

含单负材料的不对称平板波导的传导模

陈宪锋 蒋美萍 沈小明 金 钰

(江苏工业学院数理学院, 江苏 常州 213016)

摘要 利用图解法系统地研究了由不同类型的单负材料作为包层的三层平板波导的模式特征。研究表明单负介质波导具有一系列奇异的特性, 与传统介质波导或左手介质波导相比, 此波导的芯区横向振荡导模的模折射率范围较大。除 0 阶导模外, 其它 TE, TM 导模均为芯区横向振荡模, 且同阶的 TE、TM 模的色散曲线几乎重合, 只有 0 阶的 TE, TM 模才可以支持表面波的传播。单负介质的结构参数对 0 阶导模的影响较大。一定条件下, 波导中可以出现 0 阶导模的完全缺失或仅支持表面波的传输, 还会出现超慢波现象, 甚至可以共生都是后向波的 0 阶双模。

关键词 导波光学; 平板波导; 单负介质; 色散曲线; 超慢波

中图分类号 TN252

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS20082810.1888

Guided modes in asymmetrical planar waveguide clad with different types of single-negative material

Chen Xianfeng Jiang Meiping Shen Xiaoming Jin Yi

(School of Physics and Mathematics, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou, Jiangsu 213016, China)

Abstract A graphical method is used to systematically investigate the mode characteristics of an asymmetrical three-layer slab waveguide clad with different single-negative materials. It is demonstrated the waveguide has unusual properties dramatically different from those of conventional waveguide and left-handed material waveguide. The effective refractive index of transverse oscillating guided modes lies in a wider region. In addition, the high-order modes are transverse oscillating guided modes in the core region, only the zero-order one is a surface wave mode. The dispersion curves of high-order TE- and TM- polarized guided modes are nearly the same. The constitutive parameters of single-negative materials have considerable influence on zero-order guided mode. Under certain condition in the waveguide, complete disappearance of zero-order modes, only surface wave propagation, superslow wave, and zero-order dual modes of backward waves will occur.

Key words guidedwave optics; slab waveguide; single-negative material(SNG); dispersion curve; superslow wave

1 引 言

自然界中绝大部分材料的相对介电常数 $\epsilon > 0$, 相对磁导率 $\mu > 0$, 这种传统介质也称为双正材料(DPS)。若两个参数中有一个小于零, 则称为单负材料(SNG), 其中 $\epsilon > 0$, $\mu < 0$ 的称为负 μ 材料(MNG), 而 $\epsilon < 0$, $\mu > 0$ 的称为负 ϵ 材料(ENG)。例如, 在某些特定的频段等离子体和部分金属就具有 $\epsilon < 0$ 的特性, 而开口的金属谐振环(SRR)由于磁共振则可在某些频段体现出 $\mu < 0$ 的特性。利用细

金属条和金属谐振环的周期性排列, 已证实可在某些频段实现 ϵ, μ 同时为负^[1,2]。此材料称为双负材料(DNG)或左手材料(LH)。

单负、双负材料的出现拓展了材料的应用, 引起了人们的研究兴趣, 特别是双负材料所具有的奇异特性更是激起了世界范围的研究热潮^[3~7]。通过对双负材料构成的平板波导的研究表明, 这种波导具有很多与传统介质波导相异的特性, 如 0 阶导模的缺失、支持慢波传输、同阶双模共存等^[8~11]。相比

收稿日期: 2008-01-21; 收到修改稿日期: 2008-03-13

基金项目: 江苏省高校自然科学基金基础研究项目(07KJD140036)资助课题。

作者简介: 陈宪锋(1970—), 男, 副教授, 主要从事光学材料方面的研究。E-mail: cxf@jpu.edu.cn

之下利用单负材料构成的波导研究却鲜有报道。

本文以不同类型的单负材料作为包层的三层平板波导为研究对象,系统研究了这种波导的传输特性,得到了一些结果。

2 色散方程

不对称三层平板波导的两侧包层分别为单负材料负 ϵ 材料和负 μ 材料,其结构参数依次为 $\epsilon_1 < 0$, $\mu_1 > 0$ (负 ϵ 材料)和 $\epsilon_3 > 0$ 、 $\mu_3 < 0$ (负 μ 材料);芯层材料为传统介质,相应参数为 $\epsilon_2 > 0$ 、 $\mu_2 > 0$ 、厚度为 d 。

利用经典的麦克斯韦方程,结合边界连续性条件,易得波导中芯区横向振荡的导模的色散方程为

$$kd = m\pi + \arctan \frac{q}{c_{32}k} + \arctan \frac{p}{c_{12}k} \quad (1)$$

其中负 ϵ 材料包层的衰减系数 $p = k_0 \sqrt{N^2 - \epsilon_1 \mu_1}$, 负 μ 材料包层的衰减系数 $q = k_0 \sqrt{N^2 - \epsilon_3 \mu_3}$, 芯层中的导波系数 $k = k_0 \sqrt{\epsilon_2 \mu_2 - N^2}$, 波导的模折射率 $N < \sqrt{\epsilon_2 \mu_2}$, 传播常数 $\beta = k_0 N$, 真空波数 $k_0 = \omega/c$, 整数 $m = 0, 1, 2 \dots$ 对应于不同阶数的导波模式。对于 TE 模系数 $c_{32} = \mu_3/\mu_2$, $c_{12} = \mu_1/\mu_2$; 而对于 TM 模系数 $c_{32} = \epsilon_3/\epsilon_2$, $c_{12} = \epsilon_1/\epsilon_2$ 。

与传统介质波导不同,这种单负介质波导支持表面波的传播,即支持 $N > \sqrt{\epsilon_2 \mu_2}$, 芯层中 k 可取虚数的情况。表明芯层中的横向电场呈指数衰减型

分布,令 $k = i\kappa$, 则可得 0 阶芯区横向衰减模的色散方程为

$$e^{2\kappa d} = \frac{(c_{32}\kappa - q)(c_{12}\kappa - p)}{(c_{32}\kappa + q)(c_{12}\kappa + p)}. \quad (2)$$

3 分析与讨论

3.1 图解法

利用图解法讨论单负介质波导的导模,首先研究 TE 芯区横向振荡模,为此改写(1)式,令 $\theta = \arctan \frac{q}{c_{32}k}$, $\varphi = \arctan \frac{p}{c_{12}k}$, 则 $\theta < 0$, $\varphi > 0$,

$$kd = m\pi + \theta + \varphi. \quad (3)$$

引入无量纲的参数 $u = k_0 d$, 称为归一化频率(或归一化厚度)。以 $x = k/k_0$ 为变量,则

$$\theta = -\arctan\left(\frac{\mu_2}{|\mu_3|} \frac{\sqrt{(\epsilon_2 \mu_2 - \epsilon_3 \mu_3) - x^2}}{x}\right), \varphi = \arctan\left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{\sqrt{(\epsilon_2 \mu_2 - \epsilon_1 \mu_1) - x^2}}{x}\right).$$

其中,结构参数为 $\epsilon_1 = -1$, $\mu_1 = 1.1$, $\epsilon_2 = \mu_2 = 1$, $\epsilon_3 = 0.5$, $\mu_3 = -0.9$ 时的变化曲线如图 1(a)所示。由于 θ 与 φ 的绝对值相差不大,故 $\theta + \varphi$ 的值在零值附近,如图 1(a)中插图所示。再令(3)式等式右边值为 $y = m\pi + \theta + \varphi$, 其变化曲线如图 1(b)中实线所示;而(3)式等式左边值为 $y = kd = ux$, 该直线的斜率 $\tan\alpha = u$, 故(3)式方程的解即为图 1(b)中虚线 $y = ux$ 与实线 $y = m\pi + \theta + \varphi$ 的交点。

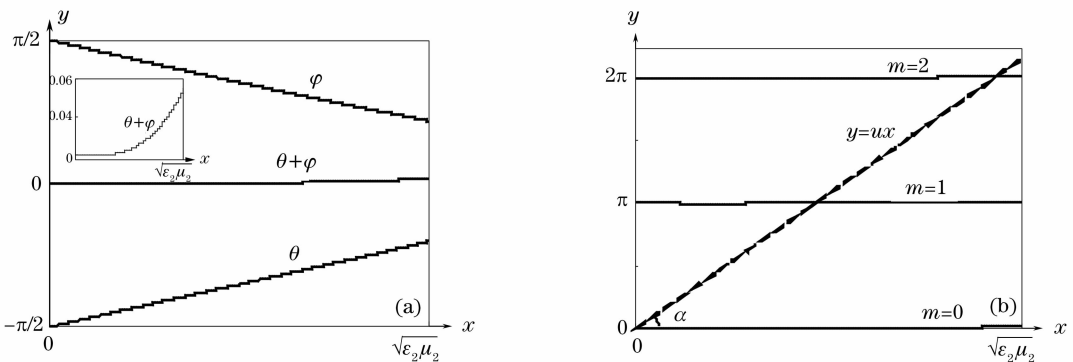


图 1 图解法确定 TE 芯区横向振荡模

Fig. 1 Graphical determination for TE transverse oscillating guided modes in the core region

显然对于 $m = 1, 2, 3 \dots$, 只要斜率 u 超过一定的值, (3)式方程总有解存在, 利用图解法得到的 TE 模的色散曲线如图 2 所示。结构参数为 $\epsilon_1 = -1.5$, $\mu_1 = 0.5$, $\epsilon_2 = \mu_2 = 1$, $\epsilon_3 = 0.8$, $\mu_3 = -2$ 。图 2 中实线为 TE 模, 虚线为 TM 模, 点线为芯区横向振荡区与衰减区的分界线。易看出 $TE_1, TE_2, TE_3 \dots$ 导模的特点类似于传统介质波导, 但其模折射率的范围要

大于传统介质波导或左手介质波导的导模存在范围。此外这些导模存在着一个截止频率 u_m :

$$u_m = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_2 \mu_2}} \left[m\pi + \arctan \frac{\sqrt{|\mu_3|/|\mu_1|} - \sqrt{\epsilon_3/|\epsilon_1|}}{\sqrt{\mu_3 \epsilon_2} + \sqrt{\epsilon_3 \mu_2}} \right]. \quad (4)$$

但是对于 $m = 0$ 的情况比较特殊, 将重点研

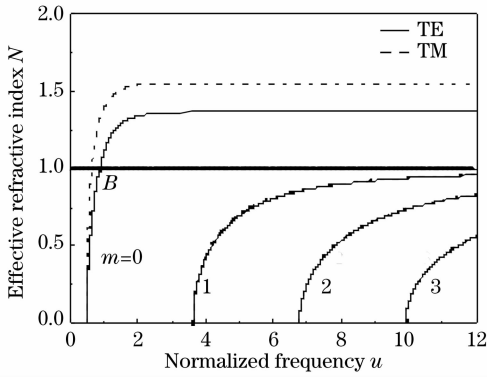


图 2 单负介质波导的色散曲线

Fig. 2 Dispersion curves of the single negative material waveguide

究。从图 1(b)可知要使解(交点)存在, $\theta + \varphi$ 必须大于零,由此可得

$$N^2(\mu_3^2 - \mu_1^2) > \mu_1 \mu_3 (\mu_3 \epsilon_1 - \mu_1 \epsilon_3) \quad (5)$$

若令正数 $X = \epsilon_3 / |\epsilon_1|$, $Y = |\mu_3| / \mu_1$, 上式即为 $N^2(Y^2 - 1) > \mu_1 |\epsilon_1| Y(X - Y)$ 。

此外由于单负介质波导可以支持 TE_0 芯区横向衰减模,在图 2 所示的芯区横向振荡区与衰减区的交界处,有 $N \rightarrow \sqrt{\epsilon_2 \mu_2}$ 。若图 2 中的 B 点存在,则有 $\frac{\epsilon_2 \mu_2}{|\epsilon_1| \mu_1} (Y^2 - 1) > Y(X - Y)$; 若令 $a = \frac{\epsilon_2 \mu_2}{|\epsilon_1| \mu_1}$, $f(X, Y) = \frac{Y(X - Y)}{Y^2 - 1}$, 则 B 点存在的情况有两种: $a > f(Y > 1)$ 和 $a < f(Y < 1)$ 。由于函数 $f(X, Y) = a$ 的曲线在 $X - Y$ 平面内的变化如图 3 中插图所示,因此对 TE_0 导模的研究将分 6 区进行,如图 3 的区域划分。

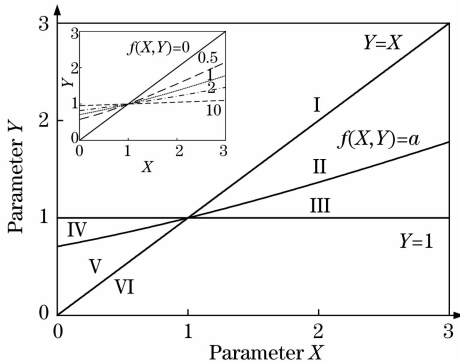


图 3 研究 TE_0 导模的分区示意图

Fig. 3 Schematic diagram of partition plane for TE_0 guided modes

对 TE_0 芯区横向衰减模的色散方程(2)式的分析,要根据 μ_1 、 μ_2 、 $|\mu_3|$ 这三个量之间的大小关系分别讨论。

3.2 TE_0 模特征

根据分析,对 TE_0 模的研究将有 18 种情况,如表 1 所示。在数值模拟时取芯层为空气, $\epsilon_2 = \mu_2 = 1$, 两侧包层中单负介质的参数选取列于表 1,不同情况下 TE_0 模的色散曲线如图 4 所示。

表 1 单负介质波导的包层参数设计

Table 1 The parameters of the SNG waveguide

No	relations	areas	constitutive parameters			
			ϵ_1	μ_1	ϵ_3	μ_3
1	$\mu_1 < \mu_3 < \mu_2$	I	-0.5	0.8	0.4	-0.9
2		II	-0.5	0.8	0.7	-0.9
3		III	-0.5	0.8	0.9	-0.9
4	$ \mu_3 < \mu_1 < \mu_2$	IV	-1	0.9	0.4	-0.8
5		V	-1	0.9	0.4	-0.6
6		VI	-1	0.9	0.4	-0.3
7	$ \mu_3 < \mu_2 < \mu_1$	IV	-1	1.1	0.3	-0.9
8		V	-1	1.1	0.6	-0.9
9		VI	-1	1.1	0.9	-0.9
10	$\mu_1 < \mu_2 < \mu_3 $	I	-0.5	0.8	0.5	-1.1
11		II	-0.5	0.8	1	-1.1
12		III	-0.5	0.8	2	-1.1
13	$\mu_2 < \mu_1 < \mu_3 $	I	-1	1.5	0.5	-2
14		II	-1	1.5	1.5	-2
15		III	-1	1.5	2	-2
16	$\mu_2 < \mu_3 < \mu_1$	IV	-1	1.5	0.5	-1.3
17		V	-1	1.5	0.7	-1.3
18		VI	-1	1.5	1	-1.3

图 4 中各曲线对应的数字为表 1 中的相应序号,点线为芯区横向振荡区与衰减区的分界线。从图 4 可以看出,在 μ_1 、 μ_2 、 μ_3 三个量中,当 $|\mu_3|$ 的取值最小时,结构参数落在 V、VI 两区中的波导均不支持芯区横向衰减的 TE_0 导模,如图 4(b)所示;特别是结构参数落在 VI 区的波导甚至不存在芯区横向振荡的 TE_0 导模,即 TE_0 模缺失。除上述情况外任意结构参数的波导,只要芯层厚度适当均可以支持芯区横向衰减的 TE_0 导模的传播。

当 $|\mu_3| > \mu_2$ 时,如图 4(c)和(d)所示,较厚芯层的波导中总是存在芯区横向衰减的 TE_0 导模,并且传播常数趋于一个定值 $\beta_\infty = k_0 \sqrt{\frac{\mu_2 \mu_3 (\mu_3 \epsilon_2 - \mu_2 \epsilon_3)}{\mu_3^2 - \mu_2^2}}$ 这就是在芯区一负 μ 材料界面处传播的 TE 表面波。

当 $|\mu_3|$ 的取值介于 μ_1 和 μ_2 之间时,图 4(a)和图 4(d)芯区横向衰减区的色散曲线表明,对于较小的归一化频率 u ,其芯区横向衰减的 TE_0 导模的模折射率(或传播常数)很大。相速度 v_p 反比于模折

射率 N 或传播常数 β ，极大的 N 或 β 值意味着 v_p 极小，可远远低于光速 c ，说明这种波导中可以支持超慢波的传输。Kim 等^[10]的研究表明，具有极大传播常数的超慢波，可以将导波能量紧紧地束缚在波导的芯区，其泄漏到邻近介质的能量就越少，可有效

降低一些不必要的能量耦合，这是传统介质波导所无法比拟的。既然在极薄的波导中可以传输超慢波，因此可以利用单负介质制作亚波长波导，来设计小型的电磁元器件。

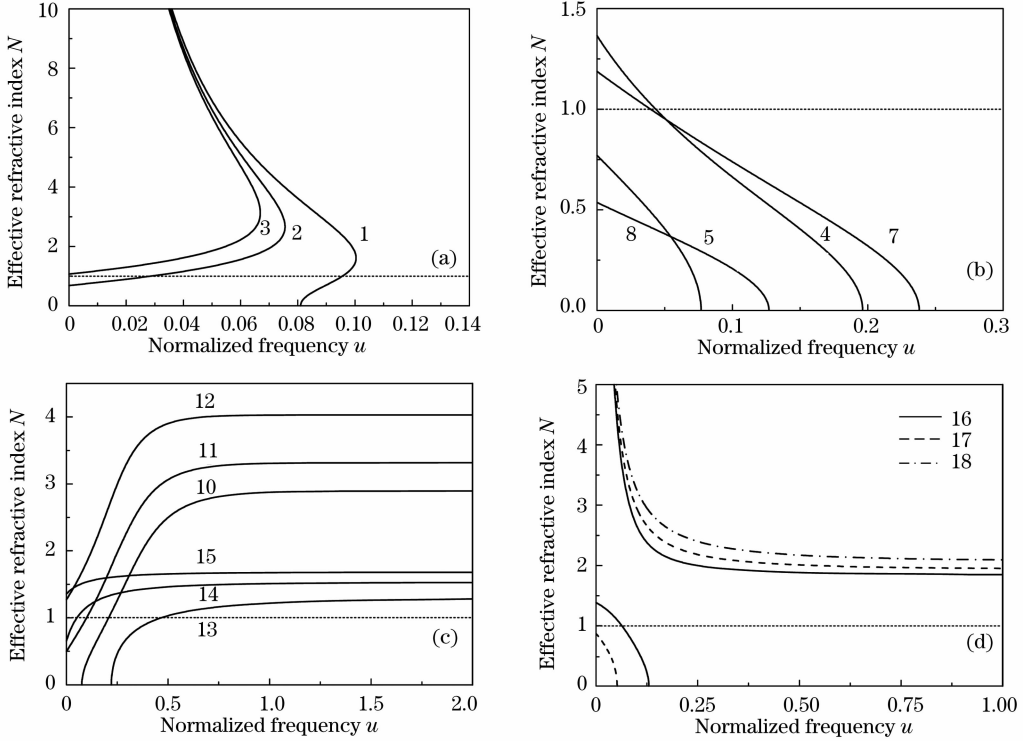


图 4 不同情况下 TE_0 模的色散曲线

Fig. 3 Dispersion curves of TE_0 guided modes with different parameters

图 4(a)的色散曲线有一个明显的凸出现象，说明此结构参数的波导中存在着 TE_0 双传播模。色散曲线的斜率为正，说明在波导中传播的电磁波，相速度与群速度的方向是一致的，为前向波，如传统介质波导的导模。而色散曲线的斜率为负，则预示着在波导中传播的模式，其相速度与群速度的方向相反，后向波传播模式只有在左手介质波导^[11]或单负介质波导中才会出现。图 4(a)的色散曲线表明，结构参数满足 $\mu_1 < |\mu_3| < \mu_2$ 的波导中，可以共生两种传播模式的 TE_0 导模。另外，本文的研究表明还会出现一个崭新的现象，在这种异型单负材料构成的平板波导中，甚至可以共生都是后向波的 TE_0 双模，参阅图 4(d)所示。

3.3 TM 模特征

利用图解法可以得到 TM 模的色散曲线，如图 2 中的虚线所示。可以看出， TM_1 、 TM_2 、 TM_3 ... 模只存在于芯区横向振荡区，其色散曲线几乎与同阶的 TE 模重合。是因为在图 1(a)中，尽管结构参数影

响着 θ 和 φ 的值，但其作用是相反的，使得(1)式中等式右边的后两项之和接近于零，并且对于 TE 和 TM 模差异很小。当 N 较小或较大时 TE, TM 模的两项之和都趋于一个定值，仅在中间的芯区横向振荡区才略有差异，导致高阶的 TE、TM 模的色散曲线近乎重合。不对称单负介质波导的这一奇异特性，预示着这种波导将有巨大的应用前景。

在单负介质波导中也可支持芯区横向衰减 TM_0 导模，同样 TM_0 模的色散曲线比较特殊。计算表明，若 TM_0 模的截止频率 u_0 存在的话，也与 TE_0 模的相等，即它们均满足(4)式。类似对 TE_0 模的分区研究，对 TM_0 模亦可作类似的分区分析。因此对 TM_0 模来说，特定结构参数的波导中也会出现超慢波现象和双模共生现象。

分区研究表明，同时数值模拟也证实，当 $|\epsilon_1|$ ， ϵ_2 ， ϵ_3 这三个值中 $|\epsilon_1|$ 最小， μ_1 ， μ_2 ， $|\mu_3|$ 中 $|\mu_3|$ 最小，且满足 $\mu_3\epsilon_1 < \mu_1\epsilon_3$ 时，这种单负介质的波导中只能支持 $m = 1, 2, 3 \dots$ 阶的 TE 或 TM 芯区

横向振荡模,不支持 0 阶的 TE, TM 的芯区横向振荡模或者衰减模,即 0 阶导模彻底缺失。

4 结 论

系统地研究了由不同类型的单负材料作为包层的三层平板波导的模式特征,得到了一些结果。芯区横向振荡导模存在的模折射率范围较大,优于传统介质波导或左手介质波导的存在范围。对于阶数大于 0 的同阶 TE, TM 导模,其色散曲线近乎重合,且均为芯区横向振荡模。分区讨论了结构参数对 0 阶导模的影响,发现特定结构参数的这种波导中可以出现 0 阶导模的彻底缺失,或超慢波现象,或仅支持表面波的传输,甚至可以共生都是后向波的 0 阶双模。

参 考 文 献

- 1 D. R. Smith, Willie J. Padilla, D. C. Vier *et al.*. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **84**(18):4184~4187
- 2 R. A. Shelby, D. R. Smith, S. Schultz. Experimental verification of a negative index of refraction[J]. *Science*, 2001, **292**:77~79
- 3 Jensen Li, Lei Zhou, C. T. Chen *et al.*. Photonic band gap from a stack of positive and negative index materials[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **90**(8):083901
- 4 Chen Xianfeng, Jiang Meiping, Shen Xiaoming *et al.*. A simple method of studying the forbidden band characteristics of 1-D photonic crystal [J]. *J. Optoelectronics Laser*, 2007, **18**(7):870~873
陈宪锋,蒋美萍,沈小明等.研究光子晶体禁带特征的一种简捷方法[J]. *光电子·激光*, 2007, **18**(7):870~873
- 5 Jiang Meiping, Chen Guang, Chen Xianfeng *et al.*. Defect mode of Bragg microcavity containing negative refractive index materials[J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(8):1056~1061
蒋美萍,陈光,陈宪锋等.含负折射率介质布拉格微腔的缺陷模[J]. *中国激光*, 2006, **33**(8):1056~1061
- 6 Yang Ligong, Huang Biqin, Ye Hui *et al.*. Analysis of phase and transfer properties of optical waves in negative refractive index medium layers[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(3):388~392
杨立功,黄弼勤,叶辉等.负折射率介质层中光波的相位和传输特性研究[J]. *光学学报*, 2004, **24**(3):388~392
- 7 Zhang Wenfu, Fang Qiang, Cheng Yihua *et al.*. Narrow band interleaver based on one-dimensional photonic crystal with positive-negative index alternant multilayer [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(9):1695~1699
张文富,方强,程益华等.正负折射率交替一维光子晶体窄带梳状滤波器[J]. *光学学报*, 2007, **27**(9):1695~1699
- 8 Ying He, Zhuangqi Cao, Qishun Shen. Guided optical modes in asymmetric left-handed waveguides[J]. *Opt. Commun.*, 2005, **245**:125~135
- 9 Shen Lufa, Wang Zihua. Propagation properties of asymmetric metamaterial slab waveguides[J]. *J. Optoelectronics · Laser*, 2006, **17**(6):688~692
沈陆发,王子华.非对称含左手材料平面波导的传输特性[J]. *光电子·激光*, 2006, **17**(6):688~692
- 10 Ki Young Kim, Young Ki Cho, Heung-sik Tae *et al.*. Guided mode propagations of grounded double-positive and doubled-negative metamaterial slabs with arbitrary material indexes[J]. *J. Korean Phys. Soc.*, 2006, **49**(2):577~584
- 11 Ilya V. Shadrivov, Andrey A. Sukhorukov, Yuri S. Kivshar. Guided modes in negative-refractive-index waveguided[J]. *Phys. Rev. E*, 2003, **67**(5):057602