

四种解析解设计的短程透镜卷边对损耗的影响

李 杰 朱京平

(西安交通大学电子物理与器件教育部重点实验室, 陕西 西安 710049)

摘要 根据光波导短程透镜母线曲率半径与光传输损耗的关系,利用数值计算的方法,通过计算不同母线参数条件下,四种解析解设计的短程透镜母线曲率半径,研究比较了短程透镜卷边对其损耗的影响,得出了短程透镜损耗与其有效区半径关系的曲线图,发现透镜凹面半径一定时,有效区半径越小,即卷边越大时,光传输损耗越小;短程透镜的解析改进解和最优解设计的透镜卷边存在曲率奇点。并由此得出了四种解析解设计的短程透镜有效区半径选取原则及其满足低损耗条件的取值范围。

关键词 导波光学;短程透镜;数值计算;曲率半径

中图分类号 TN252 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20082811.2169

Effects of Rim Zone on Loss of Four Analytical Designs of Geodesic Lenses

Li Jie Zhu Jingping

(Key Laboratory for Physical Electronics and Devices, Ministry of Education, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China)

Abstract The effects of rim zone on optical propagation loss of four analytical designs of geodesic lenses are studied by calculating curvature radiuses of their meridional curves for different parameters according to relations between meridional curvature radius of waveguide geodesic lense and optical propagation loss. The relation curves between optical propagation loss and effective aperture radius are obtained. For a fixed radius of lens aperture, the smaller effective aperture radius is (namely larger rim zone), the smaller optical propagation loss is. Curvature singular points are found on the joint of rim zone and true lens of the geodesic lenses described by improved analytical designs and optimal designs. The selection rule of effective aperture radius of the above geodesic lenses and range with low loss are given.

Key words guided-wave optics; geodesic lens; numerical calculation; curvature radius

1 引 言

波导短程透镜是集成光学系统中实现光路转折、聚焦、准直、傅里叶变换、相位调制等功能的重要元件,具有不受衬底材料限制,聚焦效果与波长和导波模式无关等优点。其用途十分广泛,一直是波导透镜光学研究的热点。

目前,普遍认为短程透镜的设计以 Sottini 等的一般解析法^[1]最具优越性。但其表达式描述的短程

透镜卷边(也叫过渡区)两端与平板波导及透镜有效区连接处存在曲率奇点^[2],使得光传输的损耗很大。此后国内外的学者们对此进行了深入的研究,先后提出了短程透镜的解析改进解^[3],最优解^[4]和无曲率奇点解^[5~7],其中解析改进解初步解决了卷边与平板波导连接处的曲率奇点问题,使得该处的曲率半径为有限值。最优解优化了卷边母线的设计,使卷边与平板波导连接处的曲率半径达到了无限大。

收稿日期: 2008-02-21; **收到修改稿日期**: 2008-05-04

基金项目: 国家自然科学基金(60377020)资助课题。

作者简介: 李 杰(1983—),男,硕士研究生,主要从事短程透镜光传输方面的研究。E-mail: simon_li139@stu.xjtu.edu.cn

导师简介: 朱京平(1967—),女,教授,博士生导师,主要从事集成光通信器件技术和光电子技术在生物医学中应用方面的研究。E-mail: jpzhu@mail.xjtu.edu.cn

无曲率奇点解提出了新的母线函数,消除了卷边两端的曲率奇点,使得卷边与平板波导连接处的曲率半径为无限大,卷边与透镜有效区连接处的曲率半径为有限值。以上改进解析解的提出,成功地解决了透镜曲率奇点损耗的问题,通过选取适当的母线方程和相应的参数就可设计出低损耗的短程透镜,使短程透镜的理论设计有了进一步的发展。

但在实际运用中母线方程及其对应参数的选择需要依靠设计者的经验,这就极大地限制了短程透镜的使用范围,增加了设计难度,而这方面的理论研究国内外也未见报道。本文以短程透镜传输损耗与其母线曲率半径的关系为基础,通过数值计算透镜归一化半径为 1 时,不同有效区半径条件下,母线表达式十分复杂的四种解析解设计的短程透镜母线曲率半径,研究了透镜传输损耗与有效区半径的关系,并对四种解析设计法进行了对比研究,由此得到了卷边对透镜损耗的影响。这为短程透镜设计中母线方程及有效区半径的优化选择提供了重要依据,使得短程透镜的解析法设计变得更加简单,可操作性更强。

2 理论分析与计算

短程透镜的光传输损耗主要是弯曲损耗,采用直波导等效法^[8]可以近似得出短程透镜的弯曲损耗表达式:

$$\alpha = C_1 \exp(-C_2 R), \quad (1)$$

其中 C_1 、 C_2 是由波导尺寸和光波模式决定的常数。由此可见曲率半径 R 越大,损耗 α 就越小。根据文献[9]对 Ti:LiNbO_3 弯曲光波导进行的特性分析,得出当曲率半径 $R \geq 0.5 \text{ mm}$ 时,可保证弯曲损耗小于 0.2 dB/cm 。因此在设计短程透镜时,须使透镜曲率半径大于 0.5 mm ,且越大越好。

回顾 Sottini 等提出的一般解析法设计思想,短程透镜是由一母线绕其对称轴旋转而成的(图 1),母线可由(2)式表示:

$$Z(r) = \int_0^r [l'(r)^2 - 1]^{1/2} dr, \quad (2)$$

式中 Z 为旋转对称轴, r 为母线上的点距 Z 轴的距离, $l'(r)$ 为母线方程 $l(r)$ 的导数,求出这一母线的表达式便可得到透镜的面形。而透镜母线的曲率半径则为

$$R(r) = \frac{l'(r)^2}{l''(r)} \sqrt{l'(r)^2 - 1}. \quad (3)$$

由此可见,短程透镜的曲率半径 $R(r)$ 由 $l'(r)$ 及其

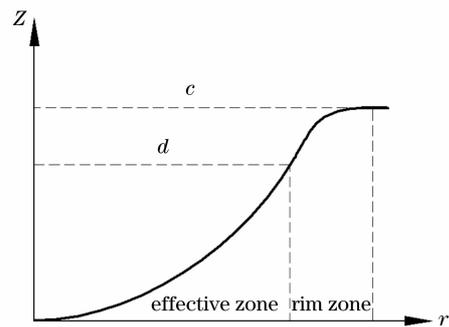


图 1 由公式(2)描述的短程透镜母线图
Fig. 1 Meridional curve of the geodesic lens described by formula (2)

导数 $l''(r)$ 决定。此后对解析解的几种改进也都是通过提出新的 $l'(r)$ 函数以增大透镜曲率半径 $R(r)$,解决卷边两端曲率奇点的问题。而这几种 $l'(r)$ 表达式中都包含有透镜有效区半径 d ,透镜凹面半径 c 等结构参数。根据(3)式,这几个参数会影响透镜曲率半径的大小,也即透镜的损耗。又根据衍射受限理论,短程透镜的有效区半径 d 决定了光束经透镜聚焦后焦斑半径的大小。因此,在短程透镜的优化设计中有效区半径 d 的选择十分重要,但这一方面研究国内外还未见报道。

根据这一理论需要,通过计算归一化透镜凹面半径 c 为 1 的情况下,有效区半径 d 取值不同,即卷边不同时,四种短程透镜母线(即解析改进解,最优解,卷边函数 $m = 2$ 时的无曲率奇点解,卷边函数 $m = 3$ 时的无曲率奇点解)卷边与平板波导连接处(纬圈 C),有效区与卷边连接处(纬圈 D)的曲率半径,便可得到短程透镜有效区半径 d 与卷边两端损耗的关系。将 d 设为变量,则公式(3)变为

$$R(d, r) = \frac{l'(d, r)^2}{l''(d, r)} \sqrt{l'(d, r)^2 - 1}. \quad (4)$$

以下数值分析选用美国 Mathsoft 公司推出的交互式数学系统软件 MathCAD 作为计算工具;取归一化透镜凹面半径 $c = 1$,短程透镜焦距 $b = 5, 30$ 两种情况;通过(4)式计算纬圈 C, D 上的曲率半径随有效区半径 d 的变化情况,从而得到损耗与 d 的关系。其中分别以 R_0, R_1, R_2, R_3 代表:1)解析改进解;2)最优解;3)卷边函数 $m = 2$ 时的无曲率奇点解;4)卷边函数 $m = 3$ 时的无曲率奇点解卷边曲率半径的情况, R'_0, R'_1, R'_2, R'_3 代表四种母线有效区曲率半径的情况。

3 纬圈 C、D 上的损耗与有效区半径关系的数值分析

3.1 纬圈 C 上的情况

由图 2 可知, 纬圈 C 即为短程透镜卷边与平板波导的连接处, 反映到图 1 中即为 $r = c$ 处, 该处右侧 $r \geq c$ 的区域为平板波导, 紧邻其左侧的 $d \leq r < c$ 部分是短程透镜的卷边。

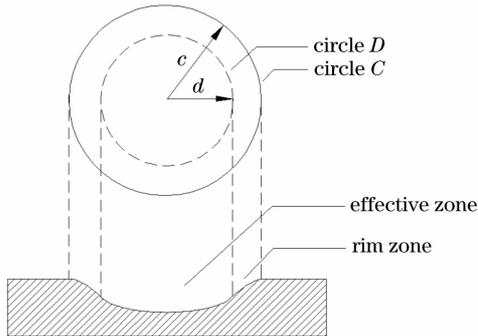


图 2 短程透镜的剖面图和截面图

Fig. 2 Top view and side view of geodesic lenses

由于 $r = c$ 的右侧(含 $r = c$)为平板波导, 其曲率半径为无限大, 几乎没有散射损耗, 所以我们只需考虑卷边趋近纬圈 C 的左极限($r = c - 0.005$)处透镜的曲率半径。下面就焦距 $b = 5, 30$ 两种情况分别讨论。

3.1.1 焦距 $b = 5$

图 3 为归一化透镜凹面半径 $c = 1$, 焦距 $b = 5, d$ 在 $0.5 \sim 0.9$ 之间变化时, 根据公式(4)得到的四种改进解析解卷边趋近纬圈 C 的左极限($r = c - 0.005$)处曲率半径 R_c 相应的变化情况。

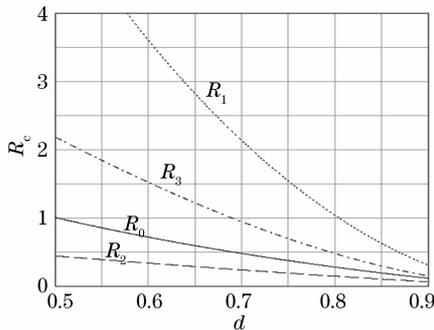


图 3 四种母线纬圈 C 上曲率半径 R_c 与 d 的关系 ($b = 5$)

Fig. 3 Radius of curvature R_c of circle C versus effective aperture radius d for four lenses with different meridians ($b = 5$)

由图 3 可见, 透镜有效区趋近纬圈 C 处的曲率半径 R_c 随有效区半径 d 的增大而减小, 即透镜该处的损耗随有效区半径 d 的增大而增大。且当有效区

半径 d 相同时, $R_1 > R_3 > R_0 > R_2$, 即说明在卷边趋近纬圈 C 处的损耗, 最优解低于卷边函数 $m = 3$ 的无曲率奇点解, 卷边函数 $m = 3$ 的无曲率奇点解低于解析改进解, 解析改进解又低于卷边函数 $m = 2$ 的无曲率奇点解。

从这个角度来讲, d 越小越好; 但根据衍射受限理论, 有效区半径 d 越大, 焦斑半径越小, 聚焦效果越好, 又要求 d 越大越好。兼顾两者的要求, 取 $c = 1$ mm, 根据 $R \geq 0.5$ mm 的低损耗条件, 可以得到焦距 $b = 5$ mm 时, 短程透镜卷边与平板波导连接处满足低损耗条件的有效区半径 d 的取值范围(表 1)。

表 1 有效区半径 d 的取值范围

Table 1 Range of the effective aperture radius d

d_0	d_1	d_2	d_3
≤ 0.69 mm	≤ 0.86 mm	< 0.5 mm	≤ 0.79 mm

3.1.2 焦距 $b = 30$

其他条件不变, 取 $b = 30$, 得到图 4, 可以看到有效区趋近纬圈 C 处的曲率半径 R_c 仍然随着有效区半径 d 的增大而减小, 有效区半径 d 相同时, 四种解析解在该处的曲率半径仍然是 $R_1 > R_3 > R_0 > R_2$ 。可见(1)中得到的四种解析解卷边趋近纬圈 C 处的曲率半径与有效区半径 d 的关系不会因为焦距 b 的变化而改变。取 $c = 1$ mm, $R \geq 0.5$ mm, 则得到 $b = 30$ mm 时, 短程纬圈 C 处满足低损耗条件的有效区半径 d 的取值范围(表 2)。

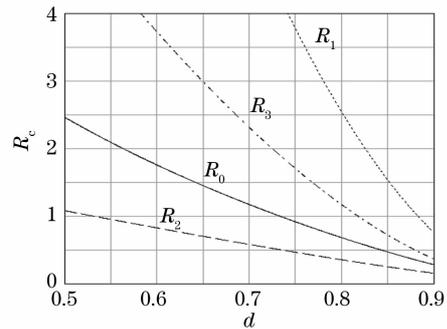


图 4 四种母线纬圈 C 上曲率半径 R_c 与 d 的关系 ($b = 30$)

Fig. 4 Radius of curvature R_c of circle versus effective aperture radius d for four lenses with different meridians ($b = 30$)

表 2 有效区半径 d 的取值范围

Table 2 Range of the effective aperture radius d

d_0	d_1	d_2	d_3
≤ 0.85 mm	no restrict	≤ 0.73 mm	≤ 0.87 mm

3.2 纬圈 D 上的情况

纬圈 D 为短程透镜卷边与有效区的连接处,其中 $d \leq r < c$ 部分为卷边, $r < d$ 的部分为有效区。同 2.1.1 节,通过计算焦距 $b = 5, 30$ 两种情况下,四种解析解卷边 $r = d$ 及有效区趋近纬圈 D 的左极限 ($r = d - 0.005$) 处的曲率半径,来研究短程透镜该连接处的损耗。

3.2.1 焦距 $b = 5$

图 5,图 6 为归一化透镜凹面半径 $c = 1$, 焦距 $b = 5$, d 在 $0.5 - 0.9$ 之间变化时,根据公式(4)得到的四种解析解卷边 $r = d$ 及有效区趋近纬圈 D 的左极限 ($r = d - 0.005$) 处的曲率半径 R_D 相应的变化情况。

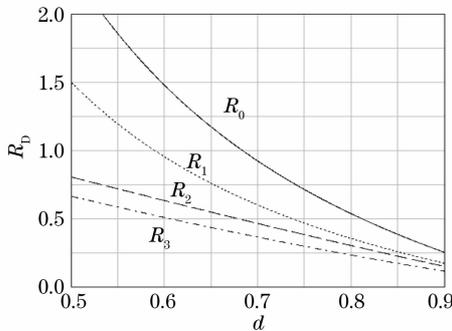


图 5 四种母线卷边纬圈 D 处曲率半径和有效区半径 d 的关系 ($b = 5$)

Fig. 5 Radius of curvature R_D of circle D in rim zone versus effective aperture radius d for four lenses with different meridians ($b=5$)

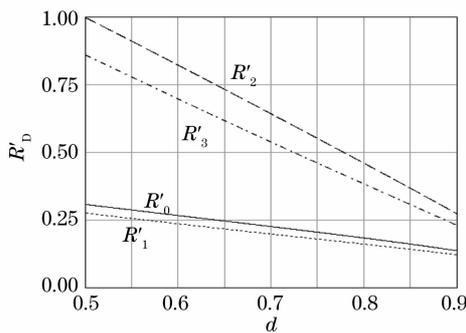


图 6 四种母线有效区纬圈 D 处曲率半径 R_D 和有效区半径 d 的关系 ($b = 5$)

Fig. 6 Radius of curvature R_D of circle D in effective aperture versus effective aperture radius d for four lenses with different meridians ($b=5$)

图中 5,6 可见四种解析解纬圈 D 上的曲率半径 R_D 均随有效区半径 d 的增大而减小,即该处损耗随 d 增大而增大。在卷边 $r = d$ 处,当 d 相同时,有 $R_0 > R_1 > R_2 > R_3$;而在有效区趋近纬圈 D 的左极

限 ($r = d - 0.005$) 处,当 d 相同时,有 $R'_2 > R'_3 > R'_0 > R'_1$ 。

取 $c = 1 \text{ mm}$, $R \geq 0.5 \text{ mm}$,综合图 5、图 6 的结果,则得到 $b = 5 \text{ mm}$ 时,短程透镜卷边与有效区连接处满足低损耗条件的有效区半径 d 的取值范围(表 3)。

表 3 有效区半径 d 的取值范围

Table 3 Range of the effective aperture radius d			
d_0	d_1	d_2	d_3
$\leq 0.5 \text{ mm}$	$< 0.5 \text{ mm}$	$\leq 0.68 \text{ mm}$	$\leq 0.60 \text{ mm}$

3.2.2 焦距 $b = 30$

图 7、图 8 为改变焦距 $b = 30$,其余参数不变时,四种解析解在纬圈 D 上曲率半径 R_D 随有效区半径 d 变化的情况。对比 $b = 5$ 时的情况,四种解析解曲率半径 R 与有效区半径 d 的关系基本相同,只是卷边 $r = d$ 处, R_1 与 R_2 出现了交叉。

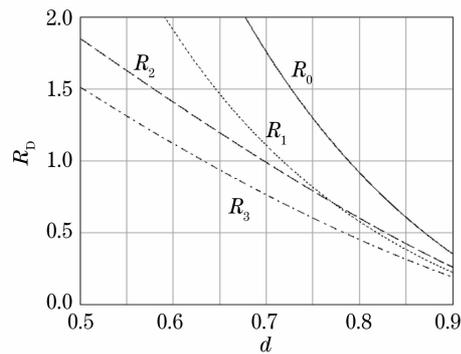


图 7 四种母线卷边纬圈 D 上曲率半径和有效区半径 d 的关系 ($b = 30$)

Fig. 7 Radius of curvature R_D of circle D in rim zone versus effective aperture radius d for four lenses with different meridians ($b=30$)

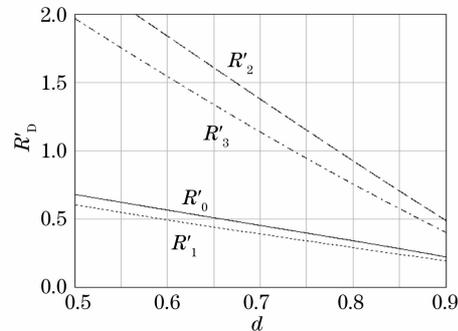


图 8 四种母线有效区纬圈 D 左极限处曲率半径 R'_D 和有效区半径 d 的关系 ($b = 30$)

Fig. 8 Radius of curvature R of circle D in effective aperture versus effective aperture radius d for four lenses with different meridians ($b=30$)

取 $c = 1 \text{ mm}$, $R \geq 0.5 \text{ mm}$, 综合图 7、图 8 的结果, 则得到 $b = 30 \text{ mm}$ 时, 短程透镜卷边与有效区连接处满足低损耗条件的有效区半径 d 的取值范围(表 4)。

表 4 有效区半径 d 的取值范围

Table 4 Range of the effective aperture radius d

d_0	d_1	d_2	d_3
$\leq 0.65 \text{ mm}$	$< 0.6 \text{ mm}$	$\leq 0.82 \text{ mm}$	$\leq 0.77 \text{ mm}$

表 5 有效区半径 d 的取值范围

Table 5 Range of the effective aperture radius d

Effective radius Focal length	d_0	d_1	d_2	d_3
$b = 5 \text{ mm}$	$< 0.5 \text{ mm}$	$< 0.5 \text{ mm}$	$< 0.5 \text{ mm}$	$\leq 0.60 \text{ mm}$
$b = 30 \text{ mm}$	$< 0.65 \text{ mm}$	$< 0.6 \text{ mm}$	$\leq 0.73 \text{ mm}$	$\leq 0.77 \text{ mm}$

4 四种母线在整个短程透镜区域损耗的研究

前面我们依据弯曲波导损耗与曲率半径的关系, 得到了四种母线解析解在透镜纬圈 C 、 D 上的损耗同有效区半径的关系。以下研究整个透镜凹面区域的损耗情况。取归一化的透镜凹面半径 $c = 1$, 有效区半径 $d = 0.6$, 焦距 $b = 5, 30$, 计算四种母线整个透镜凹面区的曲率半径 R , 得到图 9~图 12。

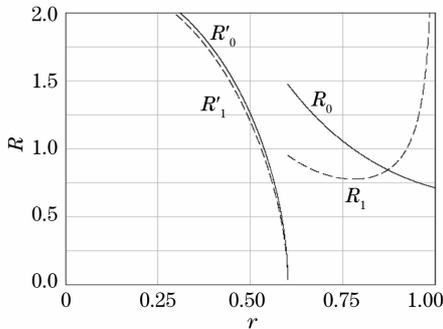


图 9 解析改进解和最优解整个短程透镜区的曲率半径分布 ($d = 0.6, b = 5$)

Fig.9 Radius of curvature R of geodesic lenses for improved analytical designs and optimal designs of geodesic lenses ($d=0.6, b=5$)

图 9,10 分别为 $d = 0.6, b = 5$ 及 $d = 0.6, b = 30$ 时解析改进解和最优解在整个短程透镜凹面曲率半径的分布情况, 可以清楚的看到这两种解析解在纬圈 D 处存在曲率奇点, 使得该处损耗非常大; 图 11,12 为同样参数下卷边函数 $m = 2, 3$ 的无曲率奇点解在整个短程透镜凹面的曲率半径变化情况, 可见其不存在曲率奇点。观察图 9-12, 可以发现四种母线解析解设计的短程透镜整个凹面的曲率

3.3 有效区曲率半径 d 的取值范围确定

综上所述, 四种解析解纬圈 C 、 D 上的损耗均随有效区半径 d 的增大而增大。综合表 1-4 的数据可以得到四种解析解 $c = 1 \text{ mm}, b = 5 \text{ mm}, 30 \text{ mm}$ 时, 纬圈 C 、 D 处, 即短程透镜卷边两端与平板波导及透镜有效区连接处低损耗时, 有效区半径 d 的取值范围(表 5)。

半径总是在纬圈 C 或者纬圈 D 处最小, 因此前面我们对四种母线纬圈 C 、 D 处损耗的论述适用于整个短程透镜凹面区。

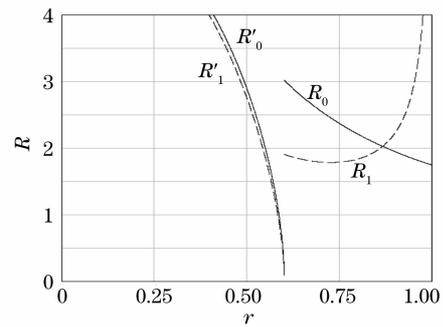


图 10 解析改进解和最优解整个短程透镜区的曲率半径分布 ($d = 0.6, b = 30$)

Fig.10 Radius of curvature R of geodesic lenses for improved analytical designs and optimal designs of geodesic lenses ($d=0.6, b=30$)

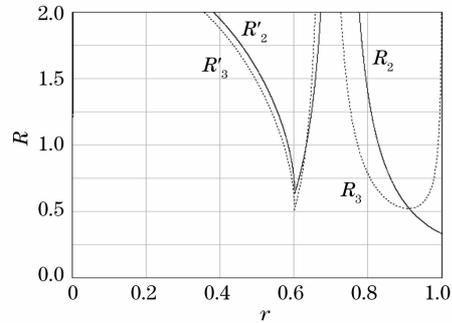


图 11 卷边函数 $m = 2, 3$ 的无曲率奇点解整个短程透镜区的曲率半径分布 ($d = 0.6, b = 5$)

Fig.11 Radius of curvature R of geodesic lenses for two no curvature singular point designs of geodesic lenses ($d=0.6, b=5$)

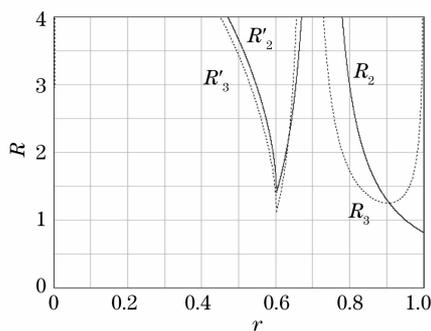


图 12 卷边函数 $m = 2, 3$ 的无曲率奇点解整个短程透镜区的曲率半径分布 ($d = 0.6, b = 30$)

Fig. 12 Radius of curvature R of geodesic lenses for two no curvature singular point designs of geodesic lenses ($d=0.6, b=30$)

5 结 论

作为唯一一种不受衬底限制, 聚焦效果与波长和导波模式无关的波导透镜——消球差光波导短程透镜, 损耗与聚焦效果是其最重要的性能参数, 二者均与其有效区半径 d 有关。本文利用数值计算的方法对四种解析解设计的波导短程透镜损耗与有效区半径的关系进行了研究, 发现有效区半径 d 越大, 透镜损耗越大。这与聚焦希望取较大的 d 值相左。通过对四种解析解的对比研究, 发现解析改进解和最优解虽然能解决透镜卷边与平板波导连接处的曲率奇点问题, 但有效区与卷边连接处的曲率奇点仍然存在。无曲率奇点解很好解决了卷边两端曲率奇点的问题, 其中尤以卷边函数 $m = 3$ 的无曲率奇

点解能做到损耗相同时, 焦斑半径最小, 或者焦斑半径相同时, 损耗最小。

参 考 文 献

- 1 Sottini S, Russo V, Righini G. General solution of the problem of perfect geodesic lenses for integrated optics [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1979, **69**(9):1248~1254
- 2 Sottini S, Giorgetti E. Theoretical analysis of a new family of geodesic lenses [J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1987, **4**(2):346~351
- 3 Jingping Zhu, Zhongyan Meng, Bangren Shi *et al.*. New idea of geodesic lens [C]. *Proc. SPIE*, 1994, **2291**:180~187
- 4 Fan Junqing, Li Gongyu, Xu Chengjie *et al.*. An optimal solution of the problem of geodesic lenses [J]. *Acta Optica Sinica*, 1993, **13**(3):254~257
范俊清, 李公羽, 许承杰等. 短程透镜问题的最优解[J]. *光学学报*, 1993, **13**(3):254~257
- 5 Liu Ji, Shi Bangren, Hu Xierong. Design of the optical waveguide lens without curvature singularity [J]. *Acta Optica Sinica*, 1994, **14**(4):398~402
刘骥, 石邦任, 胡燮荣. 无曲率奇点的光波导短程透镜的设计[J]. *光学学报*, 1994, **14**(4):398~402
- 6 Xing L, Shi B, Song Z *et al.*. An optimal design of waveguide geodesic lenses [J]. *Acta Photonica Sinica*, 1999, **28**(11):1021~1024
邢连生, 石邦任, 宋哲等. 波导短程透镜的优化理论设计研究[J]. *光子学报*, 1999, **28**(11):1021~1024
- 7 Shi Bangren, Kong Mei, Song Zhe *et al.*. Research on optimal geodesic waveguide lenses [J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(11):1320~1324
石邦任, 孔梅, 宋哲等. 优化的波导短程透镜研究[J]. *光学学报*, 2003, **23**(11):1320~1324
- 8 D. Marcuse. Bending losses of the asymmetric slab waveguide [J]. *Bell System Tech. J.* 1971, **50**(8):2551~2563
- 9 M. Heiblum, J. H. Harris. Analysis of curved optical waveguides by conformal transformation [J]. *IEEE. J. Quant. Electron.*, 1975, **QE-11**: 75~83