

文章编号: 0253-2239(2007)11-0174-05

相干贝塞尔光产生具有塔尔博特效应的局域空心光束

吴逢铁 曾夏辉

(华侨大学信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

摘要 提出一种由轴棱锥产生的贝塞尔光干涉整形得到具有自成像塔尔博特效应的近似无衍射局域空心光束的新方法。详细分析了两束相干同频率贝塞尔光的相互作用原理及其如何控制局域空心光束的空间尺寸。数值模拟了干涉叠加后光场沿传输距离变化的光强分布及一个完整周期内光强的演变和局域空心光束的形成过程,给出了相干贝塞尔光产生局域空心光束的个数及局域空心光束最大无衍射距离的表达式。

关键词 物理光学; 相干贝塞尔光; 局域空心光束; 塔尔博特效应; 轴棱锥

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A

Bottle Beam with Talbot Effect Generated by Interfering Bessel Beams

Wu Fengtie Zeng Xiahui

(College of Information Science & Engineering, Huaqiao University, Quanzhou, Fujian 362021, China)

Abstract A novel technique to produce the self-imaging Talbot effect, nearly non-diffracting bottle beams which were interfered by the two Bessel beams generated from the axicons was proposed. The dynamic interaction in two interfering Bessel beams with the same angular frequency and the size control of the bottle beams were analyzed in detail. The light intensity distribution of the superimposed optical field along the propagation distance and the intensity evolution of the bottle beams in a complete period were simulated numerically. The expressions for the bottle beam number generated by the interfering Bessel beams and the non-diffracting distance of the bottle beams were given.

Key words physical optics; interfering Bessel beams; bottle beam; Talbot effect; axicon

1 引 言

近年来将贝塞尔(Bessel)光整形成局域空心光束(bottle beam)非常引人注目。因为它是一道光束沿光传播方向上,有着强度为零的区域,而在此区域外三维空间都围绕着高强度的光,可用作光镊,在光学微操作、纳米科技及其生命科学中有着重要的应用^[1~3]。先前用干涉理论研究贝塞尔光经聚焦透镜整形成局域空心光束的方法^[4],本文提出另一种将贝塞尔光整形成局域空心光束的新方法,即由两束同频率的贝塞尔光干涉形成局域空心光束。

S. Chavez-Cerda 等^[5]曾研究贝塞尔光的干涉问题,具体分析了环缝-透镜产生的两束贝塞尔光的干涉叠加情况,然而由环缝-透镜法效率很低(仅

为 15%),探讨中并不涉及对局域空心光束的研究。本文提出一种新的基于轴棱锥基础上产生的贝塞尔光干涉整形成具有自成像塔尔博特效应的局域空心光束的方法,模拟条件下获得了空间周期(塔尔博特距离)为 6.6 mm,在塔尔博特距离内形成纵向长度为 0.77 mm,最大的径向直径为 28 μm 的局域空心光束,这对微小粒子的捕陷或三维囚禁提供了有力的工具。详细分析了两束相干同频率贝塞尔光的相互作用原理及通过改变轴棱锥底角(轴棱锥锥面与底平面间的夹角)实现对局域空心光束空间尺寸大小的控制。数值模拟了干涉叠加后的光场沿传输距离变化的三维光强及一个完整周期内光强的演变和局域空心光束的形成过程,给出了两束同频率贝塞

收稿日期: 2007-01-16; 收到修改稿日期: 2007-06-15

基金项目: 国家自然科学基金(60477041)和福建省自然科学基金(A0710011, A0410017)资助课题。

作者简介: 吴逢铁(1958—), 男, 福建泉州人, 教授, 博士, 主要从事光束传输与变换及非线性光学方面的研究。

E-mail: ftwu@public.qz.fj.cn

光干涉实际产生局域空心光束的个数及局域空心光束最大无衍射距离的表达式。

2 理论分析及模拟

2.1 两束理想贝塞尔光干涉产生局域空心光束

J. Durnin 等^[7]提出自由空间标量波动方程存在另一组特殊解,它可用第一类零阶贝塞尔函数描述,即无衍射贝塞尔光。这种光波在无源的自由空间传播时,其电场 E 满足标量亥姆霍兹(Helmholtz)波动方程:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \cdot E(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (1)$$

利用柱坐标,在轴对称的情况下,方程(1)解的最终形式为

$$E(\rho, k_r, k_z, z, t) = \exp[i(k_z z - \omega t)] J_0(k_r \rho), \quad (2)$$

式中 k_r 和 k_z 分别为径向和纵向的波矢分量, $k_r^2 + k_z^2 = k^2 = (\omega/c)^2$, k 为波数, c 为光速, ω 为光波的频率, ρ, z 分别表示柱坐标中的径向距离及轴向距离,其中 $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$ 。(2)式描述的光束为理想的贝塞尔光。

若两束同频率而具有不同纵向波矢分量的贝塞尔光进行干涉叠加,其光场分别为

$$E_1(\rho, k_{r1}, k_{z1}, z, t) = \exp[i(k_{z1} z - \omega t + \Phi_1)] J_0(k_{r1} \rho), \quad (3)$$

$$E_2(\rho, k_{r2}, k_{z2}, z, t) = \exp[i(k_{z2} z - \omega t + \Phi_2)] J_0(k_{r2} \rho), \quad (4)$$

则相干叠加后的合场强为

$$I = |E_1(\rho, k_{r1}, k_{z1}, z, t) + E_2(\rho, k_{r2}, k_{z2}, z, t)|^2, \quad (5)$$

其中 Φ_1, Φ_2 是常量,表示光束初相位。

将(3)式、(4)式代入(5)式可得

$$I = J_0^2(k_{r1} \rho) + J_0^2(k_{r2} \rho) + 2J_0(k_{r1} \rho) J_0(k_{r2} \rho) \cos[(k_{z1} - k_{z2})z + \theta], \quad (6)$$

从(6)式中可以看出,相干叠加后的合场强随第三项振荡,其振荡周期(或称塔尔博特距离)为

$$Z_T = \left| \frac{2\pi}{k_{z1} - k_{z2}} \right|, \quad (7)$$

与两相干的贝塞尔光的纵向波矢分量差值有关。式中 $\theta = \Phi_1 - \Phi_2$,也是常量,只影响合场强最大及最小值出现的位置不同,对叠加的合场强整体趋势的变化不造成任何影响。

人们已用不同光学元件实现了贝塞尔光^[7~10],其中用轴棱锥来生成贝塞尔光的实验装置具有简单、转换效率高(高达 100%)^[11]且光损伤阈值大等优点。理论模拟采用了两束相干的同频率理想贝塞尔光是由不同底角的轴棱锥产生的。根据(6)式数值模拟了两束同频率贝塞尔光干涉叠加后沿传输方向上的光强变化。数值模拟选用的参量为: $\theta = 0$, $\gamma_1 = 1^\circ, \gamma_2 = 2^\circ, k_{r1} = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)\gamma_1, k_{r2} = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)\gamma_2$, $\lambda = 632.8 \text{ nm}, k_{z1} = \sqrt{k_1^2 - k_{r1}^2}, k_{z2} = \sqrt{k_2^2 - k_{r2}^2}$,其中 n 和 γ 分别为轴棱锥的折射率和底角,波数 $k_1 = k_2 = 2\pi/\lambda$ 。数值模拟结果示于图 1,是两束同频率贝塞尔光干涉产生的局域空心光束沿传输方向传播 15 个周期的三维光强分布及其灰度等值曲线图。

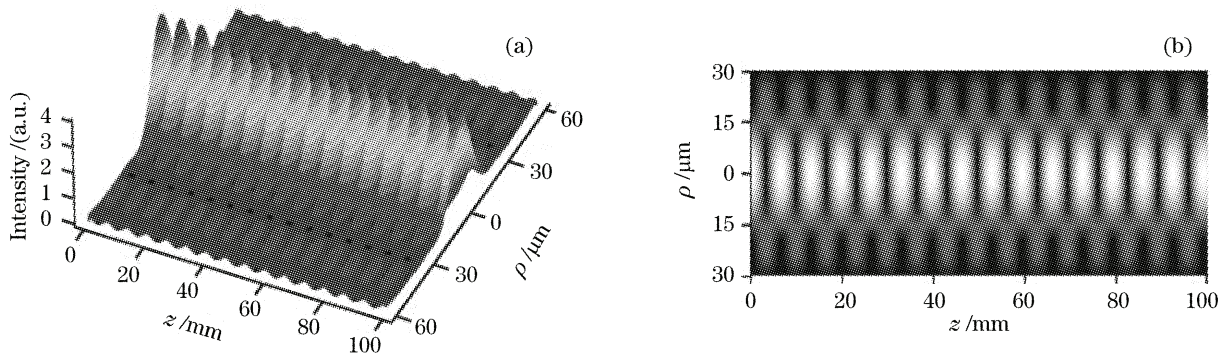


图 1 数值模拟的两束同频率贝塞尔光干涉产生的局域空心光束沿传输方向上的光强分布(a)及其灰度等值曲线(b)图

Fig. 1 Numerical simulated light intensity distribution (a) and the gray-scale contour (b) of the optical bottle beam generated by interfering Bessel beams with the same angular frequency along the propagation direction

由图 1 可以明显地看出贝塞尔光叠加后的光场在传输过程中具有自成像塔尔博特效应。像重建的空间周期取决于 z_T ,由(7)式决定,即依赖于两叠加

的贝塞尔光的纵向波矢分量的差值。由 $k_z = \sqrt{k^2 - k_r^2}$ 这一关系式可以知道通过改变径向波矢分量 k_r 就可以达到控制像重建的空间周期。而由于

k_r 与轴棱锥底角 γ 有如下关系: $k_r = k(n-1)\gamma$, 因此通过改变轴棱锥底角即可达到控制像重建的空间周期及局域空心光束的尺寸。图 2 给出像重建的空间周期与轴棱锥底角的关系 ($\Delta\gamma = \gamma_2 - \gamma_1$)。根据(7)式和上述模拟选用的参量可以计算得出空间周期 $z_T = 6.6 \times 10^{-3}$ m。

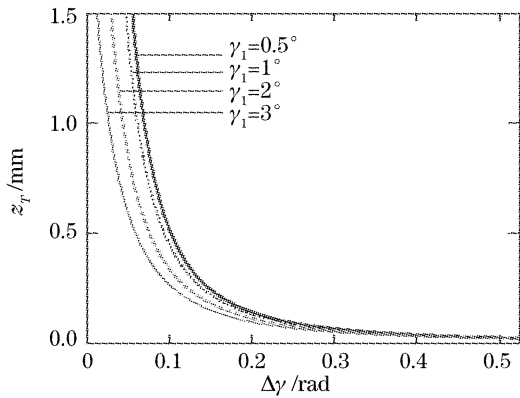


图 2 塔尔博特距离与轴棱锥底角的关系 ($\Delta\gamma = \gamma_2 - \gamma_1$)
Fig. 2 Relation between the Talbot distance and the based angles of axicons ($\Delta\gamma = \gamma_2 - \gamma_1$)

在图 3(a)~图 3(i) 分别给出了在位置为 1 mm, 2 mm, 2.5 mm, 2.9 mm, 3.3 mm, 3.7 mm, 4.1 mm, 4.5 mm 和 7.6 处 z 平面内的光斑图。这个距离覆盖了像重建的一个完整空间周期。其中图 3(d)~图 3(f) 显示了轴上中心光强为零的环状光斑, 处于轴上中心光强不为零的光斑图 3(c) 和图 3(g) 之间。图 3(i) 中所显示的图像恢复成最初的一幅图 3(a) 中所显示的图像, 即完成一个完整空间周期的像重建。为了求出局域空心光束的尺寸(其长度和宽度), 画出一个周期(1~7.6 mm)的光强分布, 图 4(a)、图 4(b) 为轴上光强分布, 其中的横轴代

表轴向距离 z , 纵轴代表相对光强, 相对光强值小于 $1/e^2 \approx 0.135$ 视为零。由光强零值的起点和终点横坐标值可求出局域空心光束的长度为 0.77 mm。在 $z = 3.3$ mm 处给出光强分布图, 如图 4(c), 参照图 1 可得到局域空心光束的最大的径向直径为 $D_{max} = 28 \mu\text{m}$ 。此外, 局域空心光束的空间尺寸(包括局域空心光束的纵向长度以及横向径向距离)可通过改变径向波矢分量来控制, 这得到数值模拟的证实, 如图 2 所示。

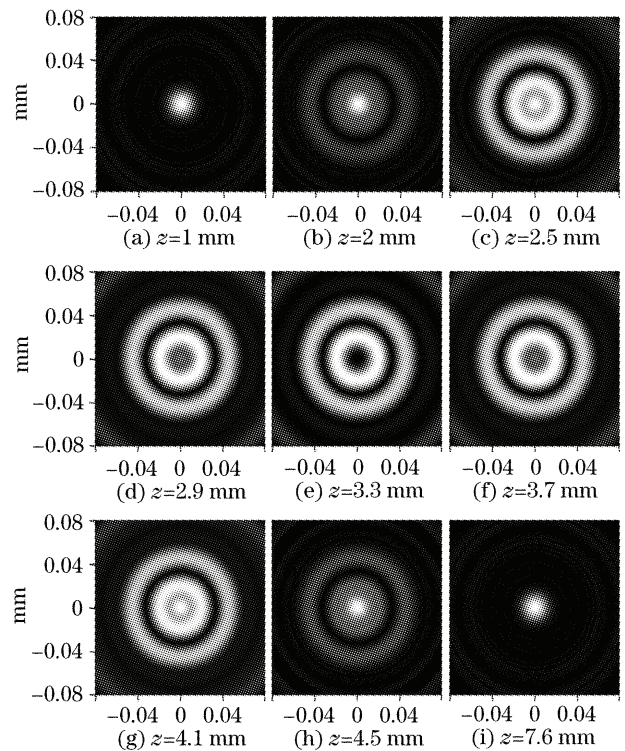


图 3 数值模拟的在一个完整空间周期内不同平面 z 处的光斑图

Fig. 3 Numerical simulated beam patterns on different transverse planes in one complete cycle

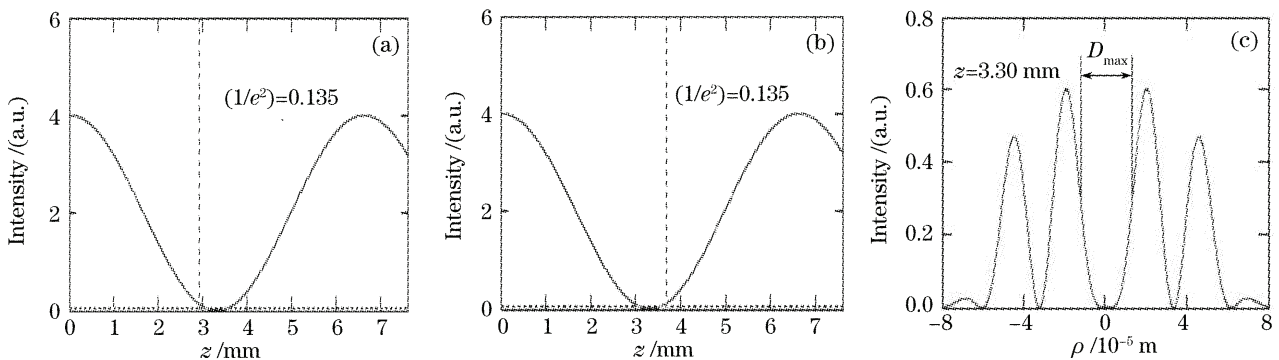


图 4 局域空心光束的起点位置(a), 结束点位置(b), 在 $z = 3.3$ mm 处的最大直径(c)

Fig. 4 Starting point (a), ending point (b), maximal diameter (c) of the bottle beam

2.2 两束近似贝塞尔光干涉产生局域空心光束

由于理想贝塞尔光是平方不可积的, 具有无穷大的能量, 实际上只能产生近似贝塞尔光, 即只在一段比较长的传输距离内(或称最大无衍射距离 z_{max}) 保持无衍射特性。采用如下方程对上述理想贝塞尔光干涉叠

加进行修正：

$$I(\rho, z) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos[(k_{z1} - k_{z2})z + \theta], \quad (8)$$

其中 I_1 和 I_2 分别为两个不同底角的轴棱锥产生的两束近似贝塞尔光,其强度为^[12]

$$I_j(\rho, z) = \left| \frac{\exp[ik(z + \rho^2/2z)]}{i\lambda z} \int_0^R J_0\left(\frac{k\rho r}{z}\right) \exp\left[\frac{ikr^2}{2z} - ik(n-1)\gamma_j r\right] r dr \right|^2, \quad (9)$$

式中 $j = 1$ 或 2 , $k = 2\pi/\lambda$ 是波数, λ 为波长, R 是通过轴棱锥的光束半径, r, ρ 分别为源和场的径向距离, z 是轴向距离, 坐标原点取在轴棱锥的顶点处。利用(9)式数值模拟可得到近似贝塞尔光沿 z 轴传输的光强分布, 如图 5(a), 图 5(b)、图 5(c)分别为 $z=600$ mm 和 $z=900$ mm 处的光斑分布图, 在最大准直距离内基本保持传输的不变(包括中心光斑尺寸和贝塞尔光的环间距)。数值模拟的参量为 $n = 1.458$, $\lambda = 632.8$ nm, $R = 15$ mm, $\gamma = 1^\circ$ 。

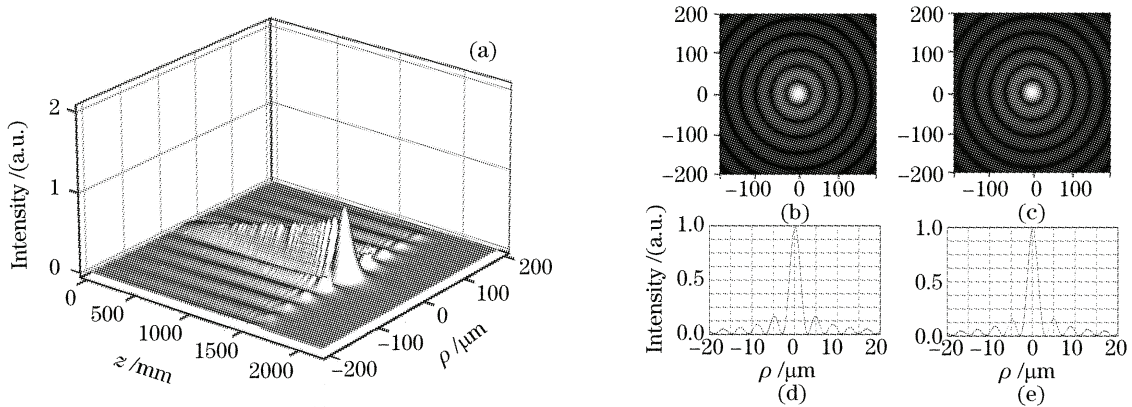


图 5 底角为 1° 的轴棱锥生成的近似贝塞尔光。沿轴传输的光强分布(a), $z=600$ mm 处平面内的光束光斑图(b)及相应横向光强分布(d), $z=900$ mm 处平面内的光束光斑图(c)及相应横向光强分布(e)

Fig. 5 The intensity distributions along the propagation axis (a), the beam pattern (b) and the corresponding transverse intensity distribution (d) in the plane at $z=600$ mm, the beam pattern (c) and the corresponding transverse intensity distribution (e) in the plane at $z=900$ mm generated by the axicon with the based angle 1°

利用(8)式和(9)式数值模拟得到两束近似贝塞尔光相干叠加后轴上中心光强随传输距离的变化, 如图 6 所示。数值模拟的参量为 $n = 1.458$, $\lambda = 632.8$ nm, $R = 15$ mm, $\gamma_1 = 1^\circ$, $\gamma_2 = 2^\circ$, $\theta = 0$, $I_1(0, z)$, $I_2(0, z)$ 分别为两相干近似贝塞尔光的中心光强, $I(0, z)$ 为相干叠加后的中心合场强。其中图 6(b)为相干贝塞尔光图 6(a)中传输距离在 $0.52 \sim 0.53$ m 范围内中心合场强的分布。

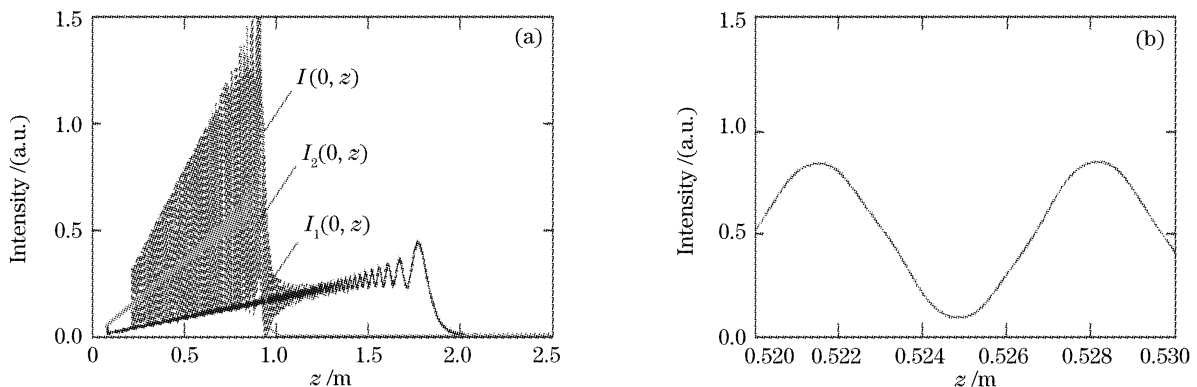


图 6 两束近似贝塞尔光相干后轴上光强随传输距离的变化(a), 传输距离在 $0.52 \sim 0.53$ m 范围内的中心合场强 $I(0, z)$ 变化图(b)

Fig. 6 Variation of on-axis optical intensity of two interference Bessel-like beams with the propagation distance (a), shows the combined optical intensity in distance $0.52 \sim 0.53$ m (b)

3 结果讨论

两束贝塞尔光干涉能获得自成像塔尔博特效应的局域空心光束是缘于(6)式或(8)式中最后一项,即余弦项。它调制光强的变化使得光强沿传输轴作有规则的周期性振荡。而 θ 是常数项,只影响场强最大及最小值出现的位置不同,对叠加的合场强整体趋势的变化不造成任何影响。光强沿传输轴作有规则的周期性振荡只取决于 $(k_{z1} - k_{z2})z$ 。因此,要获得沿传输方向形成自成像塔尔博特效应的光束,则这项因子不为零,即

$$(k_{z1} - k_{z2})z \neq 0 \quad \text{or} \quad k_{z1} \neq k_{z2} \quad \text{or} \quad k_{r1} \neq k_{r2}, \quad (10)$$

当两束相干贝塞尔光的径向波矢或纵向波矢分量满足(10)式的条件时即可产生自成像塔尔博特效应。我们采用两个不同底角的轴棱锥生成的两束同频率贝塞尔光干涉的理论模型满足了上述条件。

两束相干贝塞尔光整形得到的局域空心光束同样具有无衍射特性,这由数值模拟得到证实,即局域空心光束的最大径向和纵向尺寸不随传输距离的改变而变化,只是光强随传输距离发生变化。这一特性同轴棱锥生成的贝塞尔光的情况类似。自成像塔尔博特效应的光学局域空心光束(OBB)的最大无衍射距离可表述为

$$z_{\text{maxOBB}} = \min(z_{\text{max1}}, z_{\text{max2}}), \quad (11)$$

这一结论同样得到数值模拟的证实,见图6(a),式中 $z_{\text{max1,2}}$ 分别为来自不同底角的轴棱锥独立产生的两束贝塞尔光的最大无衍射距离,为

$$z_{\text{max1,2}} = \frac{R}{(n-1)\gamma_{1,2}}, \quad (12)$$

其中 R 为通过轴棱锥的光束半径,可以得出两束相干贝塞尔光整形得到的局域空心光束的个数:

$$N = z_{\text{maxOBB}}/z_T. \quad (13)$$

4 结 论

研究由轴棱锥来产生贝塞尔光和局域空心光束,具有重要的理论和应用价值,其优势在于轴棱锥具有转换效率高、光损伤阈值大。这对研究高功率、

短脉冲的无衍射光特别有意义。最近利用基于轴棱锥的贝塞尔腔已直接获得近似无衍射的贝塞尔-高斯光^[13]。此外,利用多棱锥产生多光束干涉可用于光子晶体的制作^[14]。

参 考 文 献

- 1 David G. Grier. A revolution in optical manipulation [J]. *Nature*, 2003, **424**(6950): 810~816
- 2 M. P. MacDonald, L. Paterson, K. Volke-Sepulveda *et al.*. Creation and manipulation of three-dimensional optically trapped structures[J]. *Science*, 2002, **296**(1101): 1101~1103
- 3 J. Arlt, M. J. Padgett. Generation of a beam with a dark focus surrounded by regions of higher intensity; the optical bottle beam [J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(4): 191~193
- 4 Zeng Xiahui, Wu Fengtie, Liu Lan. The description of bottle beam based on the interferential theory[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(2): 791~797
曾夏辉,吴逢铁,刘 岚. 干涉理论对 bottle beam 的描述[J]. *物理学报*, 2007, **56**(2): 791~797
- 5 Rafael Piestun, Joseph Shamir. Generalized propagation-invariant wave fields[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1998, **15**(12): 3039~3044
- 6 S. Chavez-Cerda, M. A. Meneses-Nava, J. Miguel Hickmann. Interference of traveling nondiffracting beams[J]. *Opt. Lett.*, 1998, **23**(24): 1871~1873
- 7 J. Durnin, J. J. Miceli, J. H. Eberly. Diffractive-free beams [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**(15): 1499~1501
- 8 Jari Turunen, Antti Vasara, Ari T. Friberg. Holographic generation of diffraction-free beams [J]. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(19): 3959~3962
- 9 A. J. Cox, Dean C. Dibble. Nondiffracting beam from a spatially filtered Fabry-Perot resonator[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1992, **9**(2): 282~286
- 10 Jonathan Leach, Graham M. Gibson, Miles J. Padgett *et al.*. Generation of achromatic Bessel beams using a compensated spatial light modulator[J]. *Opt. Exp.*, 2006, **14**(12): 5581~5587
- 11 M. de Angelis, L. Cacciapuoti, G. Pierattini *et al.*. Axially symmetric hollow beams using refractive conical lens[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2003, **39**: 283~291
- 12 Lü Baida. *Laser Optics* [M]. Beijing: High Education Publishing House, 2003. 253
吕百达. *激光光学* [M]. 北京: 高等教育出版社, 2003. 253
- 13 Fengtie Wu, Yunbin Chen, Dongdong Guo. Nanosecond pulsed Bessel-Gauss beam generated directly from a Nd:YAG axicon-based resonator[J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(22): 4943~4948
- 14 Lei Ming, Yao Baoli. Theoretical and experimental studies on multi-beam interference by using pyramid lens[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(5): 757~762
雷 铭,姚保利. 多棱锥镜产生多光束干涉的理论和实验研究 [J]. *光学学报*, 2006, **26**(5): 757~762