

文章编号: 0253-2239(2008)12-2281-07

# 基于方向角预测三维小波变换的 干涉多光谱图像压缩

李云松 马 静 吴成柯

(西安电子科技大学综合业务网国家重点实验室, 陕西 西安 710071)

**摘要** 根据大孔径静态干涉多光谱图像的成像特点, 提出一种基于方向角预测的三维小波变换。这种三维小波变换的新颖之处在于它将方向预测结合到三维提升小波中。这样每次提升小波中的预测可在相关性最强的方向上进行而不需总是局限在变换的方向上。实验证明, 对于干涉多光谱图像这种方向性很强的立体图像序列, 基于方向角预测的三维小波变换比原始三维提升小波变换有明显改进, 在相同的量化编码下, 基于方向角预测的三维小波变换比原始三维提升小波变换提高 1 dB 左右。经该方法压缩的图像的光谱特性也得到明显改善。

**关键词** 信息光学; 光谱压缩; 方向小波变换; 干涉多光谱

中图分类号 TN919.81

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS20082812.2281

## Three-Dimensional Orientation Prediction-Based Wavelet Transform for Interference Multi-Spectral Images Compression

Li Yunsong Ma Jing Wu Chengke

(Image Laboratory, State Key Laboratory of Integrated Service Networks,  
Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

**Abstract** According to the characteristics of large aperture static imaging spectrometer (LASIS), a three-dimensional (3D) orientation prediction-based wavelet transform method is proposed. The novelty of this method is that it combines directional prediction into 3D-wavelet. In this way, the prediction selects pixel in the most correlative direction and is not limited on the prediction direction. The experimental results show that this 3D orientation prediction wavelet improves the performance of wavelet obviously particularly on LASIS image with quite severe direction. Followed with the same quantization and coding methods, the proposed method outperforms the original 3D lifting wavelet by 1 dB. Meanwhile, the spectrums recovered by the proposed method also possesses better performance.

**Key words** information optics; spectrum compression; orientation prediction-based wavelet transform; interference spectral images

## 1 引 言

成像光谱技术是 20 世纪 80 年代出现的一项融光学、光谱学、精密机械、电子技术于一体的高新科技<sup>[1]</sup>。由于它能够获得被测目标的空间和光谱的丰富信息, 因此在航空航天遥感、军事侦察、科学实验、环境监测、资源勘测以及工农业等许多方面具有

重要的应用价值。

新一代干涉光谱成像技术以基于大孔径静态干涉光谱仪(LASIS)为代表, 由于不需要超精密动镜驱动机构, 因此其应用得到学者们的关注和研究。随着干涉多光谱仪被成功搭载在中国“嫦娥一号”探月卫星进行月球探测, 并将进一步用于火星探测

收稿日期: 2008-02-29; 收到修改稿日期: 2008-06-19

基金项目: 国家自然科学基金(60532060, 60507012)资助。

作者简介: 李云松(1974—), 男, 副教授, 主要从事遥感图低频的压缩码技术方面的研究。

E-mail: ysl@mail.xidian.edu.cn

中, 对干涉多光谱图像的压缩成为近年来的焦点<sup>[2~4]</sup>。本文根据大孔径静态干涉光谱仪的成像特点和应用环境, 实现一种适合于干涉多光谱图像序列的三维小波变换。

目前用于视频或立体图像压缩的三维小波变换是根据 Mallat 算法将提升小波运用到三个方向, 每个方向独立的进行一维提升小波变换。每个方向在分解时, 其预测步骤中仅采用该方向的奇序列预测偶序列, 三维空间中相邻帧图像的像素并没有运用到预测中<sup>[5]</sup>。从 LASIS 干涉多光谱图像序列的平移性及其数据处理过程, 知道干涉多光谱图像帧与帧间有很强的方向性, 这启示我们利用这种方向性, 改进三维小波变换, 提出结合方向角预测的提升三维小波变换, 使预测值选择更优, 更有利于量化编码。

## 2 大孔径静态干涉成像光谱仪原理

LASIS 通常搭载在飞行器上进行探测, 利用大孔径静态干涉成像光谱仪的面阵探测器依靠推扫获得两维空间信息和一维光谱信息, 并形成立体图像序列。图 1 为一组干涉多光谱图像序列中的两帧图像, 从中可见干涉多光谱图像存在明显的干涉条纹。干涉条纹的位置固定, 其中包含着光谱信息, 并且干涉多光谱图像序列帧与帧之间存在明显的平移性。该平移方向与探测器推扫方向基本一致, 但由于非匀速推扫, 平移方向有抖动现象。

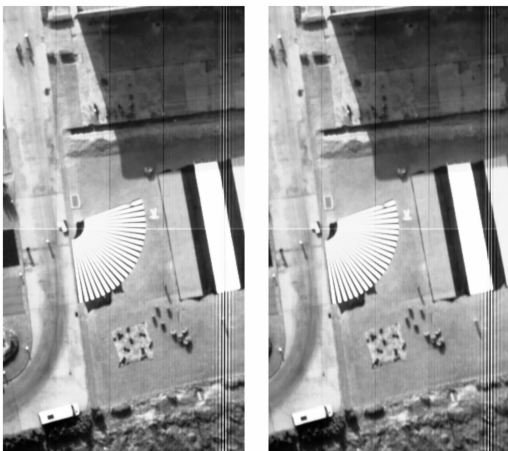


图 1 干涉光谱图像序列

Fig. 1 Interference spectral images

### 2.1 光学成像原理

当一个物点  $s$  进入 LASIS 的视场后, 随着飞行器的推扫,  $s$  对干涉仪的视场角从正的最大值变为 0 又变到负的最大值, 其几何像点也将沿横向从 CCD

探测器的一端移动到中心又移动到另一端。由于不同的像点位置对应不同的光程差, 因此记录几何像点在不同位置时探测器输出的干涉强度, 将得到与物点  $s$  的光谱分布相对应的干涉光谱图。若  $s$  为单色点光源, 则输出干涉强度为

$$I_\nu(x) = B_0(\nu) \cos\left[2\pi \frac{Z}{f_2} \nu x\right]. \quad (1)$$

当光源具有一定的光谱分布时, 得到的干涉光谱图应表示为

$$I(x) = \int_{\nu_1}^{\nu_2} B_0(\nu) \cos\left[2\pi \frac{Z}{f_2} \nu x\right] d\nu. \quad (2)$$

其中  $\nu_1$ 、 $\nu_2$  分别表示光源所包含的最小和最大波数。根据傅里叶变换光谱学的基本关系式, 光源的光谱分布可由干涉光谱图的傅里叶变换来求得, 即

$$\begin{aligned} B(\nu) &= \int_0^{\delta_m} I(\delta) \cos(2\pi\nu\delta) d\delta \\ &= \int_0^{\delta_m} I(x) \cos\left[2\pi \frac{Z}{f_2} \nu x\right] dx. \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $\delta_m$  表示最大光程差。

### 2.2 大孔径静态干涉成像光谱仪数据处理

图 2 显示了由 LASIS CCD 探测器接收到的像面干涉图重组出点干涉图并最终恢复出光谱图像的全过程。其数据处理过程主要分为两个步骤: 第一步从原始干涉多光谱图像抽取出同一地物点的不同光程的图像形成点干涉图; 第二步由这些点干涉图通过傅里叶变换复原光谱图。其中在形成点干涉图的具体步骤见文献[6], 概括的讲, 形成点干涉图就是在前后帧图像中找到与该像素值匹配的像点。这个寻找匹配点的过程需要通过方向性预测前后帧的像素值, 得到最优匹配。这一帧间方向预测提示是否可将该种预测运用到图像的压缩中, 从而去除帧间相关性<sup>[7]</sup>。

## 3 基于方向角预测的三维小波

1994 年 Wim Sweldens<sup>[8,9]</sup> 等人提出了提升小波的概念, 它是一种不依靠傅里叶变换构造小波的新方法。这种提升步骤能用来构造第二代小波, 即不必从一个母函数经过平移和伸缩来得到小波函数。这种结构的小波被 JPEG2000 采纳<sup>[10]</sup>。Omer N. Gerek 等<sup>[11]</sup> 将提升小波在二维图像中做了改进, 选择适当的方向角进行预测, 该小波的压缩性能比原始提升小波的压缩性能提高 0.1 到 0.2 dB。Ding 等<sup>[12]</sup> 也提出了一种结合空间方向预测的二维提升小波。目前用于视频或立体图像压缩的三维小波是根据 Mallat 算法将提升小波运用到三维, 每个

方向独立的以一维信号处理，在每个方向分解时仅用该方向的奇序列预测偶序列，那么三维空间中多方向性的优点并没有用到。从 LASIS 干涉多光谱图像序列的平移性及其数据处理过程，知道干涉多

光谱图像帧与帧间有很强的方向性，于是试图对这种立体图像序列进行方向预测，改善三维提升小波的性能，有利于压缩编码。

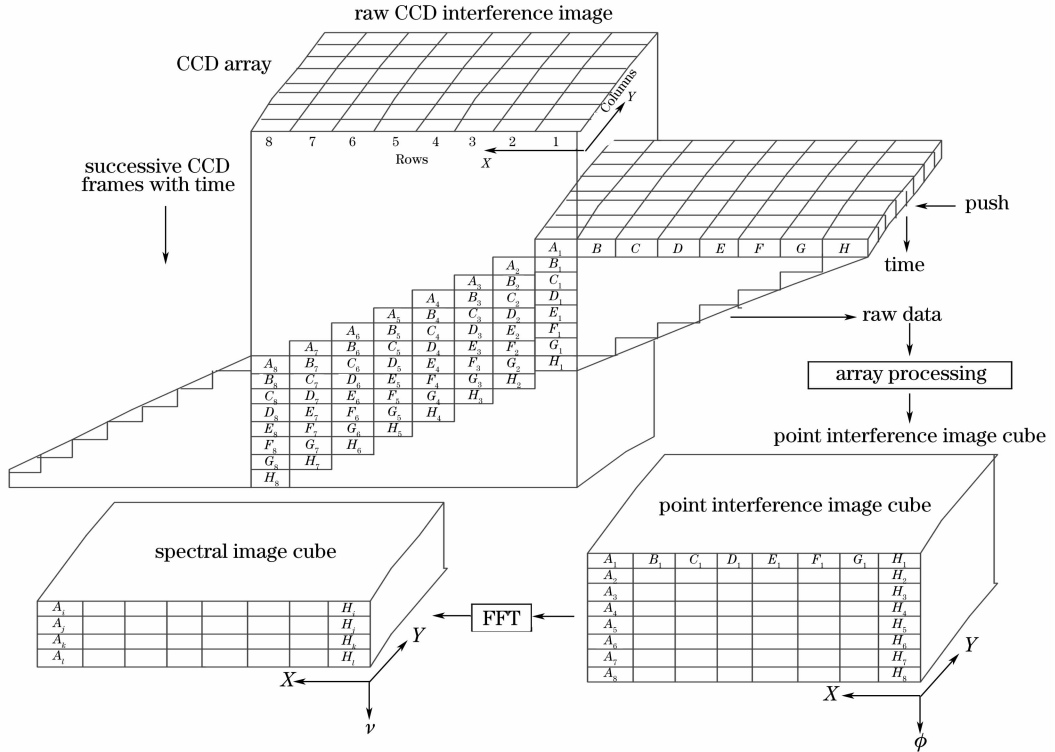


图 2 干涉多光谱图像数据处理过程

Fig. 2 Data processing of interference spectral images

### 3.1 提升小波变换

提升构造小波包括三个步骤是：首先是“LAZY”小波变换，即把数据分为两个子集，偶数集合和奇数集合；第二步是预测，即用偶数集合来预测奇数集合，把产生的误差作为高通小波系数；最后是更新，用这些小波系数来更新偶数集合作为低通尺度函数系数。经过多级预测和更新，逐步优化小波的特性以满足需要，如图 3 所示。

小波变换实现如下：

$$\text{LAZY 小波: } s_{0,n} = x[2n], d_{0,n} = x[2n - 1],$$

$$\text{预测: } d_i[n] = d_{i-1}[n] - \sum_k p_{i,k} s_{i-1}[n - k],$$

$$\text{更新: } s_i[n] = s_{i-1}[n] + \sum_k u_{i,k} d_i[n - k],$$

那么滤波器的传输函数为

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(z) &= \begin{bmatrix} 1 - P(z)U(z) & U(z) \\ -P(z) & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{8}(1+z)(1+z^{-1}) & \frac{1}{4}(1+z^{-1}) \\ -\frac{1}{2}(1+z) & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

在传统的三维小波变换中，将一维的提升小波运用到 X, Y, Z 三个方向进行小波变换<sup>[5]</sup>，因此若 X 方向做小波分解时， $x[i, 2j, k]$  的预测值仅为  $x[i + 1, 2j, k]$  和  $x[i - 1, 2j, k]$ ，然而实验证明，在  $x[i, 2j, k]$  周围 27 个像点中， $x[i + 1, 2j, k]$  和  $x[i - 1, 2j, k]$  并不一定是最优的，尤其对于干涉光谱图像这样具有很强的方向性的图像序列。图 4

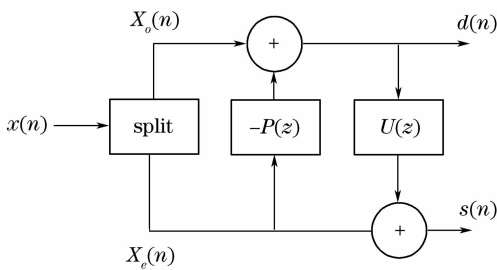


图 3 预测和更新提升步骤结构图

Fig. 3 Structure of prediction and updating

对于滤波器系数为  $h_0 = (-1/8, 1/4, 3/4, 1/4, -1/8)$ ,  $h_1 = (-1/2, 1, -1/2)$  的 5/3 小波，提升

是预测时所选的预测方向所占的百分比, 可见  $x[i+1, 2j, k]$  和  $x[i-1, 2j, k]$  并不是  $x[i, 2j, k]$  的最好的预测值, 而沿干涉光谱图像移动方向上的像素值确是  $x[i+1, 2j, k]$  较好的预测值。

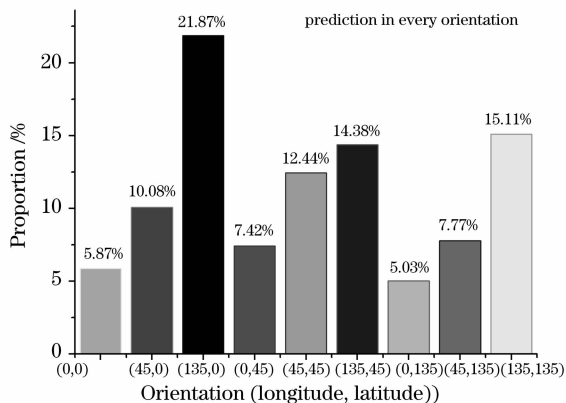


图 4 预测方向角统计

Fig. 4 Statistic of prediction orientation

### 3.2 基于方向角预测的三维小波变换

#### 3.2.1 符号定义

图 5 为干涉光谱图像序列  $3 \times 3 \times 3$  的像点矩阵, 中心点像素为  $x[2i, j, k]$ 。在进行 X 方向的小波分解时, 规定像素点与中心像点连接的矢量平行于 X 轴或具有平行于 X 轴的投影分量为象限 I, 其他像素点为象限 II。这样图 5 中实心圆代表的像素为象限 I, 虚心圆代表的像素为象限 II。在进行 X 方向的小波分解时, 只用象限 I 中的像素对中心点进行预测。

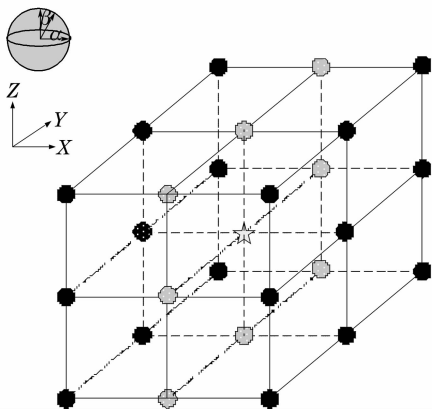


图 5 图像序列像素矩阵

Fig. 5 Pixel matrix of image sequence

在象限 I 中, 各像素点关于中心像素点  $x[2i, j, k]$  的位置用经度  $\alpha$  和纬度  $\beta$  表示, 即  $(\alpha, \beta)$ 。那么, 象限 I 中, 关于  $x[i, 2j, k]$  的  $(0^\circ, 0^\circ)$ ,  $(45^\circ, 0^\circ)$ ,  $(135^\circ, 0^\circ)$ ,  $(0^\circ, 45^\circ)$ ,  $(45^\circ, 45^\circ)$ ,  $(135^\circ, 45^\circ)$ ,  $(0^\circ, 135^\circ)$ ,  $(45^\circ, 135^\circ)$ ,  $(135^\circ, 135^\circ)$  各方向的梯度

定义如下:

- $\Delta_{(0,0)} = x[2i+1, j, k] - x[2i-1, j, k]$ ;
- $\Delta_{(45,0)} = x[2i+1, j+1, k] - x[2i-1, j-1, k]$ ;
- $\Delta_{(135,0)} = x[2i-1, j+1, k] - x[2i+1, j-1, k]$ ;
- $\Delta_{(0,45)} = x[2i+1, j, k+1] - x[2i-1, j, k-1]$ ;
- $\Delta_{(45,45)} = x[2i+1, j+1, k+1] - x[2i-1, j-1, k-1]$ ;
- $\Delta_{(135,45)} = x[2i-1, j+1, k+1] - x[2i+1, j-1, k-1]$ ;
- $\Delta_{(0,135)} = x[2i-1, j, k+1] - x[2i+1, j, k-1]$ ;
- $\Delta_{(45,135)} = x[2i-1, j-1, k+1] - x[2i+1, j+1, k-1]$ ;
- $\Delta_{(135,135)} = x[2i+1, j-1, k+1] - x[2i-1, j+1, k-1]$ 。

由这 9 个方向梯度值组成的梯度集合用  $I_\Delta$  表示, 这 9 个方向角集合用  $I_{(\alpha, \beta)}$  表示。

利用象限 I 像素点对  $x[2i, j, k]$  的各预测值定义如下:

- $\hat{x}_{(0,0)}[2i, j, k] = (x[2i+1, j, k] + x[2i-1, j, k])/2$ ;
- $\hat{x}_{(45,0)}[2i, j, k] = (x[2i+1, j+1, k] + x[2i-1, j-1, k])/2$ ;
- $\hat{x}_{(135,0)}[2i, j, k] = (x[2i-1, j+1, k] + x[2i+1, j-1, k])/2$ ;
- $\hat{x}_{(0,45)}[2i, j, k] = (x[2i+1, j, k+1] - x[2i-1, j, k-1])/2$ ;
- $\hat{x}_{(45,45)}[2i, j, k] = (x[2i+1, j+1, k+1] - x[2i-1, j-1, k-1])/2$ ;
- $\hat{x}_{(135,45)}[2i, j, k] = (x[2i-1, j+1, k+1] - x[2i+1, j-1, k-1])/2$ ;
- $\hat{x}_{(0,135)}[2i, j, k] = (x[2i-1, j, k+1] - x[2i+1, j, k-1])/2$ ;
- $\hat{x}_{(45,135)}[2i, j, k] = (x[2i-1, j-1, k+1] - x[2i+1, j+1, k-1])/2$ ;
- $\hat{x}_{(135,135)}[2i, j, k] = (x[2i+1, j-1, k+1] - x[2i-1, j+1, k-1])/2$ 。

#### 3.2.2 基于方向角预测的三维小波变换

三维小波变换时, 根据 Mallat 算法, 如图 6 所示, 每一级小波分解是先对 X 方向做小波变换, 然后再对 Y 和 Z 做小波变换。下一级分解时, 对最低频子带再进行一次三维的小波变换。经过两级小波分解后就产生了一个类似金字塔形状的三维子带结

构。其中最上端最小的块是频率最低的子带，其能量也最高。三维小波变换的过程也是一个三维图像去相关的过程，变换后的最低频子带集中图像的能量

越多，子带频率越高其系数的值就越小，这样在后面的量化编码中，把更多的比特分配给低频能量高的系数，而高频子带就可分配较少的比特。

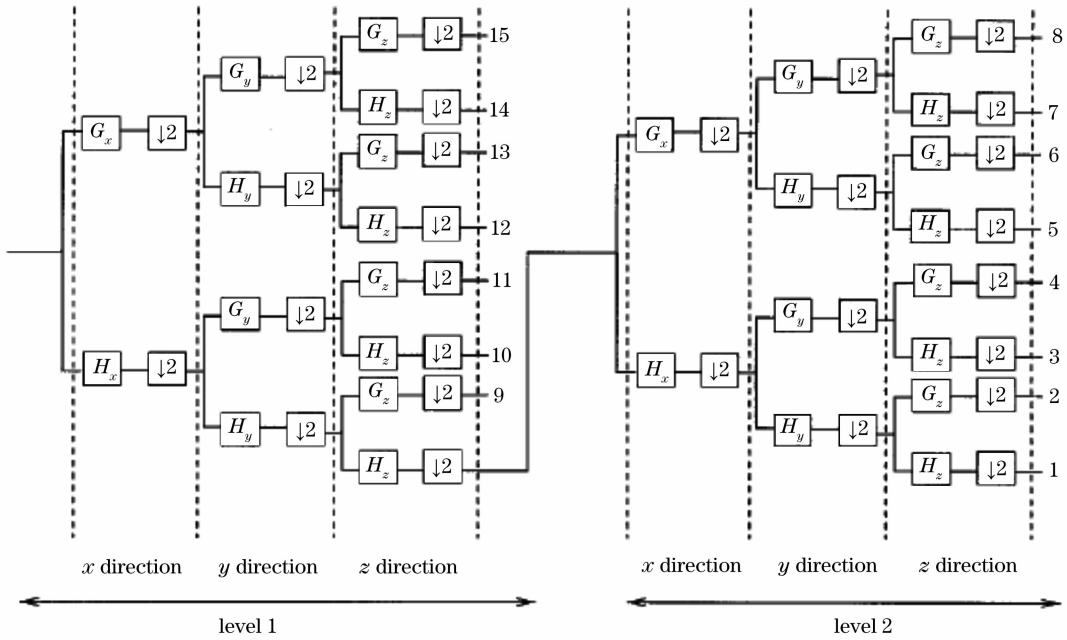


图 6 三维 Mallat 分解算法

Fig. 6 Three-dimensional Mallat decomposition algorithm

在提出的基于方向角预测的三维小波变换中，将运用  $I_{(\alpha, \beta)}$  中的 9 个方向对  $x[2i, j, k]$  进行预测。预测准则仿照文献[11]中利用像素梯度的变化趋势作为预测方法。

预测准则：梯度集合  $I_{\Delta}$  中，梯度变化最缓慢的方向作为  $x[2i, j, k]$  的预测方向， $x[2i, j, k]$  的预测值选取该方向所对应的预测值。

按此预测准则预测为

$$P_x(i, j, k) = \sum_{n \neq 0} P_n x[i + n, j + n \tan \alpha, k + n \tan \beta]$$

有限长脉冲响应方程为

$$P(z_x, z_y, z_z) = \sum_{\substack{n=-n_a \\ n \neq 0}}^{n=n_b} p_n z_x^n z_y^{n \tan \alpha} z_z^{n \tan \beta},$$

更新时： $l(i, j, k) = x[2i - 1, j, k] + U_h[i, j, k]$ ,

其中  $U_h[i, j, k] = \sum_m u_m h[i - 1, j, k]$ ，所对应的有

限长脉冲响应方程为  $U(z_x, z_y, z_z) = \sum_{m=m_a}^{m=m_b} u_m z_x^{-1}$ ，

所以，FIR 滤波器传输函数为

$$\mathbf{H}(z_x, z_y, z_z) = \begin{bmatrix} 1 - P(z_x, z_y, z_z)U(z_x, z_y, z_z) & U(z_x, z_y, z_z) \\ -P(z_x, z_y, z_z) & 1 \end{bmatrix},$$

那么基于方向角预测的 5/3 三维小波的传输函数为

$$\mathbf{H}(z_x, z_y, z_z) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{8}(z_x^{-1} z_y^{-\tan \alpha} z_z^{-\tan \beta} + z_x z_y^{\tan \alpha} z_z^{\tan \beta})(1 + z_x^{-1}) & \frac{1}{4}(1 + z_x^{-1}) \\ -\frac{1}{2}(z_x^{-1} z_y^{-\tan \alpha} z_z^{-\tan \beta} + z_x z_y^{\tan \alpha} z_z^{\tan \beta}) & 1 \end{bmatrix}.$$

例如， $\Delta_{(45, 45)}$  是  $I_{\Delta}$  中最小值，那么  $(45^\circ, 45^\circ)$  方向角所对应的预测值  $\hat{x}_{(45, 45)}[i, 2j, k]$  为  $x[i, 2j, k]$  在提升小波中选取的预测值。那么对于 5/3 小波，高、低频分量为

$$d_1[i, j, k] = x[i, 2j, k] - \frac{1}{2}(x[i + 1, 2j + 1, k + 1] + x[i - 1, 2j - 1, k - 1])$$

$$s_1[i, j, k] = x[i, 2j - 1, k] + \frac{1}{4}(d_1[i - 1, j, k] + d_1[i, j, k]).$$

其传输函数为

$$H(z_x, z_y, z_z) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{8}(z_x z_y z_z + z_x^{-1} z_y^{-1} z_z^{-1})(1 + z_x^{-1}) & \frac{1}{4}(1 + z_x^{-1}) \\ -\frac{1}{2}(z_x z_y z_z + z_x^{-1} z_y^{-1} z_z^{-1}) & 1 \end{bmatrix}.$$

与传统三维小波相比,基于方向角预测的三维小波变换的预测更加准确,预测残差小,但对于每个像素点的预测将产生一个方向角,该方向角以一个块大小为单位(一个块包括相邻的  $64 \times 64 \times 64$  个像素点)进行可变字长(VLC)编码<sup>[13]</sup>并嵌入码流中。

## 4 实验与分析

对一组由 LASIS 航拍的图像(如图 1 所示),基于方向角预测的三维小波进行帧间和帧内均为 3 级的小波变换,图 4 为做三维小波时,预测所选的预测

方向角的统计,从图中可见,选用传统的预测方向即  $(0^\circ, 0^\circ)$  为预测方向的并不很多,而大部分的预测方向都在经度为  $135^\circ$  上,这也符合这组干涉多光谱图像向左移动的趋势。可见,基于方向角预测的三维小波变换合理运用了干涉多光谱图像固有的方向性。

将基于方向角预测的三维小波变换与原始 5/3 提升三维小波变换的方法进行比较。图 7 为三维小波变换后的两个横截面,其中图 7(a)为 Z 方向(即帧间方向)在第 3 级小波低频分量处横截面,图 7(b)为 Z 方向在第 3 级小波高频分量处横截面。

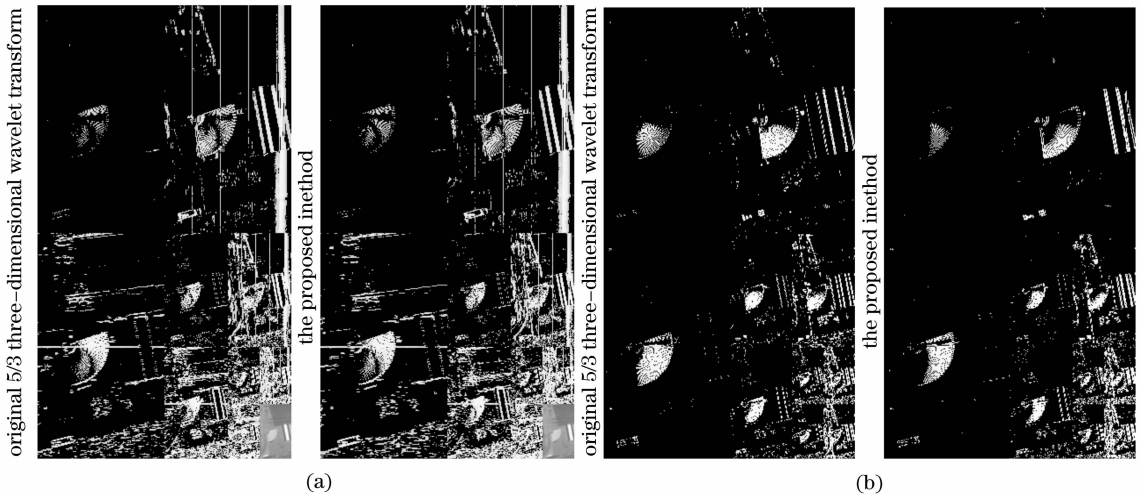


图 7 三维小波变换效果。(a) Z 方向第 3 级小波低频分量处横截面;(b) Z 方向第 3 级小波高频分量处横截面  
Fig. 7 Result of three-dimensional wavelet transform. (a) Truncation of low frequency in 3<sup>rd</sup> wavelet at Z direction;  
(b) truncation of high frequency in 3<sup>rd</sup> wavelet at Z direction

原始 5/3 提升小波高频子带的方差为 78.76,熵为 20.57;本文提出的方向三维小波变换后高频子带的方差为 56.23,熵为 18.25。可见,方向三维小波变换根据方向有效的预测,改善了小波系数的能量分布,使能量更加集中于低频子带。

二种小波变换后均用 3DSPIHT 方法进行量化方法编码,其压缩结果如表 1 所示。

表 1 两种小波变换压缩性能 PSNR 比较

Table 1 PSNR comparison of two kind of wavelet transform

Image name	Original 5/3 lifting wavelet	Proposed method
0315. raw	46.23 dB	47.46 dB
0323. raw	46.01 dB	46.97 dB
0331. raw	45.96 dB	47.27 dB

从表中可见,在相同量化编码方式下,基于方向角的三维小波变换的峰值信噪比(PSNR)比原始 5/3 提升三维小波提高 1 dB 左右。

干涉多光谱图像最终对专业人员有用的是由干涉光谱图像序列复原出的光谱,按照 2.2 节所讲的光谱复原方法,我们复原出 46 个波段的光谱图像,图 8 为长波波段的光谱。由原始 5/3 三维小波变换压缩复原的光谱图噪声大,不易辨认,经分析,该光谱图中横向的噪声条纹正是由于压缩时对图像移动方向未做考虑而引入的噪声。而由基于方向角预测的三维小波变换压缩复原的光谱图噪声小,清晰。

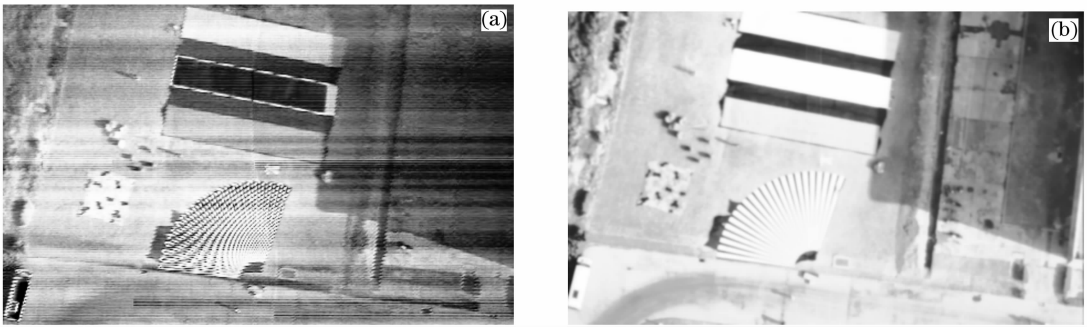


图 8 长波波段光谱图。(a) 原始 5/3 三维小波变换;(b) 本文方法

Fig. 8 Long wave band spectrum, (a) Original 5/3 three-dimension wavelet transform; (b) the proposed method

## 5 结 论

根据大孔径静态干涉成像光谱仪的特点,提出了对干涉多光谱图像采用基于方向角预测的三维小波变换方法。经基于方向角预测的三维小波变换后,能量更加集中于低频分量,在相同的量化编码方法下,基于方向角预测的三维小波变换的信噪比比原始 5/3 提升三维小波变换提高 1 dB 左右。提出的方向三维小波仅考虑了三维空间中 9 个方向角,还可以利用内插的方法使其方向角增多,预测效果会更好,但这也提高运算量。

## 参 考 文 献

- 1 XiangliBin, Zhao Baochang, Xue Mingqiu. Spatially modulated imaging interferometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(1): 18~22
- 相里斌, 赵葆常, 薛鸣球. 空间调制干涉成像光谱技术[J]. *光学学报*, 1998, **18**(1): 18~22
- 2 Deng Jiaxian, Li Taijun. Interference hyper-spectral images compression based on classification and curve-fitting [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(1): 45~51
- 邓家先, 李太君. 基于分类和曲线拟合的干涉超光谱图像压缩 [J]. *光学学报*, 2007, **27**(1): 45~51
- 3 Li Yunsong, Wu Chengke, Chen Jun *et al.*. Spectral satellite image compression based on wavelet transform[J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(6): 691~695
- 李云松, 吴成柯, 陈 军 等. 基于小波的干涉多光谱卫星图像压缩方法[J]. *光学学报*, 2001, **21**(6): 691~695

- 4 Ma Jing, Wu Chengke, Chen Dong *et al.*. Compression of interference spectral image based on weighted rate-distortion optimization for SPIHT[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(3): 430~436
- 马 静, 吴成柯, 陈 东 等. 基于加权率失真优化 SPIHT 算法的干涉多光谱图像压缩[J]. *光学学报*, 2007, **27**(3): 430~436
- 5 P L. Dragotti, G. Poggi, ARP Ragozini. Compression of multispectral images by three-dimensional SPIHT algorithm[J]. *IEEE Transactions on Geosciences and Remote Sensing*, 2000, **1**(38): 416~428
- 6 Ma Jing, Wu Chengke, Chen Dong *et al.*. Optical design and data processing of LASIS[J]. *IEICE Technical Report SANE*, 2006, 279~283
- 7 Ma Jing, Li Yunsong, Chen Dong. A new compression and error-correction scheme for interference spectral images in deep space communication[J]. *China Communications*, 2006, **3**(6): 57~62
- 8 W. Sweldens. The lifting scheme: a custom-design construction of biorthogonal wavelets[J]. *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, 1996, **3**(2): 186~200
- 9 W. Sweldens. The lifting scheme: a construction of second generation wavelets[J]. *SIAM J. Math. Anal.*, 1997, **29**(2): 511~546
- 10 JPEG2000 Part-1 Standard, ISO/IEC 15444~1
- 11 Omer N. Gerek, A. Enis Cetin. A 2D orientation-adaptive prediction filter in lifting structures for image coding[J]. *IEEE Trans. On Image Processing*, 2006, **15**(1): 106~111
- 12 Ding Wenpeng, Wu Feng, Li Shipeng. Lifting-based wavelet transform with directionally spatial prediction[J]. *Picture Coding Symposium*, 2004, 483~488
- 13 Lempel A. Compression of individual sequences via variable-rate coding[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, **24**(5): 530~536