸, 形成一个二维矩形透镜阵列, 图 5(a) 是二维余弦型振幅光栅和微透镜阵列组合系统的示意图。当波长为  $\lambda$  的平面波垂直照射此二维液晶余弦型振幅光栅和二维微透镜阵列构成的光学系统时, 在透镜阵列的焦平面附近将形成一个二维的光学四阱阵列, 即新颖的光学四阱晶格, 如图 5(b) 所示。特别地, 当  $x$  或  $y$  方向的光学系统只有一个周期时, 二维光学四阱晶格将成为一维光学四阱晶格。另外, 如果二维液晶余弦型振幅光栅的空间频率发生变化, 一维或二维的光学四阱晶格将演化为双阱或单阱晶格, 而当光栅空间频率较大时, 由于四阱间距与不同微透镜构成的光阱间距接近, 则可以构成不等间距的单阱晶格。特别是当光栅空间频率  $\nu_x = \nu_y = a/(2\lambda f)$  时, 四阱晶格变为二维等间距的光学单阱晶格。而当多束光斜入射时, 可得到更加丰富的大晶格常量的光学晶格结构。

## 4 新颖的四阱光学晶格

### 4.1 新颖的光学四阱晶格

将图 1 中的矩形透镜作为一个周期, 沿  $x$  和  $y$

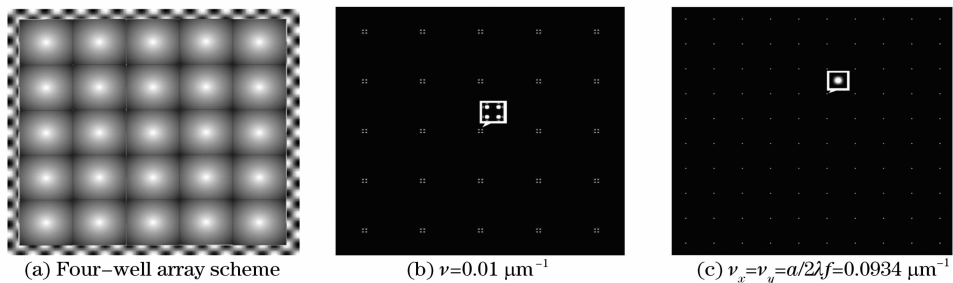


图 5 构成二维光学四阱晶格的方案

Fig. 5 Schematic diagrams of a two-dimensional array of controllable four-well optical traps

### 4.2 光学四阱晶格的光强分布

对于二维液晶余弦振幅型光栅和二维微透镜通光孔经阵列构成的光学系统, 其孔径函数为

$$g(x, y) = \cos(2\pi\nu_x x) \cos(2\pi\nu_y y) \sum_{m=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} \text{rect}\left(\frac{x-2ma}{2a}\right) \cdot \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \text{rect}\left(\frac{y-2na}{2a}\right), \quad (11)$$

式中  $\text{rect}$  为矩形函数,  $M$  和  $N$  分别为  $(x, y)$  方向上微透镜周期的数目。当微透镜阵列中心设置在  $x, y$  中心  $(0, 0)$  区域时, 二维透镜阵列中其他透镜中心是  $x_m = 2ma, y_n = 2na$ , 第  $mn$  透镜窗口的光场复振幅函数为

$$t_{mn}(x, y) = \cos(2\pi\nu_x x) \cos(2\pi\nu_y y) \text{rect}\left(\frac{x-2ma}{2a}, \frac{y-2na}{2a}\right). \quad (12)$$

当  $a^2 \gg f\lambda$  时, 在透镜焦点附近, 每个透镜的衍射光强分布互相独立, 从不同透镜出射的衍射光波的干涉效应可以忽略不计。此时, 当用平面波照明二维液晶余弦振幅型光栅和二维微透镜阵列组成的光学系统时, 每一个透镜的出射光强分布是相同的。因此, 仅需要讨论单个透镜的光强分布, 二维透镜阵列中第透镜在  $x_0, y_0$  的衍射光场分布为

$$U_{mn}(x_0, y_0, z) = \frac{A}{i\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} t_{mn}(x, y) \cdot \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda z}(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2\right] dx dy, \quad (13)$$

相应的光强分布为  $I_{mn}(x, y_0, z) = |U_{mn}(x_0, y_0, z)|^2$ 。在透镜焦平面上, 其光强分布为

$$I_{mnf, x_0, y_0} = \frac{P_{mn}}{4} \left(\frac{a}{\lambda f}\right)^2 \left\{ \left\{ \frac{\sin[2\pi(x_0-2ma)\beta/\lambda - 2\pi a\nu_x]}{2\pi(x_0-2ma)\beta/\lambda - 2\pi a\nu_x} + \frac{\sin[2\pi(x_0-2ma)\beta/\lambda + 2\pi a\nu_x]}{2\pi(x_0-2ma)\beta/\lambda + 2\pi a\nu_x} \right\} \times \right. \\ \left. \left\{ \frac{\sin[2\pi(y_0-2na)\beta/\lambda - 2\pi a\nu_y]}{2\pi(y_0-2na)\beta/\lambda - 2\pi a\nu_y} + \frac{\sin[2\pi(y_0-2na)\beta/\lambda + 2\pi a\nu_y]}{2\pi(y_0-2na)\beta/\lambda + 2\pi a\nu_y} \right\} \right\}^2, \quad (14)$$

式中  $P_{mn} = 4a^2 I_0$ 。与(3)式相比, 从(14)式得到的光强分布仅是(3)式得到的光强分布沿  $x$  方向  $2ma$  和沿  $y$  方向  $2na$  的一个平移; 因此, 每个光阱的几何

表 4 光学四阱晶格中光阱几何参量及最大光强梯度与曲率的计算结果

Table 4 Geometric parameters, maximum light intensity gradient and curvature of each well in the two-dimensional array of controllable four-well optical traps

|                                |         |  |                       |
|--------------------------------|---------|--|-----------------------|
| $\Delta x_{1/2}/\mu\text{m}$   | 2.34774 | $\Delta V_{1/e^2}/\mu\text{m}^3$   | 3164.4                |
| $\Delta y_{1/2}/\mu\text{m}$   | 2.34774 | $\left \frac{\partial I}{\partial x_0}\right _{\text{max}} / (\text{W} \cdot \text{m}^{-3})$   | $1.14 \times 10^{15}$ |
| $\Delta z_{1/2}/\mu\text{m}$   | 32.917  | $\left \frac{\partial I}{\partial y_0}\right _{\text{max}} / (\text{W} \cdot \text{m}^{-3})$   | $1.14 \times 10^{15}$ |
| $\Delta x_{1/e^2}/\mu\text{m}$ | 3.71    | $\left \frac{\partial I}{\partial z}\right _{\text{max}} / (\text{W} \cdot \text{m}^{-3})$     | $2.86 \times 10^{14}$ |
| $\Delta y_{1/e^2}/\mu\text{m}$ | 3.71    | $\left \frac{\partial^2 I}{\partial x^2}\right _{\text{max}} / (\text{W} \cdot \text{m}^{-4})$ | $9.68 \times 10^{20}$ |
| $\Delta z_{1/e^2}/\mu\text{m}$ | 54.885  | $\left \frac{\partial^2 I}{\partial y^2}\right _{\text{max}} / (\text{W} \cdot \text{m}^{-4})$ | $9.68 \times 10^{20}$ |
| $\Delta V_{1/2}/\mu\text{m}^3$ | 759.99  | $\left \frac{\partial^2 I}{\partial z^2}\right _{\text{max}} / (\text{W} \cdot \text{m}^{-4})$ | $5.60 \times 10^{19}$ |

参量、光学参量和光强最大梯度及其曲率也与(4)式~(8)式的规律相同。计算了由 Nd:YAG 激光照明一个  $5 \times 5$  透镜阵列的焦平面上光学四阱的二维阵列的二维光强分布, 如图 5(b) 所示。当每个透镜的平均照明功率为 200 mW,  $a = 100 \mu\text{m}$ ,  $f = 500 \mu\text{m}$  和  $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$  时, 每个光阱的最大和平均光强分别是  $I_{\text{max}} = 1.78 \text{ GW} \cdot \text{m}^{-2}$  和  $\bar{I} = 0.67 \text{ GW} \cdot \text{m}^{-2}$ 。当二维液晶余弦型振幅光栅的空间频率  $\nu_x, \nu_y$  变化时, 二维的光学四阱晶格演变为一个二维的单阱或双阱晶格, 相应的单阱的最大光强将增加到  $28.48 \text{ GW} \cdot \text{m}^{-2}$ , 其他光学四阱晶格的参量列于表 4 中。

### 4.3 非等间距光学四阱晶格的讨论

如果二维液晶余弦振幅型光栅以透镜孔径面积为单位独立设置空间周期, 继而构成非等空间频率二维光栅, 对于此二维液晶余弦振幅型光栅和二维微透镜通光孔径阵列构成的光学系统, 当用单位振幅的单色平面波垂直照射时, 其孔径函数为

$$g(x, y) = \sum_{m=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} \cos[2\pi\nu_{x,mm}(x-2ma)] \cdot \text{rect}\left(\frac{x-2ma}{2a}\right) \times \\ \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \cos[2\pi\nu_{y,nn}(y-2na)] \cdot \text{rect}\left(\frac{y-2na}{2a}\right), \quad (15)$$

当微透镜阵列中心设置在第  $mn$  透镜窗口的光场复振幅函数为

$$t_{mn}(x, y) = \cos[2\pi\nu_{x,mm}(x-2ma)] \cdot \cos[2\pi\nu_{y,nn}(y-2na)] \cdot \text{rect}\left(\frac{x-2ma}{2a}, \frac{y-2na}{2a}\right). \quad (16)$$

类似于(14)式, 二维透镜阵列中第  $mn$  透镜焦平面上, 其光强分布为

$$I_{fx_0y_0} = \frac{P_{mn}}{4} \left( \frac{a}{\lambda f} \right)^2 \left\{ \left\{ \frac{\sin[2\pi(x_0 - 2ma)\beta/\lambda - 2\pi a v_{xmn}]}{2\pi(x_0 - 2ma)\beta/\lambda - 2\pi a v_{xmn}} + \frac{\sin[2\pi(x_0 - 2ma)\beta/\lambda + 2\pi a v_{xmn}]}{2\pi(x_0 - 2ma)\beta/\lambda + 2\pi a v_{xmn}} \right\} \times \left\{ \frac{\sin[2\pi(y_0 - 2ma)\beta/\lambda - 2\pi a v_{ymn}]}{2\pi(y_0 - 2ma)\beta/\lambda - 2\pi a v_{ymn}} + \frac{\sin[2\pi(y_0 - 2ma)\beta/\lambda + 2\pi a v_{ymn}]}{2\pi(y_0 - 2ma)\beta/\lambda + 2\pi a v_{ymn}} \right\}^2 \right\}, \quad (17)$$

从(17)式可见,当不同透镜窗口对应的光栅空间频率不同时,其形成的光学四阱间距也不同。因此,仅仅改变其中某个透镜窗口对应的光栅频率,就可以改变这个透镜形成的光学四阱的结构及其演化。

## 5 结 论

提出了一种采用平面光波(或  $TEM_{00}$  模高斯光波)照明二维振幅型余弦光栅与透镜组合系统产生可控制光学四阱新方案。研究表明,当二维振幅型余弦光栅的空间频率变化时,光学四阱将连续演化为双阱或单阱,反之亦然;此外,每个光阱的几何参量及其光强分布与透镜系统的相对孔径与照明波长有关,通过改变透镜系统的相对孔径或改变振幅型余弦光栅的空间频率即可实现光阱中冷原子(或冷分子)的激光操纵与控制。因此,可控制光学四阱方案在多原子(或多分子)样品冷碰撞性质的研究,全光型原子(或分子)玻色-爱因斯坦凝聚及其玻色-爱因斯坦凝聚阵列的实现,多原子团(或多分子团)间的量子纠缠和量子信息科学等领域中有着广阔的应用前景。而且光学四阱方案可用于制备新颖的四阱或单阱光学晶格或不等间距的光学晶格,并可对单个四阱晶格点进行独立操控,因而此光学晶格方案在量子计算与量子信息处理中将有着广阔的应用前景。

## 参 考 文 献

- Steven Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin *et al.*. Experimental observation of optically trapped atoms[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1986, **57**(3): 314~317
- S. Jochim, M. Bartenstein, A. Altmeyer *et al.*. Bose-Einstein condensation of molecules[J]. *Science*, 2003, **302**(19): 2101~2103
- Y. Shin, M. Saba, T. A. Pasquini *et al.*. Atom interferometry with Bose-Einstein condensates in a double-well potential[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **92**(5): 050405-1~050405-4
- Giovanni Cennini, Gunnar Ritt, Carsten Geckeler *et al.*. All-optical realization of an atom laser[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **91**(24): 240408-1~240408-4
- Bingbing Wang, Panming Fu, Jie Liu *et al.*. Self-trapping of Bose-Einstein condensates in optical lattices[J]. *Phys. Rev. A*, 2006, **74**(6): 063610-1~063610-8
- Andrea Fratallocchi, Gaetano Assanto. Nonlinear adiabatic evolution and emission of coherent Bloch waves in optical lattices[J]. *Phys. Rev. A*, 2007, **75**(1): 013626-1~013626-5
- Zhengwei Xie, Zexian Cao, E. I. Kats *et al.*. Nonlinear dynamics of a dipolar Bose-Einstein condensate in optical lattice[J]. *Phys. Rev. A*, 2005, **71**(2): 025601-1~025601-4
- G.-P. Zheng, J.-Q. Liang, W. M. Liu. Phase diagram of two-species Bose-Einstein condensates in an optical lattice[J]. *Phys. Rev. A*, 2005, **71**(5): 053608-1~053608-5
- Z. D. Li, P. B. He, L. Li *et al.*. Magnetic soliton and soliton collisions of spinor Bose-Einstein condensates in an optical lattice[J]. *Phys. Rev. A*, 2005, **71**(7): 053611-1~053611-7
- Chuanwei Zhang, S. L. Rolston, S. Das Sarma. Manipulation of single neutral atoms in optical lattices[J]. *Phys. Rev. A*, 2006, **74**(4): 042316-1~042316-5
- A. Micheli, A. J. Daley, D. Jaksch *et al.*. Single atom transistor in a 1D optical lattice[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**(14): 140408-1~140408-4
- Yun Min, Yin Jianping. Lattice atom optics and its applications[J]. *Chin. J. Quant. Electron.*, 2006, **23**(1): 10~21  
恽 旻, 印建平. 晶格原子光学及其应用[J]. *量子电子学报*, 2006, **23**(1): 10~21
- Markus Greiner, Cindy Regal, Deborah S. Jin. Emergence of a molecular Bose-Einstein condensate from a Fermi gas[J]. *Nature*, 2003, **426**: 537~540
- M. K. Olsen, J. J. Hope, L. I. Plimak. Photon blockade and quantum dynamics in intracavity coherent photoassociation of Bose-Einstein condensates[J]. *Phys. Rev. A*, 2001, **64**: 013601-1~013601-5
- L. Pitaevskii, S. Stringari. Thermal vs quantum decoherence in double well trapped Bose-Einstein condensates[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **87**(18): 180402-1~180402-4
- Hu Jianjun, Yin Jianping. Double-well magnetic surface microtraps for cold atoms[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(7): 769~776  
胡建军, 印建平. 冷原子的双阱微磁表面囚禁[J]. *光学学报*, 2003, **23**(7): 769~776
- Hu Jianjun, Yin Jianping. Double-well surface magneto-optical trap for neutral atoms and its potential applications[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(3): 412~418  
胡建军, 印建平. 中性原子的表面双磁光阱及其应用[J]. *光学学报*, 2005, **25**(3): 412~418
- Ji Xianmin, Yin Jianping. Controllable double-well optical trap for cold atoms or molecules[J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(12): 4163~4172  
纪宪明, 印建平. 冷原子或冷分子的可控制光学双阱[J]. *物理学报*, 2004, **53**(12): 4163~4172
- Mu Renwang, Li Yali, Ji Xianmin *et al.*. Generation of controllable double-well optical trap for cold atoms (molecules) and its experimental studies[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(12): 6333~6341  
沐仁旺, 李雅丽, 纪宪明 等. 实现冷原子(分子)囚禁的可控制光学双阱的产生及其实验研究[J]. *物理学报*, 2006, **55**(12): 6333~6341
- Lu Junfa, Ji Xianmin, Yin Jianping. Controllable four-well optical trap for cold atoms or molecules[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(4): 1740~1751  
陆俊发, 纪宪明, 印建平. 实现冷原子或冷分子囚禁的可控制光学四阱[J]. *物理学报*, 2006, **55**(4): 1740~1751
- Junfa Lu, Xianmin Ji, Jianping Yin. Two-dimensional novel optical lattices with multi-well traps for cold atoms or molecules[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2006, **4**(12): 683~686
- Liu Qing, Cai Lüzhong, Wang Yurong *et al.*. Phase-shifting interferometry with an amplitude-only liquid-crystal spatial light modulator as phase shifter[J]. *J. Shandong University*, 2005, **40**(4): 77~80  
刘 青, 蔡履中, 王玉荣 等. 利用振幅型空间光调制器作相移器的相移干涉术[J]. *山东大学学报*, 2005, **40**(4): 77~80
- Cheng Xin, Ren Xiuyun, Han Yujing *et al.*. Diffraction efficiency of a grating displayed on a liquid crystal display[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(4): 603~607  
程 欣, 任秀云, 韩玉晶 等. 基于液晶空间光调制器的光栅衍射效率[J]. *光子学报*, 2006, **35**(4): 603~607