

文章编号: 0253-2239(2008)12-2307-04

基于波长扫描塔尔博特效应的阶高测量理论研究

张成义 李传起 裴世鑫

(南京信息工程大学物理系, 江苏 南京 210044)

摘要 近年来, 多维阶高测量问题倍受关注, 两波长或波长扫描方式的塔尔博特效应被应用于多维阶高测量。研究表明, 基于塔尔博特(Talbot)效应的阶高测量方法具有仪器结构紧凑、无需机械扫描、稳定性高和测量范围大等优点。因没有光栅或检测器件的任何机械移动, 可避免由此导致的相位问题及测量误差。取代相位信息, 该方法采用衍射条纹的最大衬比度来判定塔尔博特像, 测试中均采用占空比为 1:2 的龙基(Ronchi)光栅作为周期结构衍射物, 利用不同波长塔尔博特像的像距来确定物体阶高。因为测量的是条纹衬比度而非绝对强度, 所以阶高测量精度依赖于条纹衬比度, 最大衬比度的获取与判定是非常重要的。在分析对比的基础上指出, 采用非龙基型光栅, 如正弦振幅光栅或相位光栅, 能使成像条纹分布更合理, 有效地提高成像条纹的衬比度。研究还表明, 所采用周期结构衍射物的空间周期越小, 分辨率就越高, 从而给出了分辨率同衍射物空间周期的定量关系。

关键词 测量; 阶高; 波长扫描; 塔尔博特效应; 分辨率

中图分类号 TN911.74; O438.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20082812.2307

Theoretical Study of Arbitrary Step-Height Measurement Based on Wavelength-Scanning Talbot Effect

Zhang Chengyi Li Chuanqi Pei Shixin

(Department of Physics, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing, Jiangsu 210044, China)

Abstract Recently, arbitrary multi-dimensional step-height measurement has attracted much attention. Two wavelength Talbot effect or wavelength-scanning Talbot effect is implemented for the arbitrary step-height measurement. The main advantages of the method are non-mechanical scanning, high stability because of its common-path geometry and compactness. Without any mechanical movement of the grating or the detector in the longitudinal direction, the system is free from phase ambiguity problem and measurement errors caused by it. Instead of phase information, the maximum contrast of the high visibility bands is used to judge the occurrence of Talbot image, Ronchi grating with an open ratio of 0.5 is used for the periodic structure diffraction object, step-height measurement is given by the distance of self-image planes. Since the technique measures the fringe contrast rather than absolute intensity, accuracy of the step-height measurement depends on the fringe contrast. It is important that acquirement and judgement of the maximum contrast of the high visibility bands. It is pointed out that the smaller the pitch of the grating is, the better the lateral spatial resolution of the system will be. Further, non-Ronchi grating such as sinusoidal grating or phase grating can be used to improve the maximum contrast of the high visibility bands.

Key words measurement; step-height; wavelength-scanning; Talbot effect; resolution

1 引 言

塔尔博特(Talbot)效应是一个备受关注的研究课题, 在测量方面, 塔尔博特效应用于光学测量^[1~4]和光谱测量^[5], 在成像方面, 塔尔博特效应用于亚波

长周期结构的超分辨成像^[6,7], 在信息处理和微光学等方面, 塔尔博特效应也获得了广泛应用^[8]。文献[1,2]从实验角度研究了多维阶高测量问题, 基于塔尔博特效应, 文中采用了两波长或波长扫描方

收稿日期: 2008-08-28; 收到修改稿日期: 2008-09-15

基金项目: 江苏省自然科学基金(BK2008437)和江苏省高校自然科学基金(08KJB140002)资助课题。

作者简介: 张成义(1961—), 男, 博士, 教授, 主要从事信息光学及其成像技术、大气辐射物理等方面的研究。

E-mail: dzcyl@163.com

式测量多维阶高。同以往所采用的测量方法相比,基于塔尔博特效应的阶高测量方法具有仪器结构紧凑、无需机械扫描、稳定性高和测量范围大等优点。由于没有光栅或检测器件的任何机械移动,可避免由此导致的相位问题及测量误差。取代相位信息,该方法采用衍射条纹的最大衬比度来判定塔尔博特像,基于该判定,利用不同波长塔尔博特像的像距差来确定物体阶高。在测试中,采用了占空比为 1:2 的龙基(Ronchi)光栅作为周期结构衍射物。因为测量的是条纹衬度而非绝对强度,所以,阶高测量精度依赖于条纹最大衬度的获取与判定。在研究中,原文作者还指出了提高现有系统分辨率的方法。

在分析对比的基础上提出,用非龙基型光栅,如正弦振幅光栅或相位光栅,能使成像条纹分布更合理,从而有效地提高像条纹的衬比度,采用的周期结构衍射物空间周期越小,分辨率就越高,从而给出了

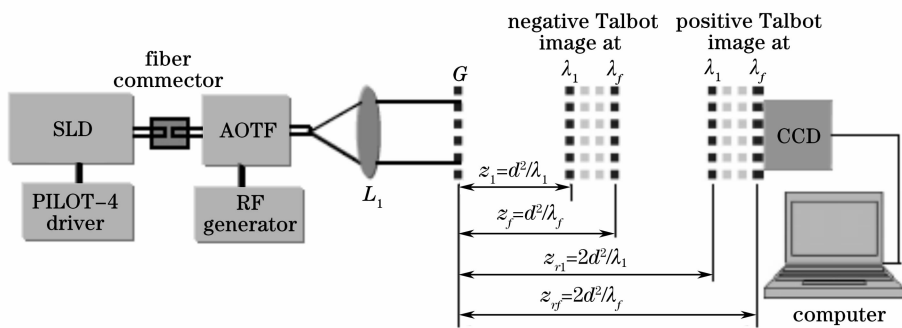


图 1 波长扫描塔尔博特自成像系统示意图

Fig. 1 Schematic diagram illustrating the wavelength-scanning Talbot self-imaging system

3 衍射效率的对比

文献[1,2]指出,现存系统采用了矩形光栅,这些光栅对寻找一阶傅里叶谱峰可能产生误差。一阶傅里叶谱峰是衍射条纹的衬度的一种测量,因此,一阶傅里叶谱峰的相对强弱影响了条纹的衬度,但傅里叶谱峰的相对强弱是由衍射效率决定的,基于这种考虑,下面对几种常见的周期结构衍射物的衍射效率进行比较。

3.1 一维振幅光栅的衍射效率

一维振幅光栅的透射系数可表为^[9]

$$g(x) = \left[\frac{1}{d} \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \otimes \text{comb}\left(\frac{x}{d}\right) \right] \text{rect}\left(\frac{x}{Nd}\right), \quad (2)$$

其傅里叶变换为

$$G(f_x) = aN \text{sinc}(af_x) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(f_x - m/d) \otimes \text{sinc}(Ndf_x), \quad (3)$$

分辨率同衍射物空间周期的定量关系,实验结果验证了理论分析的正确性。

2 波长扫描塔尔博特系统

图 1 为波长扫描塔尔博特系统,自成像平面随着投射到光栅 G 上的入射波长沿纵向变化。超辐射发光二极管(SLD)作为一个宽带光源,声光可调滤光器(AOTF)作为一个波长扫描设备,自 SLD 发出的光通过一单模光纤 FC 输入到 AOTF,借助于射频发生器改变输入到 AOTF 的频率,从而改变入射到光栅 G 上的入射波长 λ ,使塔尔博特自成像的像面沿纵向连续地改变,利用不同波长塔尔博特像之间的像距

$$\Delta z = \frac{2nd^2}{\lambda_1} - \frac{2nd^2}{\lambda_2}, \quad (1)$$

即可确定物体的阶高 Δz 。

由此可得衍射的复振幅和辐照度分布分别为

$$E(P) = CG(f_x), \quad (4)$$

$$L(P) = |CG(f_x)|^2, \quad (5)$$

式中 C 为复常数, P 表示所考察的场点。

当用振幅为 E_0 的单色平面波正入射照明时,按傅里叶分析观点,其 1 级衍射波可表示为

$$E_1(P) = E_0 \text{sinc}\left(\frac{a}{d}\right) \cos\left(2\pi \frac{x}{d}\right), \quad (6)$$

采用占空比为 1:2 的龙基光栅作为周期结构衍射物, ± 1 级衍射波的振幅可以表示为

$$\frac{1}{2} E_0 \text{sinc}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{E_0}{\pi}, \quad (7)$$

按照衍射效率定义, m 级衍射效率可表示为

$$\eta_m = \frac{\text{第 } m \text{ 级衍射光的辐射功率}}{\text{入射光的辐射功率}}, \quad (8)$$

于是,一维振幅光栅的衍射效率为

$$\eta_1 = \frac{1}{\pi^2} = 10.13\%, \quad (9)$$

3.2 余弦振幅光栅的衍射效率

余弦振幅光栅的透射系数可表示为

$$g(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos\left(2\pi \frac{x}{d}\right) \right], \quad (10)$$

$g(x)$ 的傅里叶变换为

$$G(f_x) = \frac{1}{2} \left[\delta(f_x) + \frac{1}{2} \delta\left(f_x - \frac{1}{d}\right) + \frac{1}{2} \delta\left(f_x + \frac{1}{d}\right) \right], \quad (11)$$

其 ± 1 级衍射波的衍射效率为

$$\eta_1 = \frac{1}{4} = 6.25\%, \quad (12)$$

可见,矩形波光栅尽管存在多级衍射,但其一级衍射效率却高于余弦光栅。

3.3 正弦相位光栅的衍射效率

一维正弦相位光栅的振幅透射系数可表示为

$$g(x) = \exp\left[ja \cdot \sin\left(2\pi \frac{x}{d}\right)\right], \quad (13)$$

$g(x)$ 的傅里叶变换为

$$G(f_x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} j^m J_m(a) \delta\left(f_x + \frac{m}{d}\right), \quad (14)$$

其中 J_m 表示 m 阶 Bessel 函数。第 m 级主亮纹的强度可由系数 $|J_m(a)|^2$ 定出, $|J_m(a)|^2$ 也表示第 m 级的衍射效率,为使 1 级衍射效率最高,使 $a = 1.84$ rad 时, $J_1(1.84) = 0.582$ 为最大值,此时, ± 1 级衍射波的衍射效率的理论极限为

$$\eta_1 = (0.582)^2 = 34\%. \quad (15)$$

3.4 矩形波相位光栅的衍射效率

设矩形波相位光栅的空间周期为 d , 缝宽为 $d/2$, 其相位分布为

$$\psi(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq d/2 \\ \pi, & -d/2 \leq x \leq 0 \end{cases} \quad (16)$$

$$\psi(x+d) = \psi(x),$$

其复振幅透过系数可表示为

$$g(x) = \begin{cases} \tau_0, & 0 \leq x \leq d/2 \\ -\tau_0, & -d/2 \leq x \leq 0 \end{cases} \quad (17)$$

$$g(x+d) = g(x),$$

式中 τ_0 为平均透射系数。将 $g(x)$ 展成傅里叶级数, 有

$$g(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{4\tau_0}{(2m+1)\pi} \sin\left[\frac{2\pi(2m+1)x}{d}\right], \quad (18)$$

这说明,矩形波光栅也存在无穷多个衍射级,在无吸收情况下, $\tau_0 = 1$, ± 1 级衍射波的衍射效率为

$$\eta_1 = |2/\pi|^2 = 40.5\%, \quad (19)$$

由以上分析可知,采用相位光栅取代振幅型龙基光栅,可有效提高衍射条纹的衬度,这正是文献[1,2]中作者建议的。但是,采用振幅型衍射光栅时,正弦型衍射光栅虽然仅有 0 级与 ± 1 级衍射波,但是衍射效率低于龙基光栅,未必能够象原文提到的那样,有效地提高衍射条纹的衬比度。

4 衍射条纹的分辨率

4.1 照相机物镜的分辨率

设照相机物镜的有效孔径直径为 D , 焦距为 f , 入射波长为 λ , 则它能分辨的最小距离为^[10]

$$\delta x = 1.22\lambda f/D, \quad (20)$$

(20) 式说明,入射光波长越短,透镜焦距越小,横向分辨率越好。图 2 给出的三维阶高的测量结果显示了结论的正确性^[1,2]。

在图 2 中,字母 A、B、C 分别表示台阶位置,图 2(a)~图 2(c)分别表示用波长为 $\lambda_1 = 859$ nm, $\lambda_2 = 841$ nm, $\lambda_3 = 824$ nm 的光入射时 CCD 所记录的自成像照片。可以看出,图 2(c)的分辨情况较好。当然,横向分辨率还与 CCD 像素有关,采用高像素 CCD 能有效提高分辨率^[2]。

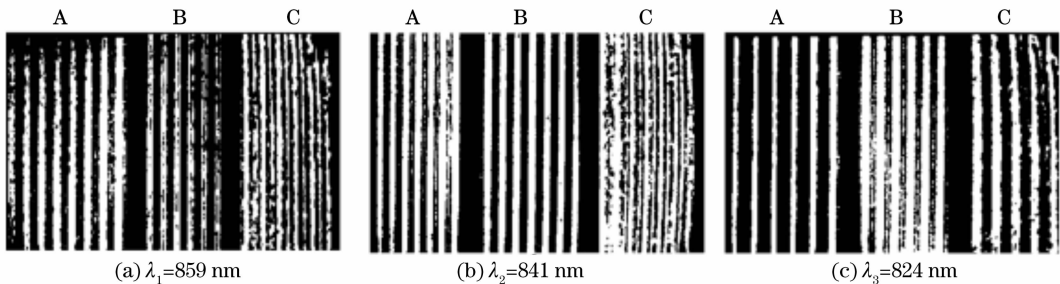


图 2 用不同波长的光波入射到三维阶高物所记录的塔尔博特自成像

Fig. 2 Talbot-self image planes recorded at different wavelengths projected on the step like object

4.2 光栅的分辨本领

光栅的分辨本领定义为

$$R = \lambda/(\delta\lambda), \quad (21)$$

由瑞利判据可得, $\delta\lambda = \lambda/(mN)$, 从而

$$R = mN, \quad (22)$$

说明分辨本领与主亮纹的衍射级次 m 和光栅的缝数 N 成正比。而光栅的缝数 N 取决于光栅常数 d , 它们之间的关系是, 光栅常数 d 越小, 光栅的分辨本领越高, 因此, 用光栅常数较小的光栅, 可有效提高其分辨本领, 提高实验精度。

4.3 光栅的色散范围

光栅的色散是在阶高测量实验中必须考虑的因素之一。光栅的色散范围定义为: 刚好使波长为 $(\lambda + \Delta\lambda)$ 的长波成分的第 m 级主亮纹与波长为 λ 的短波成分的第 $(m+1)$ 级主亮纹重叠的波长范围 $\Delta\lambda$, 利用条件

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = (m+1)\lambda, \quad (23)$$

可得光栅的色散范围是

$$G = \Delta\lambda = \lambda/m, \quad (24)$$

可见, 要减小色散对测量的影响, 采用较短波长的光源应是值得考虑的因素之一。

5 结 论

由以上研究得出结论: 就衍射光栅而言, 采用相位光栅取代振幅型龙基光栅, 可有效提高衍射条纹的衬度, 采用正弦型振幅衍射光栅, 虽然仅有 0 级与 ± 1 级衍射波, 但因衍射效率低于龙基光栅, 未必优于振幅型龙基光栅; 当然, 小的光栅周期有助于实验精度的提高。就入射光波长而言, 较小的波长有助于减少色散, 增强像的横向分辨性, 有效地提高衍射条纹的衬比度。就光栅占空比而言, 不一定要求为 1:2, 也可考虑其他类型, 但从图 2(c) 可见, 占空比为 1:2 的光栅亮暗等宽, 便于自成像的准确分辨, 故文献[1,2]采用了占空比为 1:2 的光栅。

参 考 文 献

- 1 Satish Kumar Dubey, Dalip Singh Mehta, Amitava Roy *et al.*. Wavelength-scanning Talbot effect and its application for arbitrary three-dimensional step height measurement[J]. *Opt. Commun.*, 2007, **279**: 13~19
- 2 Dalip Singh Mehta, Satish Kumar Dubey, Chandra Shakher *et al.*. Two-wavelength Talbot effect and its application for three dimensional step-height measurement[J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**: 7602~7609
- 3 Hou Changlun, Bai Jian, Hou Xiyun *et al.*. The accurate measurement of angle based on Talbot effect of Ronchi grating [J]. *Optical Instruments*, 2004, **26**(1): 11~14
侯昌伦, 白 剑, 侯西云等. 基于 Ronchi 光栅 Talbot 效应的角度精确测量[J]. *光学仪器*, 2004, **26**(1): 11~14
- 4 Ding Jiansheng. Measurement of long focal length by using the Talbot effect and Moiré technique [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 1994, **21**(1): 53~57
丁建生. 应用 Talbot 效应和莫尔技术测量长焦距[J]. *光电工程*, 1994, **21**(1): 53~57
- 5 Huaisheng Wang. To measure chirped ultrashort laser pulse by the Talbot effect of a grating[J]. *Opt. Commun.*, 2006, **259**: 107~109
- 6 Zhang Chengyi, Tao Chunkan. A imaging approach of two-dimensional object with subwavelength periodic structure based on moiré technique [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(11): 1967~1972
张成义, 陶纯堪. 基于叠栅技术的二维亚波长周期结构成像设计 [J]. *光学学报*, 2007, **27**(11): 1967~1972
- 7 Zhang Chengyi, Tao Chunkan. Photonics study on imaging of one-dimensional periodic object with subwavelength structure[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(11): 1651~1656
张成义, 陶纯堪. 一维亚波长周期结构物成像的光子学研究[J]. *光学学报*, 2006, **26**(11): 1651~1656
- 8 Eugenio Garbusi, Jose A. Ferrari. Defect enhancement in periodic masks using 1/2-Talbot effect [J]. *Opt. Commun.*, 2006, **259**: 55~59
- 9 Wang Shifan. Theory and Practice on Information Optics[M]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications Press, 2004. 73~76
王仕璠. 信息光学理论与应用[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2004. 73~76
- 10 Max Born, Emil Wolf. Principles of Optics [M]. 7th ed., Cambridge, 1999. 456~458