

基于拉普拉斯塔型变换的 Contourlet 变换频谱混叠特性分析

冯 鹏 魏 彪 潘英俊 米德伶

(重庆大学光电技术及系统教育部重点实验室, 重庆 400044)

摘要 针对 Contourlet 变换存在频谱混叠的问题, 立足于拉普拉斯(Laplace)塔型变换的分析研究, 指出了 Contourlet 变换频谱混叠的根本原因在于 Laplace 塔型变换中两个低通滤波器不满足 Nyquist 抽样定律, 致使阻带截至频率大于 $\pi/2$, 导致 Contourlet 变换的频谱混叠。基此, 设计了满足 Nyquist 抽样定律的低通滤波器, 提出了一种新型的 Contourlet 变换, 即抗混叠 Contourlet 变换。抗混叠 Contourlet 变换有效地抑制了频谱混叠, 基函数的空频局域性均明显优于 Contourlet。通过对 Barbara 图像的硬阈值去噪实验研究结果表明, 抗混叠 Contourlet 变换去噪在峰值信噪比(PSNR)上高出 Contourlet 变换 2.3 dB(噪声均方差为 30), 去噪效果好, 同时还有效抑制了 Contourlet 变换去噪后的“划痕”现象, 图像的视觉效果更佳。

关键词 数字图像处理; 频谱混叠; 抗混叠 Contourlet 变换; 多相表示

中图分类号 TP391

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS20082811.2090

Analysis of Frequency Aliasing of Contourlet Transform Based on Laplace Pyramidal Transform

Feng Peng Wei Biao Pan Yingjun Mi Deling

(Key Laboratory of Opto-Electronics Technology & System, Ministry of Education,
Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract A major drawback of the original contourlet transform is frequency aliasing, i. e., its basis images are not localized in the frequency domain. We analyze the cause of this problem from the aspect of Laplace pyramidal (LP) transform to make sure that the aliasing is caused by the reason that the two lowpass filters of LP transform do not satisfy with Nyquist-Shannon sampling theorem and its stopband frequency is more than $\pi/2$. Based on this reason, we design a new low-pass filter with stopband frequency smaller than $\pi/2$ and propose an anti-aliasing contourlet transform. The anti-aliasing contourlet is superior to contourlet transform in the respects of the regularity and localization of basis function, and depresses the frequency aliasing efficiently. Numerical experiments on peppers image denoising show that the proposed anti-aliasing contourlet transform can significantly outperform the original transform both in terms of peak signal-noise-ratio(PSNR) by 2.3 dB with noise root-mean-square of 30 and in visual quality. It also depresses the scratch phenomenon after anti-aliasing contourlet transform denoising.

Key words digital image processing; frequency anti-aliasing; anti-aliasing contourlet transform; poly-phase representation

1 引 言

近年来, 小波分析理论在数字信号处理中的研究与应用获得了飞速的发展, 这主要源于小波是表

示具有一维点状奇异性函数的最优基^[1~3], 使之能够对一维分段连续信号进行有效的分析。然而, 常用的二维小波是一维小波的张量积, 仅具有有限的

收稿日期: 2008-01-24; 收到修改稿日期: 2008-04-09

基金项目: 国家自然科学基金(60172074), 国防预研基金(JW20 * 25056)和重庆市自然科学基金(CSTC2007BB3174)资助项目。

作者简介: 冯 鹏(1981-), 男, 博士, 主要从事数字图像处理及多尺度几何分析方面的研究。E-mail: coe-fp@163.com

方向(严格而言,仅有水平、垂直和对角三个方向),致使二维张量小波不能充分利用图像中的方向信息,也就无法“最优”或“稀疏”表示二维图像的信息,因为二维图像的高维奇异性主要以边缘和轮廓信息为特征。为此,国内外有关学者研究发展了 Ridgelet 变换^[4,5]、Curvelet 变换^[6,7]及 Contourlet 变换^[8,9]等一系列的多尺度几何分析方法,致力于解决二维图像高维奇异性的表达问题。Ridgelet 变换是 Candès 于 1998 年提出的,其核心思想是利用 Radon 变换,将线奇异转化为点奇异,尔后通过小波变换以捕获点奇异。可见,Ridgelet 虽是表示直线奇异性图像的最优基,但不适合处理含曲线奇异性的图像。对此问题,Curvelet 变换则可以得到较好的解决。Curvelet 变换是 Ridgelet 变换的推广,它通过分块脊波变换和子带分解算法,实现对图像的多尺度、多方向分解,使之成为表示二阶可微的平滑曲线边缘图像的最优基,进而获得时频局域性和非线性逼近的优良性能。然而,Curvelet 变换的缺点是冗余度巨大(冗余度为 $16J + 1$, J 为分解尺度),使其在实际的图像信息处理中难以应用。基于此,M. N. Do 提出了一种新的低冗余度的图像分解方法,即 Contourlet 变换^[10,11]。Contourlet 变换是通过拉普拉斯塔型变换(Laplace Pyramidal Transform, LP 变换)和方向滤波器组(Directional Filter Banks, DFB)相结合,以此实现对图像的多尺度、多方向分解,其基函数满足各向异性尺度关系,以接近最优的方式表示图像中的轮廓和边缘等高维奇异性,是一种“真正”意义上的二维图像的“最优”或“稀疏”表示方法。然而在实际应用中,Contourlet 变换并没有表现出应有的“实力”。Contourlet 变换用于图像去

噪,虽然较好地保持了边缘,但会在重构图像中出现严重的“划痕”,这一点甚至在基于 HMT(Hidden Markov Tree)模型的 Contourlet 去噪中也有所反映^[12]。Contourlet 变换用于图像编码,与 JPEG2000 相比较,其压缩效率和视觉效果也尚有较大差距。上述情况,文献[13]将其归结为 Contourlet 基函数的正则性不够高,空域和频域的局部性尚不甚理想,致使存在明显的频谱混叠(Aliasing),严重影响了 Contourlet 变换在实际图像处理中的应用效果^[14~18]。但这些文献中,并未指出频谱混叠的来源,亦未提出解决的办法。

鉴于此,立足于二维多率抽样系统的基本概念,从拉普拉斯塔型变换的构成入手,研究分析频谱混叠的来源及其影响,提出并研究了一种抗混叠 Contourlet 变换,取得了良好的图像处理效果。

2 Contourlet 变换频谱混叠的由来

为了便于分析 Contourlet 变换频谱混叠的由来,将 Contourlet 变换写成等效滤波器组的形式。以 1 层分解、4 通道的 Contourlet 变换为例加以说明,如图 1(a)所示。图中虚框所示是 1 层拉普拉斯塔型分解, $x(\mathbf{n})$ 是其输入, $y_{10}(\mathbf{n})$ 和 $d_1(\mathbf{n})$ 是其输出,分别表示逼近子带和细节子带, $G(z)$ 和 $F(z)$ 是两个半带低通滤波器。 $\downarrow D_2$ 和 $\uparrow D_2$ 分别表示隔行隔列的下抽样矩阵和上插值矩阵,

$$\text{其中 } D_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

对于低通滤波器 $G(z)$ 和 $F(z)$,可以分别写成其 I 型和 II 型多项表示^[19,20],即

$$G(z) = G^{(0)}(z^{D_2}) + z_1^{-1}G^{(1)}(z^{D_2}) + z_2^{-1}G^{(2)}(z^{D_2}) + z_1^{-1}z_2^{-1}G^{(3)}(z^{D_2}) = \mathbf{g}^T(z^{D_2})\mathbf{e}(z), \quad (1)$$

$$F(z) = F^{(0)}(z^{D_2}) + z_1F^{(1)}(z^{D_2}) + z_2F^{(2)}(z^{D_2}) + z_1z_2F^{(3)}(z^{D_2}) = \mathbf{f}^T(z^{D_2})\mathbf{e}(z^{-1}), \quad (2)$$

式中, $\mathbf{g}(z) = [G^{(0)}(z), G^{(1)}(z), G^{(2)}(z), G^{(3)}(z)]^T$,
 $\mathbf{f}(z) = [F^{(0)}(z), F^{(1)}(z), F^{(2)}(z), F^{(3)}(z)]^T$,
 $\mathbf{e}(z^{-1}) = [1, z_1, z_2, z_1z_2]^T$, $\mathbf{e}(z) = [1, z_1^{-1}, z_2^{-1}, z_1^{-1}z_2^{-1}]^T$ 。

如果将虚框内的拉普拉斯塔型分解看作一个滤波器组,而 $x(\mathbf{n})$ 和 $d_1(\mathbf{n})$ 是该滤波器组的输入和输

出,则其相应的多项矩阵,可以表示为 $\mathbf{I} - \mathbf{f}(z)\mathbf{g}^T(z)$, \mathbf{I} 为一个 4×4 的单位阵。

细节子带 $d_1(\mathbf{n})$,通过 4 通道方向滤波器组,可进一步分解为 4 个方向子带 $y_{1j}(\mathbf{n})$, ($1 \leq j \leq 4$)。同理,令 $\mathbf{E}(z)$ 表示 DFB 方向滤波器组的多项矩阵,则存在

$$\mathbf{E}(z^{D_2})\mathbf{e}(z) = [H_{11}(z), H_{12}(z), H_{13}(z), H_{14}(z)]^T = \begin{bmatrix} H_{11}^{(0)}(z^{D_2}) & H_{11}^{(1)}(z^{D_2}) & H_{11}^{(2)}(z^{D_2}) & H_{11}^{(3)}(z^{D_2}) \\ H_{12}^{(0)}(z^{D_2}) & H_{12}^{(1)}(z^{D_2}) & H_{12}^{(2)}(z^{D_2}) & H_{12}^{(3)}(z^{D_2}) \\ H_{13}^{(0)}(z^{D_2}) & H_{13}^{(1)}(z^{D_2}) & H_{13}^{(2)}(z^{D_2}) & H_{13}^{(3)}(z^{D_2}) \\ H_{14}^{(0)}(z^{D_2}) & H_{14}^{(1)}(z^{D_2}) & H_{14}^{(2)}(z^{D_2}) & H_{14}^{(3)}(z^{D_2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ z_1^{-1} \\ z_2^{-1} \\ z_1^{-1}z_2^{-1} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

若将 $x(n)$ 与 $y_{1j}(n)$ ($1 \leq j \leq 4$) 之间的 LP 变换和 DFB, 共同等效为一个滤波器组, 则其相应多项矩阵应为

$$E(z) = E(z)[I - f(z)g^T(z)], \quad (4)$$

且, 存在如下关系

$$[\hat{H}_{11}(z), \hat{H}_{12}(z), \hat{H}_{13}(z), \hat{H}_{14}(z)]^T = E(z^{D_2})e(z). \quad (5)$$

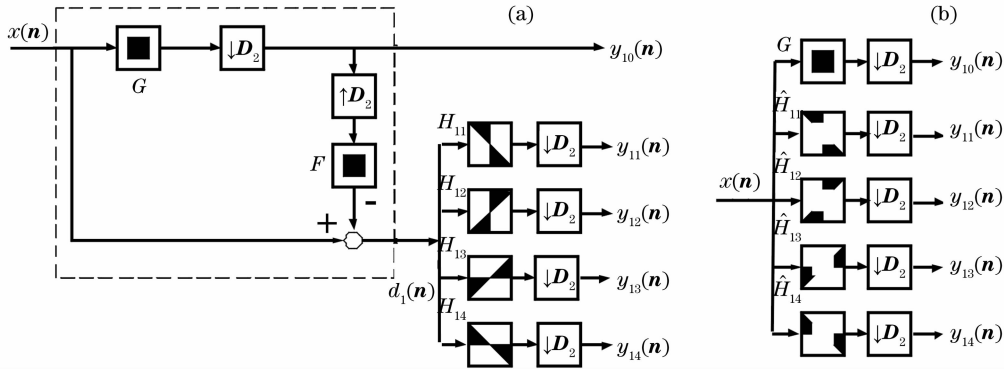


图 1 4 通道 Contourlet 变换的原理示意图。(a) 双迭代结构 Contourlet 变换; (b) 5 通道等效滤波器组

Fig. 1 Four-channel contourlet transform. (a) dual-iterated contourlet transform; (b) five-channel equivalent filter banks

根据上述关系, 图 1(a) 所示的 Contourlet 变换, 也就等效于图 1(b) 所示的一个 5 通道的滤波器组。其中, G 是一个低通滤波器, \hat{H}_{ij} 是等效的方向滤波器。图 2(a) 给出了图 1 所示 Contourlet 变换等效方向滤波器 \hat{H}_{11} 的频率响应图。可见, 在梯形区域之外, 还存在明显的“凸起”, 这些“凸起”便是频谱混叠成份。同样, 8 通道的 Contourlet 变换的频谱相应于如图 2(b) 所示, 显然也存在频谱混叠。频谱混叠的存在, 将导致 Contourlet 变换的频域局域性较差, 进而直接影响到 Contourlet 变换在图像去噪、压缩等领域中的应用效果。因此, 论文将立足于拉普拉斯塔型变换的研究, 分析频谱混叠产生的原因, 并给出相应的研究结果。

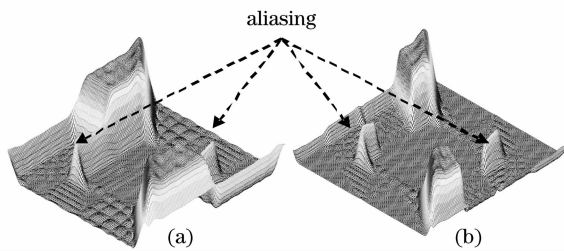


图 2 等效方向滤波器频谱示意图。

(a) 4 通道 - $\hat{H}_{11}(\omega)$; (b) 8 通道 - $\hat{H}_{11}(\omega)$

Fig. 2 Frequency spectrum of equivalent directional filter.

(a) four-band $\hat{H}_{11}(\omega)$; (b) eight-band $\hat{H}_{11}(\omega)$;

3 拉普拉斯塔型变换中的频谱混叠

前述图 1 所示方向滤波器 $\hat{H}_{11}(\omega)$ 的等效结构, 可以由图 3 所示给出, 令 $FH_{11}(z) = F(z)H_{11}(z)$, 并写成多项形式:

$$FH_{11}(z) = FH_{11}^{(0)}(z^{D_2}) + z^{-1}FH_{11}^{(1)}(z^{D_2}) + z^{-1}FH_{11}^{(2)}(z^{D_2}) + z^{-1}z^{-1}FH_{11}^{(3)}(z^{D_2}). \quad (6)$$

图 3(a) 所示虚框中的子系统, 可以由 4(a) 做进一步的刻画。根据多率抽样理论^[19,21], 图 4(a) 与图 4(b) 等效。其中, $FH_{11}^{(0)}(z)$ 是 $FH_{11}(z)$ 的第一个多项部分^[22]。基此, 将图 4(b) 代入图 3(a), 根据等效易位定理^[19], 图 3(a) 则等效为图 3(b)。

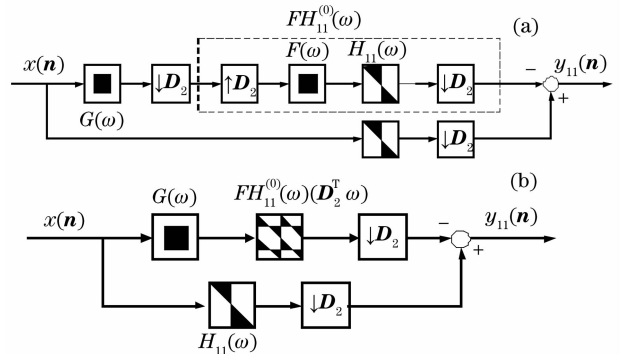


图 3 图 1 所示的方向滤波器 $\hat{H}_{11}(\omega)$ 的等效结构示意图 (a) 等效易位前; (b) 等效易位后

Fig. 3 Equivalent structure of directional filter $\hat{H}_{11}(\omega)$ in the Fig. 1 (a) before noble identities; (b) after noble identities

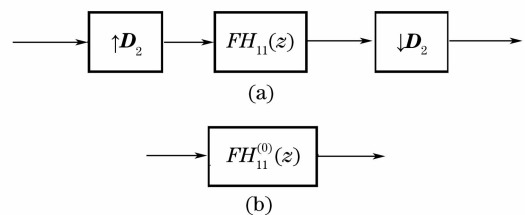


图 4 $FH_{11}^{(0)}(z)$ 与 $FH_{11}(z)$ 的等效关系原理框图 Fig. 4 Equivalent structure of $FH_{11}^{(0)}(z)$ and $FH_{11}(z)$

对 $FH_{11}(z)$ 先通过 \mathbf{D}_2 下抽样,尔后再上插值, 便可得到 $FH_{11}^{(0)}(z^{D_2})$,其频率响由下式给出:

$$FH_{11}^{(0)}(\mathbf{D}_2^T \boldsymbol{\omega}) = \frac{1}{|\mathbf{D}_2|} \sum_{\mathbf{k} \in N(\mathbf{D}_2^T)} FH_{11}(\boldsymbol{\omega} - 2\pi \mathbf{D}_2^{-T} \mathbf{k}) \quad (7)$$

对于 $\mathbf{k} \in N(\mathbf{D}_2^T)$, $\mathbf{D}_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, 则 $\mathbf{k}_0 = [0, 0]^T$, $\mathbf{k}_1 = [0, 1]^T$, $\mathbf{k}_2 = [1, 0]^T$, $\mathbf{k}_3 = [1, 1]^T$, $\mathbf{D}_2^{-T} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}$ 。其中 \mathbf{k}_i , ($i=0, 1, 2, 3$)为矩阵 \mathbf{D}_2 的陪集矢量(coset vector), $N(\mathbf{D}_2^T)$ 表示由 \mathbf{D}_2 的陪集矢量组成的集合^[19]。

因此

$$\begin{aligned} \hat{H}_{11}(\boldsymbol{\omega}) &= H_{11}(\boldsymbol{\omega}) - \frac{1}{|\mathbf{D}_2|} G(\boldsymbol{\omega}) FH_{11}^{(0)}(\mathbf{D}_2^T \boldsymbol{\omega}) \\ &= H_{11}(\boldsymbol{\omega}) - \frac{1}{|\mathbf{D}_2|} G(\boldsymbol{\omega}) \sum_{\mathbf{k} \in N(\mathbf{D}_2^T)} F(\boldsymbol{\omega} - 2\pi \mathbf{D}_2^{-T} \mathbf{k}) H_{11}(\boldsymbol{\omega} - 2\pi \mathbf{D}_2^{-T} \mathbf{k}). \end{aligned} \quad (8)$$

令 $\boldsymbol{\omega}_0 = 2\pi \mathbf{D}_2^{-T} \mathbf{k}_0 = [0, 0]^T$, $\boldsymbol{\omega}_1 = 2\pi \mathbf{D}_2^{-T} \mathbf{k}_1 = [0, \pi]^T$, $\boldsymbol{\omega}_2 = 2\pi \mathbf{D}_2^{-T} \mathbf{k}_2 = [\pi, 0]^T$, $\boldsymbol{\omega}_3 = 2\pi \mathbf{D}_2^{-T} \mathbf{k}_3 = [\pi, \pi]^T$

则

$$\begin{aligned} \hat{H}_{11}(\boldsymbol{\omega}) &= H_{11}(\boldsymbol{\omega}) \left(1 - \frac{1}{|\mathbf{D}_2|} G(\boldsymbol{\omega}) F(\boldsymbol{\omega}) \right) - \frac{1}{|\mathbf{D}_2|} G(\boldsymbol{\omega}) F(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_1) H_{11}(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_1) \\ &\quad - \frac{1}{|\mathbf{D}_2|} G(\boldsymbol{\omega}) F(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_2) H_{11}(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_2) - \frac{1}{|\mathbf{D}_2|} G(\boldsymbol{\omega}) F(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_3) H_{11}(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_3) \end{aligned} \quad (9)$$

在式(9)中,等式右边二、三、四项即是图 2 所示的混叠“凸起”。由于 $G(\boldsymbol{\omega})$ 和 $F(\boldsymbol{\omega})$ 是两个半带低通滤波器,“凸起”的原因就在于调制方向滤波器 $H_{11}(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_i)$ 的通带与 $G(\boldsymbol{\omega})$, $F(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_i)$ 的通带相重叠。因此,消除“凸起”的方法,就是要尽量减少各滤波器之间(尤其是过渡带)的重叠。LP 变换中, $G(\boldsymbol{\omega})$ 和 $F(\boldsymbol{\omega})$ 都是二维可分离低通滤波器,二者只要都满足 Nyquist 抽样定律,即通带和阻带范围在 $[-\pi/2, \pi/2]^2$ 之内, $G(\boldsymbol{\omega})$ 与 $F(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_i)$ 之间就不会相互重叠,二者相乘在整个 $[-\pi, \pi]^2$ 恒为零,就能消除式(9)中的混叠项。此时, $G(\boldsymbol{\omega})$ 和 $F(\boldsymbol{\omega})$ 应满足以下条件:

$$\begin{cases} G(\boldsymbol{\omega}) \approx 0, F(\boldsymbol{\omega}) \approx 0, & \omega_s \leq |\boldsymbol{\omega}| \leq \pi \\ G(\boldsymbol{\omega}) > 0, F(\boldsymbol{\omega}) > 0, & |\boldsymbol{\omega}| \leq \omega_p \\ \omega_p < \omega_s < \pi/2, \end{cases} \quad (10)$$

式中, ω_p 表示通带截至频率, ω_s 表示阻带截止频率。式(10)表明,为了保证抗混叠,低通滤波器的通带和过渡带都必须在 $[-\pi/2, \pi/2]^2$ 之内,且在阻带区域内的频谱响应近似为 0。

4 实验与分析

由前述可知,Contourlet 变换中的频谱混叠,主要是由于 LP 变换中的两个低通滤波器 $G(\omega)$ 和 $F(\omega)$ 不满足 Nyquist 抽样定律,致使滤波器在 $[-\pi/2, \pi/2]^2$ 区域外,仍然存在频谱响应。可见,分析并设计抗混叠 Contourlet 变换(Anti-aliasing Contourlet),必须保证 $G(\omega)$ 和 $F(\omega)$ 满足式(10),即, $G(\omega)$ 和 $F(\omega)$ 的阻带截止频率需小于 $\pi/2$,且在阻带区域频率响应近似为 0。为此,我们采取与 Contourlet 变换类似的方法设计抗混叠 Contourlet 变换,将多尺度分解与方向分解分开进行,图 5 所示是抗混叠 Contourlet 变换分解和重构示意图。多尺度分解中,为了获得理想频率响应的滤波器,我们直接在频域定义低通 $L_0(\omega)$ 和高通滤波器 $H_0(\omega)$ 实现对逼近子带和细节子带的获取,并规定 $L_0(\omega)$ 通带截止频率为 $\pi/4$,阻带截止频率为 $\pi/2$,过渡带为 $[\pi/4, \pi/2]$ 。首先定义一维低通滤波器,二维滤波器可以通过对一维滤波器的可分离扩展获得。一维低通滤波器 $L_i^{1D}(\omega)$ 定义如下:

$$L^{1D}(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq \omega_p \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \left[\frac{(|\omega| - \omega_p)\pi}{\omega_{s,i} - \omega_p} \right] & \omega_p \leq |\omega| \leq \omega_s \\ 0 & \omega_s \leq |\omega| \leq \pi \end{cases} \quad (11)$$

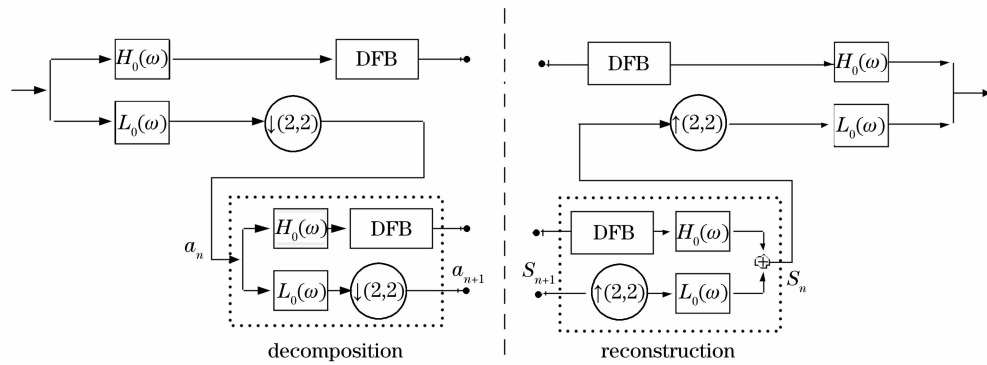


图 5 抗混叠 Contourlet 变换分解和重构示意图

Fig. 5 Block diagram of decomposition and reconstruction of anti-aliasing contourlet transform

同时假设由于下抽样所导致的频谱混叠可以完全消除,为保证完全重构, $L_0(\omega)$ 、 $H_0(\omega)$ 必须满足关系: $|L_0(\omega)|^2 + |H_0(\omega)|^2/4 = 1$, 则 $H_0(\omega)$ 的表达式可相应求出。方向分解通过 DFB 实现, DFB 的具体构造方法与 Contourlet 变换中一致: 以基于提升结构的 PKVA 扇形滤波器组为基本模块, 并以适当的方式进行级联。直接定义高通滤波器 $H_0(\omega)$ 的优势在于避免了 LP 变换中产生细节子带所进行的抽样操作, 图像经过高通滤波器后直接级联 DFB, 只要高通滤波器满足抽样定律, 多尺度分解所造成的频谱混叠就不会被带入各方向子带中,

也就可以进一步地抑制混叠。

图 6 所示为 Contourlet 变换和抗混叠 Contourlet 变换的滤波器基函数对比结果。图 6(a) 表示 Contourlet 变换, 图 6(b) 表示抗混叠 Contourlet 变换, 两种变换都进行 5 层分解, 每层分解方向子带数分别为 $[32, 16, 16, 8, 8]$, 图中从左到右分解尺度依次递增, 分辨率则逐次递减。可见, 在同一分解尺度下, 抗混叠 Contourlet 变换的基函数空域的方向性和局域性, 明显优于 Contourlet 变换, 且具有更高的光滑度(正则性)。

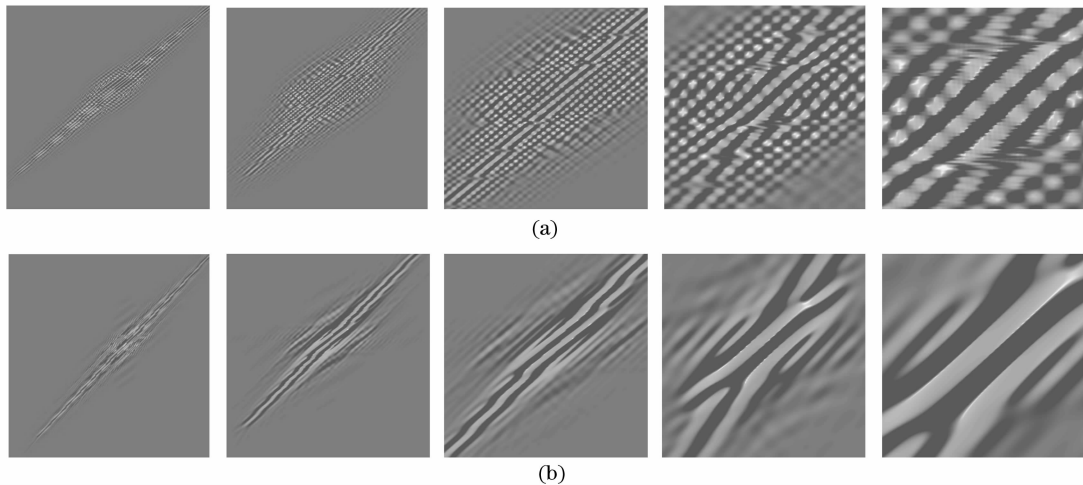


图 6 Contourlet 变换与抗混叠 Contourlet 变换的基函数对比结果图(从左到右: 尺度递增).

(a) Contourlet 变换; (b) 抗混叠 Contourlet 变换

Fig. 6 Basis images of contourlet and anti-aliasing contourlet(from left to right; with increasing scale).

(a) contourlet transform; (b) anti-aliasing contourlet transform

图 7 是抗混叠 Contourlet 变换方向滤波器的频域支撑, 对比图 2 可以看到抗混叠 Contourlet 变换没有明显的频谱混淆, 阻带区域较为平坦, Contourlet 变换中的混叠“凸起”被显著抑制, 这意味着抗混叠 Contourlet 变换频域局域性也优于

Contourlet 变换, 具有更好的方向选择性。

实验中, 选用 Lena、Barbara、Peppers 三幅标准图像作为测试图像, 对测试图像用不同噪声水平的高斯白噪声污染, 并用 9/7 小波、Contourlet 和抗混叠 Contourlet 变换进行硬阈值去噪实验。三种变

换都进行 4 层分解,后两种变换每层分解的方向子带数分别为 $[16,16,8,8]$ 。表 1 列出了利用三种变换去噪后的峰值信噪比(PSNR)值。可以看出,在不同的噪声方差下,Contourlet 变换和抗混叠 Contourlet 变换的去噪性能均优于 9/7 小波,而以抗混叠 Contourlet 变换最佳。以 Peppers 图像为例,当噪声方差为 30 时,利用抗混叠 Contourlet 变换去噪后重构图像的 PSNR 值比 9/7 小波和

Contourlet 分别提高 2.75 dB 和 2.51 dB;当噪声方差为 50 时,则分别提高 3.29 dB 和 2.47 dB。图 8 是噪声方差 $\sigma = 40$ 时 Barbara 图像去噪后的局部放大图,从图中同样可以看出,抗混叠 Contourlet 变换去噪很好的保留了图像中的细节和纹理,较好地抑制了 Contourlet 变换去噪所带来的“划痕”,视觉效果明显优于 Contourlet 变换和 9/7 小波。

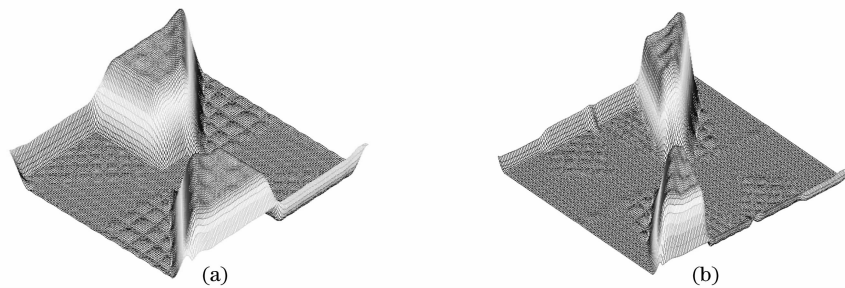


图 7 抗混叠 Contourlet 变换等效方向滤波器频谱图。(a) 4 通道;(b) 8 通道

Fig. 7 Frequency spectrum of equivalent directional filter of anti-aliasing contourlet. (a) four-band; (b) eight-band

表 1 四种不同变换的图像去噪 PSNR 比较

Table 1 Comparison of denoised images of four different transforms in terms of PSNR

σ	Lena			Barbara			Peppers		
	30	40	50	30	40	50	30	40	50
Noisy	18.63	16.11	14.17	18.63	16.13	14.17	18.62	16.14	14.18
9/7 wavelet	26.40	24.76	23.48	23.41	22.13	21.21	26.29	24.73	23.40
contourlet	26.84	25.62	24.39	24.22	23.14	22.27	26.53	25.19	24.22
Anti-aliasing contourlet	29.52	28.08	27.04	26.57	25.27	24.28	29.04	27.68	26.69

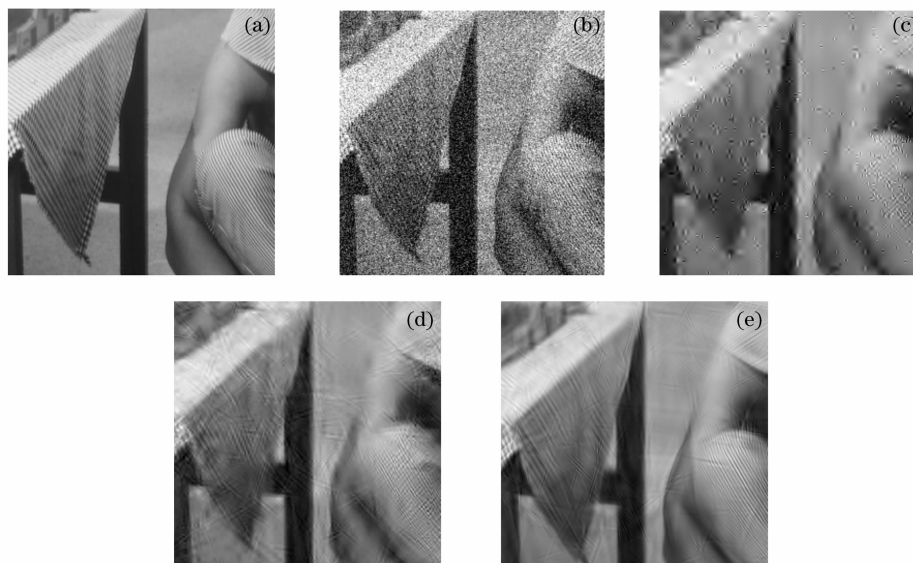


图 8 图 8 Barbara 图像去噪局部放大图($\sigma = 40$)。(a) 原始图像;(b) 含噪图像;(c) 9/7 小波去噪;
(d) contourlet 去噪;(e) 抗混叠 contourlet 去噪

Fig. 8 “Zoom in”part of denoised Barbara image with different transforms ($\sigma = 40$). (a) original image; (b) noisy;
(c) 9/7 wavelet denoised; (d) contourlet denoised; (e) anti-aliasing contourlet denoised

5 结 论

通过理论分析及实验研究,可以得到如下初步结论:

1) 针对 contourlet 变换存在频谱混叠的问题,从多抽样率滤波器组的角度出发,分析 LP 变换中的频谱混叠,是一种行之有效的研究方法。

2) contourlet 变换频谱混叠的根本原因在于 LP 变换中两个低通滤波器不满足 Nyquist 抽样定律,这为抗混叠 contourlet 变换的深入研究与分析指明了方向。

3) 研究并设计了一种满足 Nyquist 抽样定律的抗混叠 contourlet 变换。理论研究结果表明,抗混叠 contourlet 变换能够有效抑制 contourlet 变换中的频谱混叠,且其基函数正则性更高,方向选择性更好。

4) 通过对标准图像的硬阈值去噪实验研究,结果表明,抗混叠 contourlet 变换的图像去噪能力优于 contourlet 变换,尤其对于纹理细节丰富的图像去噪处理,效果更佳。

参 考 文 献

- YangFusheng, The practical analysis of wavelet transform and its applications[M]. Beijing: Science Press, 1999
杨福生著. 小波变换的工程分析与应用[M]. 北京: 科学出版社, 1999
- Stephen Mallat. A wavelet tour of signal processing[M]. Yang Lihua Transl., Beijing, China Machine Press, 2003
S. Mallat 著, 杨立华 等译. 信号处理的小波导引[M]. 北京: 机械工业出版社, 2002
- Jiao Licheng, Tan Shan. Development and prospect of image multiscale geometric analysis[J]. *Acta Electronica sinica*, 2003, **31**(13A): 1975~1981
焦李成, 谭 山. 图像的多尺度几何分析: 回顾和展望[J]. 电子学报, 2003, **31**(12A): 1975~1981
- E. J. Candès. Ridgelets: Theory and application [D]. USA: Stanford University, 1998
- E. J. Candès. Harmonic analysis of neural networks [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 1999, **6**(2): 197~218
- E. J. Candès, D. L. Donoho. Continuous curvelet transform: I. Resolution of the wavefront set[J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2005, **19**(2): 162~197
- E. J. Candès, D. L. Donoho. Continuous curvelet transform: II. Discretization and frames[J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2005, **19**(2): 198~222
- M. N. Do, M. Vetterli. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation [J]. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2005, **14**(12): 2091~2106
- M. N. Do. Directional multiresolution image representations [D]. *Swiss Federal Institute of Technology*, 2001
- P. J. Burt, E. H. Adelson. The laplacian pyramid as a compact image code[J]. *IEEE Trans. on Communication*, 1983, **31**(4): 532~540
- R. H. Bamberger, M. J. T. Smith. A filter bank for the directional decomposition of images: Theory and design [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1992, **40**(4): 882~893
- D. D.-Y. Po, M. N. Do. Directional multiscale modeling of images using the contourlet transform [J]. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2006, **15**(6): 1610~1620
- E. J. Candès, L. Demanet, D. L. Donoho. Fast discrete curvelet transforms [R]. USA: California Institute of Technology, 2005
- R. Eslami, H. Radha. Translation-invariant contourlet transform and its application to image denoising [J]. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2006, **15**(11): 3362~3374
- A. L. Cunha, J. P. Zhou, M. N. Do. The nonsampled contourlet transform: Theory, design, and applications [J]. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2006, **16**(10): 3089~3101
- Li Huihui, Guo Lei, Liu Hang, Research on image fusion based on the second generation curvelet transform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(5): 657~662
李晖晖, 郭 雷, 刘 航. 基于二代 Curvelet 变换的图像融合研究[J]. 光学学报, 2006, **26**(5): 657~662
- Wang Gang, He Anzhi, Xiao Liang. Algorithm research in ridgelet transform domain based on the image content of freeway local linear crack[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(3): 341~346
王 刚, 贺安之, 肖 亮. 基于高速公路裂纹局部线性特征内容的脊波变换域算法研究[J]. 光学学报, 2006, **26**(3): 341~346
- Miao Qiguang, Wang Baoshu. Multi-sensor image fusion based on improved laplacian pyramid transform[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(9): 1605~1610
苗启广, 王宝树. 基于改进的拉普拉斯金字塔变换的图像融合方法[J]. 光学学报, 2007, **27**(9): 1605~1610
- Tao Ran, Zhang Huiyun, Wang Yue. The theory of multirate digital signal processing and its applications [M]. Beijing: Tsinghua Univeristy Press, 2007
陶 然, 张惠云, 王 越. 多抽样率数字信号处理理论及其应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2007
- Hu Guangshu. Modern Signal Processing[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004
胡广书著, 现代信号处理教程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004
- T. Chen, P. P. Vaidyanathan. Considerations in multidimensional filter bank design [C]. *IEEE International Symposium on Circuit and System*, Chicago, USA, 1993, **1**: 643~646
- Yi Chen. *Design and Application of Quincunx Filter Banks* [D]. USA: University of Victoria, 2006