文章编号: 0253-2239(2008)12-2416-04

# 非对称量子点中强耦合束缚磁极化子的基态寿命

李志新1 肖景林1,2

(1河北科技师范学院数理系,河北秦皇岛066004;2内蒙古民族大学电子与信息学院,内蒙古通辽市028043)

**摘要** 采用线性组合算符和幺正变换方法,研究了非对称量子点中电子和体纵光学声子强耦合下束缚磁极化子的 性质。得到了非对称量子点中强耦合束缚磁极化子的基态能量。讨论了量子点横向和纵向受限长度,磁极化子基 态能量,电子-声子耦合强度和外界温度对磁极化子基态寿命的影响。由于电子-声子相互作用和外界温度的影响 导致了量子体系的跃迁,即磁极化子吸收了声子的能量由基态跃迁到激发态,造成极化子在基态的寿命发生变化。 通过计算发现束缚磁极化子基态寿命随基态能量的增加而变大,随电子-声子耦合强度,量子点横向和纵向受限长 度,外界温度的增加而变小。

## Ground-State Lifetime of Strong-Coupling Bound Magnetopolaron in Asymmetrical Quantum Dot

Li Zhixin<sup>1</sup> Xiao Jinglin<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Department of Mathematics and Physics, Hebei Normal University of Science & Technology, Qinhuangdao, Hebei 066004, China

<sup>2</sup> College of Physics and Electro-Information, Inner Mongolia University for the Nationalities, Tongliao, Inner Mongolia 028043, China

**Abstract** The properties of bound magnetopolaron with strong electron-LO phonon coupling were studied using a linear combination operator and a unitary transformation method in an asymmetry quantum dot. The ground state energy of strong-coupling bound magnetopolaron was obtained in an asymmetry quantum dot and the effects of the transverse and longitudinal confinement lengths of quantum dot, the ground state energy of magnetopolaron were discussed. Quantum transition which causes the changes of the magnetopolaron lifetime is occurred in the quantum system due to the electron-phonon interaction and the influence of external temperature which is the magnetopolaron leap from the ground state to the first-excited state after absorbing a LO-phonon. Numerical calculations are performed and the results show that the ground state lifetime of bound magnetopolaron is extended with the rise of the ground state energy, and shortened with the electron-phonons coupling strength, the transverse and longitudinal confinement lengths of puantum dot and the results of quantum dot and the external temperature.

Key words quantum optics; asymmetry quantum dot; bound magnetopolaron; ground-state lifetime; linear combination operator

### 1 引 言

准零维纳米结构的量子点的纳米结构中,电子 不仅在三维空间受到局限,且呈现具有分立能级的 量子态。Chen 等<sup>[1]</sup>应用二级微扰理论研究了厚度 对抛物量子点中杂质束缚磁极化子能级的影响。 Khamkhami等<sup>[2]</sup>在有效质量近似下,采用 Pekar 类型的变分方法讨论 SdSe 球型量子点中束缚磁极化 子的性质。陈时华等<sup>[3]</sup>采用 Pekar 类型的变分方法

收稿日期: 2008-04-14; 收到修改稿日期: 2008-05-26

基金项目:河北科技师范学院博士基金(2006D001)资助课题。

作者简介:李志新(1979-)男,硕士研究生,主要从事量子信息与凝聚态光学性质等方面的研究。

E-mail: zzlxx2006@126.com

导师简介:肖景林(1939-),教授,主要从事凝聚态光学性质方面的研究。E-mail: xiaojlin@126.com

研究了非对称抛物限制势作用下的量子点中强耦合 束缚磁极化子性质。Wang<sup>[4]</sup>等人采用线性组合算 符方法研究了半导体量子点中强耦合磁极化子性 质。半导体量子点方案由于其可集成的优点被认为 是未来实现量子计算机最可行的方案之一[5~7],利 用电子的两个量子态作为一个量子比特,电子的两 个量子态与它的环境(声子)相互作用,这不可避免 导致退相干现象<sup>[8,9]</sup>。所以电子-声子相互作用对于 研究退相干问题是有实际意义的,对于了解半导体 中的光吸收谱[10,11]、能带结构[12]和研究极化子效应 有很大帮助。而近几年来许多学者对量子点的极化 子寿命性质从不同角度采用不同的方法进行了广泛 研究[13~16]。本文采用线性组合算符和幺正变换方 法,研究了非对称量子点中强耦合束缚磁极化子的 基态寿命性质。讨论了基态能量、电子-声子耦合强 度、量子点横向和纵向受限长度和外界温度对束缚 磁极化子基态寿命的影响。

#### 2 理论方法

考虑这样一个系统:电子在一个强耦合极性晶体 中运动,晶体被另外的介质所包围。由于声子诱生场 和极性晶体边界的作用,使得电子在每一个方向的运 动都是量子化的。建立直角坐标系 o-xyz,且 oz 轴 在量子点的中心轴线上,假设电子在 z 方向及 xyz 平 面内均被抛物势限制。外磁场 **B** 沿 z 轴正方向,即 **B**=(0,0,B)。矢量势 **A**=(-By/2,Bx/2,0)。则量 子点中电子-声子体系的哈密顿量为

$$H = \frac{p_z^2}{2m^*} + \frac{(p + e\mathbf{A}/c)^2}{2m^*} + \sum_w \hbar \omega \mathbf{a}_w^+ \mathbf{a}_w + \sum_w [V_w \exp(i\mathbf{w} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{a}_w + hc] + \frac{1}{2}m^* \omega_1^2 \rho^2 + \frac{1}{2}m^* \omega_2^2 z^2 - \frac{e^2}{\varepsilon_\infty |\mathbf{r}|}, \qquad (1)$$

式中 $m^*$ 为电子的带质量, $\omega_1$ 和 $\omega_2$ 分别为量子点的横 向和纵向受限强度, $a_w^+(a_w)$ 是波矢为 $w = (w_\perp, w_\#)$ 的体纵光学声子(LO)的产生(湮灭)算符, $r = (\rho, z)$ 为电子坐标矢量。p为电子在x-y平面的动量算符,  $p_z$ 为电子在z方向的动量算符,(1)式中前两项表示 电子的动能,第三项表示声子的能量,第四项表示电 子-声子相互作用能,第五项和第六项分别表示电子 在x-y平面和z方向的抛物势,最后一项是电子的 库仑束缚势。且

$$V_{w} = i \left(\frac{\hbar \omega_{LO}}{w}\right) \left(\frac{\hbar}{2m^{*} \omega_{LO}}\right)^{1/4} \left(\frac{4\pi \alpha}{V}\right)^{1/2}, \quad (2)$$

$$\alpha = \left(\frac{e^2}{2\hbar\omega_{\rm LO}}\right) \left(\frac{2m^*\omega_{\rm LO}}{\hbar}\right) \left(\frac{1}{\varepsilon_{\infty}} - \frac{1}{\varepsilon_0}\right),\qquad(3)$$

α 为电子-声子耦合常数,V 是晶体的体积。ωLO 为体 纵光学声子频率。对哈密顿量(1)式中的库仑势做 级数展开:

$$-\frac{e^2}{\boldsymbol{\epsilon}_{\infty} |\boldsymbol{r}|} = \sum_{w} \frac{4\pi e^2}{V \boldsymbol{\epsilon}_{\infty} w^2} \exp(-\mathrm{i}\boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{r}), \quad (4)$$

引进线性组合算符

$$\boldsymbol{p}_{j} = \left(\frac{m^{*} \hbar \lambda}{2}\right) (\boldsymbol{b}_{j} + \boldsymbol{b}_{j}^{+}), \qquad (5)$$

$$\boldsymbol{r}_{j} = \mathrm{i} \left( \frac{\hbar}{2m^{*} \lambda} \right)^{1/2} (\boldsymbol{b}_{j} - \boldsymbol{b}_{j}^{+}), \qquad (6)$$

$$(j=x,y,z)$$

再作幺正变换

$$U = \exp\left[\sum_{w} \left(\boldsymbol{a}_{w}^{+} \boldsymbol{f}_{w} - \boldsymbol{a}_{w} \boldsymbol{f}_{w}^{*}\right)\right], \qquad (7)$$

其中 $\lambda$ 和 $f_w(f_w^*)$ 是变分参量,则哈密顿量变为  $H' = U^{-1}HU$ , (8)

选取基态波函数为

$$|\psi\rangle = |0\rangle_a |0\rangle_b, \qquad (9)$$

式中 $|0\rangle_a$ 表示无微扰的零声子态, $|0\rangle_b$ 为**b**算符的 真空态,则(8)式对 $|\phi\rangle$ 的久期值为

$$E_{0} = \langle \psi | H' | \psi \rangle, \qquad (10)$$

为了计算方便,选取通常的极化单位( $h = 2m^* = \omega_{LO} = 1$ )。则束缚磁极化子基态能量为

$$E_{\circ} = rac{3}{4}\lambda + \left(rac{\omega_{c}^{2}}{8} + rac{2}{l_{1}^{4}} + rac{1}{l_{2}^{4}}
ight)\lambda^{-1} - \left(rac{lpha}{\sqrt{\pi}} + 2eta
ight)\lambda^{1/2},$$
(11)

式中 $l_1 = \sqrt{\frac{\hbar}{m^* \omega_1}}, l_2 = \sqrt{\frac{\hbar}{m^* \omega_2}}$ 分别为非对称量子

点的横向和纵向有效受限长度。 $\omega_c = \frac{eB}{m^* c}$ ,  $\beta =$ 

 $\frac{e^2}{k\epsilon_{\infty}}\sqrt{\frac{m^*}{\pi\hbar}}$ 分别是磁场的回旋共振频率和库仑束缚势。(11)式对 $\lambda$ 求变分可得 $\lambda = \lambda_0$ ,所以磁极化子基态能量为

$$E_{0} = \frac{3}{4}\lambda_{0} + \left(\frac{\omega_{c}^{2}}{8} + \frac{2}{l_{1}^{4}} + \frac{1}{l_{2}^{4}}\right)\lambda_{0}^{-1} - \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} + 2\beta\right)\lambda_{0}^{1/2},$$
(12)

由于电子-声子之间的相互作用和外界温度的影响, 基于费米黄金规则<sup>[13]</sup>,磁极化子吸收一个体纵光学 声子(LO)由基态跃迁到激发态的速率可写为

$$T^{-1} = \frac{\alpha \omega_{\rm LO}}{2\lambda_0} \sqrt{\frac{2m^* \omega_{\rm LO}}{\hbar}} n_{\rm q} \times \\ \ln \frac{(\sqrt{\lambda_0^2 + 2m^* \omega_{\rm LO}/\hbar} + \lambda_0)^2}{(\sqrt{\lambda_0^2 - 2m^* \omega_{\rm LO}/\hbar} - \lambda_0)^2}, \quad (13)$$

根据量子统计学,体纵光学声子数

$$n_{\rm q} = \left[ \exp\left(\frac{\hbar\omega_{\rm LO}}{K_{\rm B}T}\right) - 1 \right]^{-1}, \qquad (14)$$

其中 T 为束缚磁极化子基态寿命, $\lambda_0$  为束缚磁极化 子基态波矢, $K_B$  是玻尔兹曼常数,(12) 式与(13) 式 中的  $n_q$  是自洽的。假设  $\hbar\omega_{LO}/(K_BT) = \gamma$  定义为温 度参数,则(14) 式记作为

$$n_{\rm q} = (\exp \gamma - 1)^{-1}.$$
 (15)

#### 3 数值计算及结果分析

图 1(a)为温度参数 γ=0.6,0.7,0.8 时,束缚 磁极化子基态寿命和基态能量的变化关系。束缚磁 极化子的基态寿命随基态能量的增大而变大。这是 因为基态能量越高,磁极化子吸收声子从基态跃迁 到激发态的几率变小造成的。

图 1(b)和图 1(c)分别表示耦合强度  $\alpha$ =6,温度 参数  $\gamma$ =0.6,0.7,0.8 时,束缚磁极化子基态寿命随 量子点横向和纵向量子点受限长度的变化关系。束 缚磁极化子的基态寿命随量子点横向和纵向受限长 度的增大而减小。这是由于在量子点中存在着受限 势( $\omega_{//},\omega_z$ )限制了电子的运动。当量子点受限势减 小时,即量子点的横向和纵向受限长度增大,以声子 为媒介的电子热运动能量和电子-声子相互作用由 于粒子运动范围变大而减小,导致了基态能量的减 小,造成磁极化子从基态跃迁到激发态几率的变大 而使得其基态寿命减小。

图 1(d)表示量子点横向和纵向受限长度 *l*<sub>1</sub> = 0.50,*l*<sub>2</sub>=0.30,温度参数 γ=0.6,0.7,0.8 时,束缚 磁极化子的基态寿命随电子-声子耦合强度的变化 关系。电子-声子耦合强度越大时,束缚磁极化子的基态寿命越短。这是因为电子-声子之间的相互作 用对基态能量的贡献是负值。当电子-声子之间的 耦合强度增大时,束缚磁极化子的基态能量减小,从 而造成磁极化子吸收声子从基态跃迁到激发态的几 率变大而使得其基态寿命变小。

图 1(e)表示量子点横向和纵向受限长度  $l_1 =$  0.50, $l_2 = 0.30$ ,电子-声子耦合强度  $\alpha = 6,7,8$  时, 束缚磁极化子基态寿命随温度参数  $\gamma$  的变化关系。 束缚磁极化子的基态寿命随温度参数的增大而迅速 变大。这是因为随着温度参数的变大,即外界温度 的降低,晶体中晶格的热运动变慢,使得电子周围运 动的声子数迅速减少,导致磁极化子吸收声子从基 态跃迁到激发态的几率减小而迅速变大。



图 1 束缚磁极化子基态寿命随基态能量(a),量子点横向受限长度(b),量子点纵向受限长度(c),耦合强度(d),温度参数(e)的变化关系曲线

Fig. 1 Ground-state lifetime of bound magnetopolaton as a function of the ground-state energy (a), the transverse confinement length of quantum dot (b), the longitudinal confinement length of quantum dot (c), the coupling strength (d), the temperature parameter (e)

#### 4 结 论

采用线性组合算符和幺正变换方法研究了非对称量子点中强耦合束缚磁极化子的基态寿命。数值 计算结果表明,束缚磁极化子的基态寿命随基态能 量的变大而变大,随量子点横向和纵向受限长度,电 子-声子耦合强度,外界温度的增大而减小。外界温 度对基态寿命的影响非常显著,只有在限定的温度 下,主要考虑电子-声子耦合强度、量子点横向和纵 向受限长度对基态寿命的影响。

#### 参考文献

- 1 Chen C Y, Jin P W, Li W S *et al.*. Thickness effect on impurity bound polaronic energy levels in a parabolic quantum dot in magnetic fields[J]. *Phys. Rev. B*, 1997, **56**(2): 14913~14916
- 2 Khamkhammi J E, Feddi E, Assaid E *et al.*. Magneto-bound polaron in CdSe spherical quantum dots:strong coupling approach [J]. *Physica E*, 2005, **25**(4): 366~373
- 3 Chen S H, Xiao J L. The properties of the strong-coupling bound magnetopolarons in quantumd dots with unsymmetrical parabolic confinement potential [J]. Chin. J. Semiconductors, 2006, 27(11): 1923~1926

陈时华,肖景林.非对称抛物限制势量子点中强耦合束缚磁极化子的性质[J]. 半导体学报,2006,27(11):1923~1926

4 Wang L G, Xiao J L, Li S S. The properties of strong coupling magnetopolaron in semiconductor quantum dots[J]. Chin. J. Semiconductors, 2004, 25(8): 937~941 王立国,肖景林,李树森. 半导体量子点中强耦合磁极化子的性

质[J]. 半导体学报,2004,25(8):937~941

- 5 Denis T, Privman V. Short-time decoherence for general systemenvironment interactions [J]. Phys. Rev. A, 2004, 69 (6): 062309~062315
- 6 Grodecka A, Machnikowski P. Partly noiseless encoding of quantum information in quantum dot arrays against phononinduced pure dephasing [J]. *Phys. Rev. B*, 2006, **73** (12):

 $125306 \sim 125314$ 

- 7 Li S S, Xia J B. Effective-mass theory for coupled quantum dots grown on (11N)-oriented substrates[J]. Chin. Phys. B, 2007, 16(1): 1~5
- 8 Li S S, Xia J B. Application of plane wave method to the calculation of electronic states of nano-structures [J]. Chin. Phys. Lett., 2006, 23(7): 1896~1899
- 9 Wang J X, Yang Z Y, An Y Y. Quantum information transfer via multi-photon interaction [J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(8): 1508~1512
  王菊霞,杨志勇,安毓英.利用多光子相互作用实现量子信息传

递[J]. 光学学报,2007,27(8):1508~1512

- 10 Liu Bingcan, Tian Qiang, Wu Zhenglong. Photoluminescence excitation spectra and absorption apectra analysis of CdSes Quantum dots[J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(5): 683~686 刘炳灿,田 强,吴正龙. CdSes 量子点中光吸收谱亚结构和光致 发光激发谱分析[J]. 光学学报, 2005, 25(5): 683~686
- 11 Zhou Shenlei, Zhu Jian, Li Xuechun *et al.*. Experimental study of smoothing by spectral dispersion[J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, 33(3): 321~325
  四由黄作, 体本学表, 水源在地址系统研究[J], 中国

周申蕾,朱 俭,李学春等.光谱色散平滑的实验研究[J].中国 激光,2006,**33**(3):321~325

12 Lu Xiaodong, Han Peide, Quan Yujun *et al.*. Influences of wave vector direction on energy bandsand applications of twodimensional photonic crystals[J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(6): 770~774

陆晓东,韩培德,全字军等.波矢方向对二维光子晶体能带及应用的影响[J].中国激光,2006,**33**(6):770~774

- 13 S. Zaitsev, H. Schömig, A. Forchel *et al.*. Magnetooptics and dynamics of a magnetic polaron in semimagnetic CdSe/ZnMnSe quantum dots[J]. *JETP Lett.*, 2007, 85(7): 323~327
- 14 P. Boucaud, S. Sauvage, F. Bras *et al.*. Pump-probe analysis of polaron decay in InAs/GaAs self-assembled quantum dots[J]. *Physica E*, 2005, 26(1~4): 59~62
- 15 E. A. Zibik, L. P. Wilson, R. P. Green *et al.*. Polaron relaxation dynamics in InAs/GaAs self-assembled quantum dots [J]. *Physica E*, 2004, **21**(2~4): 405~408
- 16 O. Verzelen, R. Ferreira, G. Bastard. Polaron couplings in quantum dot molecules[J]. *Physica E*, 2002, **13**(2~4): 309~312