

文章编号: 0253-2239(2007)09-1553-5

利用相位差法测量望远镜像差*

李 强^{1,2} 沈忙作¹

(¹ 中国科学院光电技术研究所, 成都 610209)
(² 中国科学院研究生院, 北京 100039)

摘要: 大气湍流引起的动态波前畸变和望远镜的像差是限制望远镜分辨力的主要因素, 如何准确地测量望远镜的像差是进一步提高望远镜分辨能力的关键问题。相位差法利用在焦面和离焦面上同时采集到的短曝光图像, 恢复出瞬时波前相位分布, 然后根据大气湍流的统计特性进行平均, 可以实现对望远镜像差的估计。通过计算机模拟实验, 对利用相位差法恢复光瞳上的波前相位和测量望远镜像差进行了研究。模拟研究结果表明, 利用相位差法能有效地估计出望远镜像差, 估计均方根误差约为 0.08 个波长。

关键词: 应用光学; 相位差法; 望远镜像差; 大气湍流; 扩展目标

中图分类号: O439 文献标识码: A

Measurement of Telescope Aberrations Using Phase-Diversity Method

Li Qiang^{1,2} Shen Mangzuo¹

(¹ *The Institute of Optics and Electronics, the Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209*)
(² *Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039*)

Abstract: Atmospheric turbulence and telescope aberrations all contribute to image degradation with ground-based telescopes. For measuring the telescope aberration with the disturbance of turbulence, a method based on phase diversity has been developed. Many instantaneous wavefront are independently reconstructed from pairs of simultaneously recorded focused and defocused short-exposure images using phase-diversity method. After that, by averaging these reconstructed wavefronts, the telescope aberrations are separated from dynamic wavefront induced by turbulence. The computer simulation of estimation of telescope aberration using phase-diversity method is conducted. The simulation shows phase-diversity method can estimate the telescope aberrations effectively and root-mean-square error is about 0.08 wavelengths.

Key words: applied optics; phase-diversity method; telescope aberration; atmospheric turbulence; extended object

1 引 言

对于地基大型光学望远镜而言,除了大气湍流的影响外,光学元件的加工误差、光学设施的装调误差、望远镜内部温度不均匀和重力变形等因素对望远镜分辨能力的影响也是不可忽略的。在大型光学望远镜的制造过程中,镜面等光学元件的面形加工误差可以使用刀口法和干涉仪等进行测量。完整的望远镜系统在安装到天文台后,还需进一步检测,以

便发现安装和调整上的缺陷,此时主要使用星点法、剪切干涉仪和哈特曼传感器等方法^[1]。星点法依赖于检验人员的经验,无法对装调误差进行定量分析,而剪切干涉仪和哈特曼传感器等方法需要对星观测^[2,3],大气湍流、点目标的照度和不均匀性等因素都会引入严重的检测误差^[4,5]。因此,如何在天文台现场准确地测量望远镜的像差,是进一步提高望远镜分辨能力的关键问题^[6]。

* 国家 863 计划(863-2-7-7-4)资助课题。

作者简介: 李 强(1978—),男,新疆呼图壁人,博士研究生,主要从事应用光学及光电信息处理等方面的研究。

E-mail: lleeqiang@yahoo.com.cn

导师简介: 沈忙作(1942—),男,浙江人,研究员,主要从事光学图像处理与图像识别、空间光学和低温光学等方面的研究。E-mail: mzshen@ioe.ac.cn

收稿日期: 2006-06-01; 收到修改稿日期: 2006-10-17

各方面因素引入的像差都可以归结为对望远镜光瞳上波前相位的调制,只要恢复出光瞳上的波前相位分布,就可以实现对望远镜像差的检测。考虑到面形加工误差、装调误差、重力变形等因素的影响是固定的或缓变的,而大气湍流引起的动态扰动是一个瞬时变化的高斯随机过程,因此利用采集到的大量短曝光图像恢复出不同时刻的瞬时波前分布,然后进行统计平均,就可以估计出望远镜的像差。

本文将在计算机模拟大气湍流、望远镜像差以及望远镜成像系统的基础上,利用相位差法对波前相位进行恢复,然后对望远镜的像差进行估计。

2 基本原理

使用相位差法对光瞳上的波前相位进行恢复,其思想是利用在成像系统的焦面和离焦位置上同时采集的一对图像,恢复出光瞳上的波前相位分布^[7,8],如图1所示。

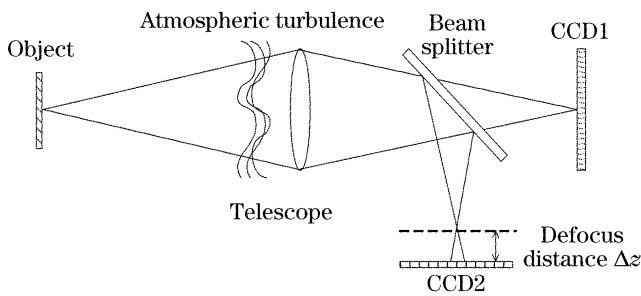


图1 望远镜成像系统和相位差法图像采集过程示意图

Fig. 1 Telescopic optical system and image-collection procedure of phase diversity method

2.1 相位差法的原理

假设入射光为非相干光,由大气和望远镜系统组成的系统为线性空不变系统,因此成像过程可以用目标与成像系统的点扩展函数的卷积表示为

$$i_k(x, y) = o(x, y) * h_k(x, y), \quad (1)$$

式中 $i_k(x, y)$ 表示不同时刻 t 和不同通道 k 上 CCD 采集到的图像, $o(x, y)$ 表示目标, $h_k(x, y)$ 是不同时刻 t 和不同通道 k 的点扩展函数, $t = 1, 2, \dots, T$, $k = 1, 2, \dots, K$, T 表示图像总帧数, K 表示总通道数,一般 $K = 2$ 。

点扩展函数 $h_k(x, y)$ 可以表示为

$$h_k = \left| \mathcal{F}^{-1} \{ p \exp[i(\phi_t + Q_k)] \} \right|^2, \quad (2)$$

式中 $\mathcal{F}^{-1}\{\}$ 表示逆傅里叶变换, p 表示光瞳函数, $\phi_t = \phi(\xi, \eta, t)$ 表示不同时刻大气湍流引入的相位函数, Q_k 表示相位差函数,可以采用任意形式的已知相位分布函数,如离焦、像散和球差等,通常采用最容

易实现的离焦形式,可以表示为

$$\theta_k = c_k(\xi^2 + \eta^2), \quad (3)$$

式中 ξ, η 表示光瞳平面上的归一化坐标,

$$c_1 = 0, \quad c_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\Delta z}{8(F^\#)^2}, \quad (4)$$

λ 为入射光波长, $F^\# = f/D$ 为光圈数, f 为望远镜焦距, D 为望远镜光瞳口径, Δz 为离焦距离。

对(1)式两边进行傅里叶变换,可以得到

$$I_k(f_x, f_y) = O(f_x, f_y) H_k(f_x, f_y), \quad (5)$$

式中 $I_k(f_x, f_y)$ 、 $O(f_x, f_y)$ 分别为 $i_k(x, y)$ 、 $o(x, y)$ 的傅里叶变换, $H_k(f_x, f_y)$ 表示成像系统的光学传递函数。

对(1)式的求解,通常是先确定一个目标函数,然后采用最优化方法使目标函数最小化,从而求出 o 和 ϕ 。在实际的图像采集过程中,不可避免地存在噪声的影响,假设噪声满足高斯分布,并采用离散化的形式,根据最大似然估计理论和帕塞瓦尔(Parseval)定理,经过简化后可以得到目标函数为^[9]:

$$J(\phi) = \frac{1}{2} \left[\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^2 \| I_{tk} \|^2 - \left\| \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^2 I_{tk}^* H_{tk} / \left(\gamma + \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^2 |H_{tk}|^2 \right) \right\|^2 \right], \quad (6)$$

式中 $\|\dots\|$ 表示弗罗贝尼乌斯(Frobenius)范数,其定义为

$$\| A \| = \left(\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} |a_{ij}|^2 \right)^{1/2},$$

N_x, N_y 为采样点数, $*$ 表示取共轭, I_{tk} 表示目标图像的傅里叶变换, H_{tk} 表示成像系统的光学传递函数, γ 表示大于零的正则化参量^[10]。

利用最优化方法对(6)式求解,可以得到波前相位函数 ϕ ,然后可以进一步求出原始目标^[9]:

$$O = \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^2 I_{tk} H_{tk}^* / \left(\gamma + \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^2 |H_{tk}|^2 \right). \quad (7)$$

从(7)式可以看出,相位差法不但可以恢复出波前相位分布,还可以恢复出原始目标,因此相位差法另外一个主要应用领域是盲图像复原。

2.2 望远镜像差的估计原理

利用相位差法可以恢复出望远镜光瞳上的波前相位分布,但是如何将大气湍流引入的动态波前畸变和望远镜像差分离,是准确估计望远镜像差的重要环节。当同时考虑大气湍流和望远镜像差的影响时,光瞳上的波前相位可以表示为

$$\phi(\xi, \eta, t) = \phi_{\text{atm}}(\xi, \eta, t) + \phi_{\text{tel}}(\xi, \eta, t), \quad (8)$$

式中 ϕ 表示总的波前相位分布, ϕ_{atm} 表示大气湍流引入的动态波前相位分布, ϕ_{tel} 表示望远镜的像差。Noll 的研究结果表明, 大气湍流引起的波前相位可以用泽尼克多项式来描述^[11]。因此, 总的波前相位、动态波前相位和望远镜像差分别可以表示为

$$\phi(\xi, \eta, t) = \sum_{j=4}^{\infty} a_j(t) Z_j(\xi, \eta), \quad (9)$$

$$\phi_{\text{atm}}(\xi, \eta, t) = \sum_{j=4}^{\infty} b_j(t) Z_j(\xi, \eta), \quad (9)$$

$$\phi_{\text{tel}}(\xi, \eta, t) = \sum_{j=4}^N c_j(t) Z_j(\xi, \eta), \quad (11)$$

以上三式中, Z_j 为第 j 阶泽尼克多项式的基函数, a_j 、 b_j 为表示 t 时刻总波前相位和动态波前相位的第 j 阶泽尼克多项式的系数, c_j 为表示望远镜像差的第 j 阶系数, 这里采用 Noll 对泽尼克多项式的定义和排序方式^[11]。考虑到表示波前平移的第一阶泽尼克多项式对成像没有影响, 以及相位差法经过图像对准后, 无法准确恢复出表示波前倾斜的第二、三阶泽尼克多项式, 这里 j 从 4 开始取值。

大气湍流引起的动态波前相位是一个满足高斯分布的随机过程^[12], 在不考虑波前平移时其均值为零, 而望远镜像差是固定或缓变的。因此, 我们可以利用不同时刻采集的短曝光像恢复出各个时刻的总波前相位分布, 然后取系综平均, 就可以分离出望远镜如下式的像差:

$$\phi_{\text{tel}}(\xi, \eta) = \langle \phi(\xi, \eta, t) \rangle_t - \langle \phi_{\text{atm}}(\xi, \eta, t) \rangle_t \approx \langle \phi_{\text{atm}}(\xi, \eta, t) \rangle_t, \quad (12)$$

式中 $\langle \dots \rangle_t$ 表示对不同时刻波前相位的系综平均。根据泽尼克多项式的定义, 各阶泽尼克多项式在连续圆形域是正交的^[11], 因此(12)式可以进一步表示为

$$\phi_{\text{tel}}(\xi, \eta) = \sum_{j=4}^N \langle a_j(t) \rangle_t Z_j(\xi, \eta) + \sum_{j=N}^{\infty} \langle a_j(t) \rangle_t Z_j(\xi, \eta). \quad (13)$$

如果大于 N 阶的动态波前相位的系综平均值很小, (13)式右边的第二项可以忽略, 那么由(11)式、(13)式, 望远镜的各阶像差的泽尼克多项式系数可以表示为

$$c_j = \langle a_j(t) \rangle_t, \quad j = 1, \dots, N. \quad (14)$$

在估计出望远镜像差后, 任意 t 时刻的动态波前相位分布可以表示为

$$\phi_{\text{atm}}(\xi, \eta, t) = \phi(\xi, \eta, t) - \phi_{\text{tel}}(\xi, \eta). \quad (15)$$

3 动态波前相位和望远镜像差的模拟

根据 Taylor 假设, 当曝光时间小于 20 ms 时, 大气湍流近似为“冻结的”, 可以用随机相位屏模拟大气湍流引入的波前畸变, 本文使用泽尼克多项式法模拟满足科尔莫戈罗夫(Kolmogorov)谱的大气湍流^[13]。理论上, 大气湍流引起的动态波前相位分布应该用无穷多项泽尼克多项式进行描述, 但是 N. Roddier 的研究结果表明^[13], 在模拟随机相位屏时, 当泽尼克多项式大于 200 项时, 模拟所得相位屏的结构函数就与理论值吻合较好。本文使用 496 项泽尼克多项式进行模拟, 望远镜口径 D 为 1.0 m, 焦距为 20 m, 大气相干长度 r_0 为 0.1 m, 望远镜工作波长 600 nm, 共模拟 1000 幅随机相位屏, 图 2 给出了其中一幅的等高线分布。

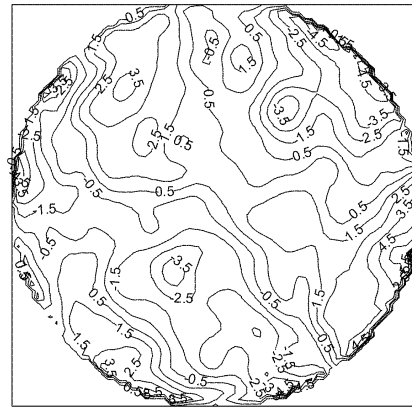


图 2 随机相位屏

Fig. 2 Random phase screen

按照 Noll 的定义^[11], 泽尼克多项式的第 1 项表示波前平移, 第 2、3 项表示倾斜, 第 4~8 和第 11 项包含了离焦、像散、彗差和球差。本文使用前 11 项泽尼克多项式模拟望远镜的像差 ($N=11$), 所得像差的峰谷(PV)值为 2.06λ , 均方根(RMS)值为 0.36λ , 图 3 给出了模拟的望远镜像差的等高线分布。图 4 中分别给出了模拟的原始目标、焦面上的图像和离焦面上的图像, 其中离焦距离为 1.92 mm。

4 恢复结果及分析

我们选择均方根误差(RMSE)作为衡量波前恢复精度的标准, 其定义为

$$n_{\text{RMSE}}(\phi) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} [\phi(i, j) - \phi_0(i, j)]^2 / N_{\text{pupil}}}, \quad (16)$$

式中 ϕ 是估计值, ϕ_0 是真实值, N_{pupil} 是望远镜孔径内的采样点数。在利用相位差法恢复总的波前分布时, 本文使用有限内存拟牛顿法进行优化求解^[10], 选择

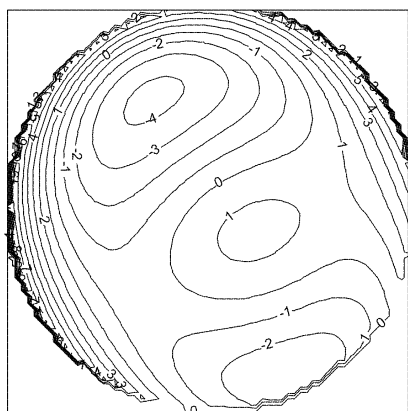


图 3 望远镜像差
Fig. 3 Telescope aberration

均方根误差为 0.26λ 。在估计望远镜像差的过程中,恢复精度是与系综平均帧数有密切关系的。图 5 中给出了望远镜像差的估计值与真实值之间的均方根误差随平均帧数 N_f 变化的曲线。从图 5 中可以看出,随着 N_f 的增加,均方根误差逐渐减小,当 N_f 大于 400 时误差变化趋于平稳。图 6 中给出了 500 帧恢复结果取平均后恢复出的望远镜像差的等高线分布,图 7 给出了望远镜像差估计值和真实值之间的误差等高线分布,图 6 估计值和图 3 真值之间的均方根误差为 0.08λ 。

比较图 6 和图 3 可以看出,利用相位差法可以

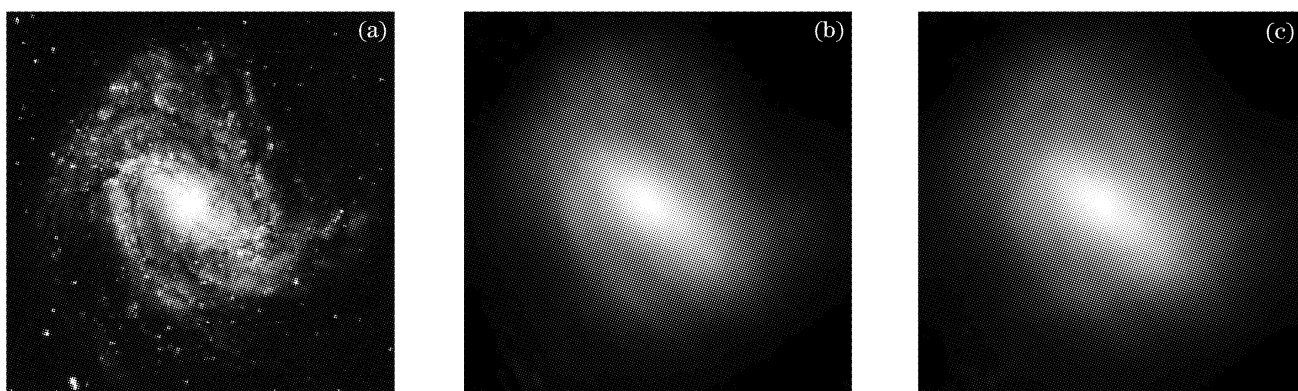


图 4 模拟目标(a)、焦面上(b)和离焦面上(c)的图像
Fig. 4 Simulated object (a), focused (b) and defocused (c) image

相位初始值为 0、正则化参量为 10^{-3} 。如前所述,实际的大气湍流包含很多高频信息,需要用无穷多项泽尼克多项式来描述,但是,实际对成像过程造成影响的主要是低阶模式^[11],因此在保证恢复精度的前提下,为了提高优化过程的收敛性,这里选择泽尼克多项式项数为 21 项。

按照 2.2 节所述的方法,首先利用相位差法对每个时刻的瞬时波前相位进行恢复,恢复结果的平

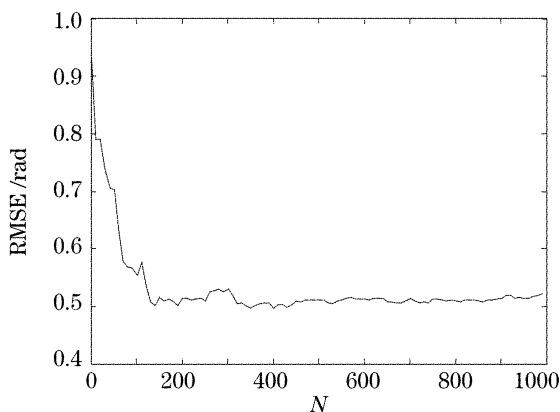


图 5 均方根误差随帧数变化的曲线
Fig. 5 RMSE varies with frame number

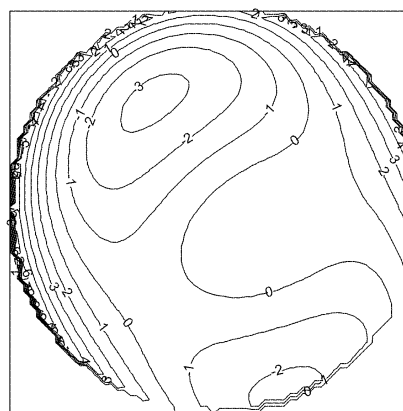


图 6 望远镜像差的估计值
Fig. 6 Estimated telescope aberration

较为准确的估计出望远镜的像差。在估计出望远镜像差后,由(15)式可以计算得到 t 时刻的动态波前相位分布,500 幅动态波前恢复结果的平均均方根误差为 0.24λ 。

在测量出望远镜像差后,通常使用泽尼克多项式拟合对像差的种类作进一步分析。根据(14)式,如果大于 11 阶的动态波前相位的平均值很小,我们可以直接估计出各阶像差的泽尼克多项式系数。表

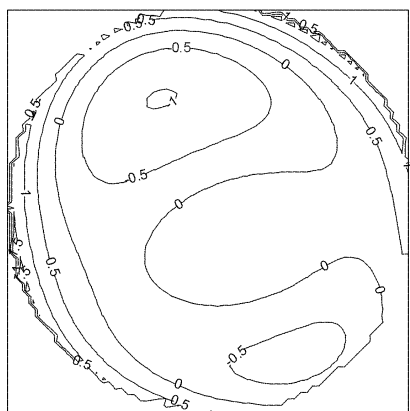
图 7 望远镜像差估计误差 $\phi - \phi_0$

Fig. 7 Estimated error of telescope aberration

1 分别给出了像差的各阶泽尼克多项式系数的真实值和估计值,其中前三阶系数为零。从表 1 可以看出,望远镜像差中大于 11 阶的泽尼克多项式系数的估计值接近于零,因此可以忽略大于 11 阶的部分,直接估计出各阶望远镜像差,这样就避免了通过泽尼克多项式拟合求出各阶像差的大小。表 1 中,泽尼克多项式系数的估计值和真实值之间的误差主要是由于截断误差和泽尼克多项式在离散圆形域不完全正交引起的。

表 1 望远镜像差的各阶泽尼克多项式系数的真实值和估计值之间的比较

Table 1 Comparison of true Zernike coefficients and estimated of telescope aberration

Order j	Ture value	Estimated value	Order j	Ture value	Estimated value
c_4	1.0	0.77	c_{13}	0.0	-0.02
c_5	1.0	0.78	c_{14}	0.0	-0.05
c_6	1.0	0.83	c_{15}	0.0	0.04
c_7	0.8	0.59	c_{16}	0.0	-0.01
c_8	-0.8	-0.66	c_{17}	0.0	0.04
c_9	0.0	0.01	c_{18}	0.0	0.01
c_{10}	0.0	0.02	c_{19}	0.0	-0.01
c_{11}	1.0	0.73	c_{20}	0.0	0.00
c_{12}	0.0	0.05	c_{21}	0.0	0.02

5 结 论

本文在计算机模拟大气湍流和望远镜像差的基础上,使用相位差法对波前相位进行了恢复,并根据大气湍流的统计特性,采用对大量波前恢复结果进行平均的方式估计出望远镜的像差,最后将望远镜的像差和大气湍流引起的动态波前相位分离开来。研究表明,望远镜像差估计值的均方根误差约为 0.08λ 。

相位差法虽然由于算法复杂而不能实时地恢复

出动态波前相位,但是利用采集到的大量短曝光图像,可以实现对望远镜像差的事后估计。与剪切干涉仪和哈特曼传感器等测量方法相比,相位差法估计望远镜像差是与目标无关的,既可以是点目标,也可以是扩展目标,并具有光路简单,易于实现的特点,同时可以克服大气湍流的影响。相位差法可以实现在天文台现场测量望远镜像差,为进一步调整望远镜光学系统和研究重力变形等因素对成像质量的影响提供了基础。

参 考 文 献

- 1 Kan Shanshan, Huang Yu, Wang Shurong. Methodological disquisition of spherical fine metrical precision[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(2): 195~198 (in Chinese)
 阚珊珊,黄煜,王淑荣. 高精度检测球面形的方法研究[J]. *光学学报*, 2005, **25**(2): 195~198
- 2 Pan Junye. The guiding idea in optical inspection[J]. *Optics & Optoelectronic Technology*, 2004, **2**(6): 1~3 (in Chinese)
 潘君骅. 谈谈光学检测的指导思想[J]. *光学与光电技术*, 2004, **2**(6): 1~3
- 3 Rao Changhui, Jiang Wenhan, Ling Ning. Atmospheric parameters measurements for non-Kolmogorov turbulence with Hartmann-Shack wavefront sensor [J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(9): 1201~1207 (in Chinese)
 饶长辉,姜文汉,凌宁. 应用哈特曼-夏克波前传感器测量大气湍流参数[J]. *光学学报*, 2000, **20**(9): 1201~1207
- 4 Li Depei. Alignment and testing of astronomical optical telescope [J]. *Optical Technology*, 1998, **3**(5): 26~30 (in Chinese)
 李德培. 天文望远镜的调校与检测[J]. *光学技术*, 1998, **3**(5): 26~30
- 5 C. Roddier, F. Roddier. Wave-front reconstruction from defocused images and the testing of ground-based optical telescopes[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1993, **10**(11): 2277~2287
- 6 Luo Lin, Liao Sheng, Fan Min *et al.*. Effects of large telescope aberrations on speckle imaging[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(11): 1147~1151 (in Chinese)
 罗林,廖胜,樊敏等. 天文望远镜像差对斑点成像技术的影响[J]. *光学学报*, 2005, **25**(11): 1147~1151
- 7 R. A. Gonsalves, Robert Childlaw. Wavefront sensing by phase retrieval[C]. *Proc. SPIE*, 1979, **207**: 32~39
- 8 R. A. Gonsalves. Phase retrieval and diversity in adaptive optics [J]. *Opt. Engng.*, 1982, **21**(5): 829~832
- 9 C. R. Vogel, Tony Chan, R. Plemmons. Fast algorithm for phase diversity-based blind deconvolution [C]. *Proc. SPIE*, 1998, **3353**: 994~1005
- 10 Xu Chengxian, Chen Zhiping, Li Naicheng. *Modern Optimization Method* [M]. Beijing: Science Press, 2002 (in Chinese)
 徐成贤,陈志平,李乃成. 近代优化方法[M]. 北京: 科学出版社, 2002
- 11 R. J. Noll. Zernike polynomials and atmospheric turbulence[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1976, **66**(3): 207~211
- 12 Zhou Renzhong. *Adaptive Optics Theory* [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1996 (in Chinese)
 周仁忠. 自适应光学理论[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1996
- 13 N. Roddier. Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomials[J]. *Opt. Engng.*, 1990, **29**(10): 1174~1180