

文章编号: 0253-2239(2007)09-1711-8

两个相邻目标对平面波、高斯波束的光散射^{*}

王运华 郭立新 吴振森

(西安电子科技大学理学院, 西安 710071)

摘要: 基于等效原理和互易性定理研究了两个靠近目标对平面波、高斯波束的光散射问题, 给出了这一复合光散射模型的二阶散射结果。通常一阶散射结果容易求解, 但由于耦合效应的复杂性, 很难给出二阶散射结果的解析形式。为了解决这一问题, 应用互易性定理给出了求解任意相邻介质目标二阶散射场的公式, 同时借助等效原理将求解散射场公式中的体积分简化为面积分的形式, 从而降低了求解难度。求解了两相邻球形粒子的复合散射场, 并将求解结果与应用时域积分方程法求得的结果进行了比较。同时, 还讨论了束腰半径、目标位置对散射截面及偏振度的影响。

关键词: 光散射; 互易性定理; 等效原理; 高斯波束

中图分类号: O436.2; O431.1 文献标识码: A

Light Scattering of Plane Wave/Gaussian Beam from Two Adjacent Objects

Wang Yunhua Guo Lixin Wu Zhensen

(School of Science, Xidian University, Xian 710071)

Abstract: Based on the equivalence principle and the reciprocity theorem, the problem of light scattering of plane wave/Gaussian beam from arbitrary two adjacent objects is considered and a solution that accounts for multiple scattering up to second-order is evaluated. In general, the first-order solution can easily be obtained. However, due to the difficulty in formulating the coupled scattering field, it is impossible to find an exact analytical solution for the second-order scattered field. In order to overcome this difficulty, the second-order solution of light scattering of plane wave/Gaussian beam from two adjacent conducting/dielectric objects is derived by employing the reciprocity theorem and this solution is simplified from volume integral to surface integral form by using the equivalence principle. In specific, the composite scattering field from two adjacent spheres is calculated. The bi-static scattering is discussed, and the results are compared with numerical computations based on time-domain integral equation method (TDIEM). Meanwhile, the dependence of the scattering section and the degree of polarization on the beam-waist radius and the locations of the objects are also discussed.

Key words: light scattering; reciprocity theorem; equivalence principle; Gaussian beam

1 引 言

平面波及高斯波束与目标的相互作用是众多学者极为感兴趣的课题, 并已广泛应用于许多领域。近年来, 相关学者对单一球形或柱形粒子的光散射问题在理论和实验上都进行了大量的研究^[1~5]。然而, 当研究离散媒质的光散射时, 单次散射模型^[6~9]不再有效, 尤其对于粒子密度或尺寸较大的情况, 此时必须考虑二阶耦合散射的影响。由于目标之间耦

合散射的复杂性, 故只有极少数情况存在精确解^[10,11], 而对于一般性目标很难求解。为了解决这一问题, 本文应用互易性定理^[12~15]和等效原理^[15]给出了相邻两目标散射场的近似解。在求解公式中只需要知道入射波在单一目标上激发的等效面电流和(或)面磁流及单一目标对入射波的散射场, 这显然降低了求解难度。应用给出的求解公式, 我们求解了两相邻球形粒子的复合光散射问题并与采用时

^{*} 国家自然科学基金(60571058)和西安电子科技大学创新基金资助课题。

作者简介: 王运华(1978—), 男, 山东临清人, 主要从事复杂目标对电磁波、光波的散射特性等方面的研究。

E-mail: wyh78917@yahoo.com.cn

收稿日期: 2006-03-03; 收到修改稿日期: 2006-07-15

域积分方程法得到的结果进行了比较和验证,同时讨论了波束半径、粒子位置等参量对散射截面及偏振度的影响。

2 等效原理、互易性定理在两个靠近目标复合电磁散射中的应用

在求解导体及介质目标电磁(光)散射问题时,可以应用等效面电流源和(或)磁流源^[15,16]来代替目标进行求解,这样可以降低求解问题的难度。面电流源 \mathbf{J} 和面磁流源 \mathbf{M} 都是由于切向电磁场的不连续性产生的,分别定义为

$$\mathbf{J} = \mathbf{n} \times \delta\mathbf{H}, \quad \mathbf{M} = \mathbf{n} \times \delta\mathbf{E}. \quad (1)$$

假设在空间中有两个相互靠近的目标[如图 1(a)所示],设入射波 $\mathbf{E}^i, \mathbf{H}^i$ 入射到目标 1(#1)和目标 2(#2)上(上角标 i 表示入射场)。第一种情况:当目标 2 不存在时,入射波在目标 1 的表面上感生的等效面电流密度和面磁流密度分别为 \mathbf{J}_1 和 \mathbf{M}_1 ,此时由 \mathbf{J}_1 在

空间中激发的电磁场及其目标 2 对这一电磁场的散射场之和记为 \mathbf{E}_{J1} 和 \mathbf{H}_{J1} (下角标 $J1$ 表示由表面电流密度 \mathbf{J}_1 激发的电磁场);由 \mathbf{M}_1 在空间中激发的电磁场及其目标 2 对这一电磁场的散射场之和记为 \mathbf{E}_{m1} 和 \mathbf{H}_{m1} (下角标 $m1$ 表示由表面磁流密度 \mathbf{M}_1 激发的电磁场)。第二种情况:去掉入射波在介质目标 1 上感生的等效面电流和等效面磁流,只保留目标 2[如图 1(b)所示],在远区观察点处有单位点电流源 $\mathbf{J}_e = \mathbf{p}\delta(\mathbf{R}-\mathbf{R}_0)$ 和单位点磁流源 $\mathbf{M}_m = \mathbf{q}\delta(\mathbf{R}-\mathbf{R}_0)$ (下角标 e 和 m 分别表示和单位电流密度和磁流密度有关的量),单位点电流源和磁流源的极化方向 $\mathbf{p}(\mathbf{v}_s$ 或 $\mathbf{h}_s)$ 和 $\mathbf{q}(\mathbf{v}_s$ 或 $\mathbf{h}_s)$ 满足条件: $\mathbf{q} = \mathbf{k}_s \times \mathbf{p}$ (这里下角标 s 表示是散射场有关的量)。单位点电流源 \mathbf{J}_e 在空间中激发的电场和磁场分别为 $\mathbf{E}_{e22}, \mathbf{H}_{e22}$;由单位点磁流源 \mathbf{M}_m 在空间中激发的电场和磁场分别为 $\mathbf{E}_{m22}, \mathbf{H}_{m22}$ 。这里 $\mathbf{E}_{e22}, \mathbf{H}_{e22}, \mathbf{E}_{m22}$ 和 \mathbf{H}_{m22} 都是既包括源的激发场同时也包括目标 2 对激发场的散射场。

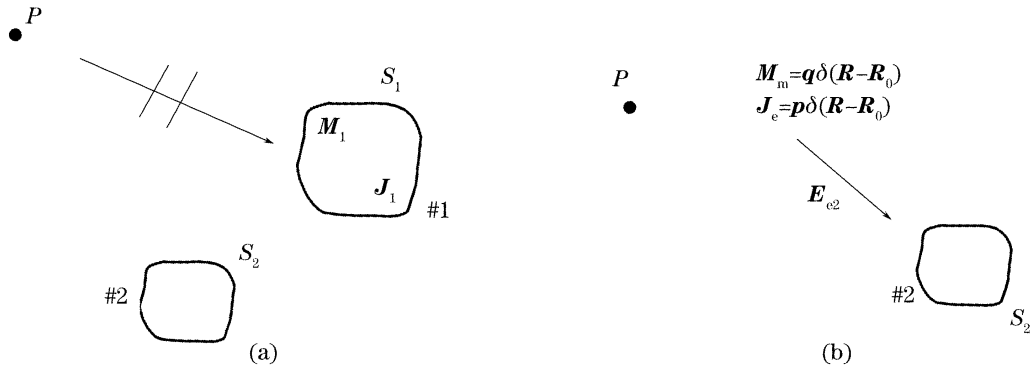


图 1 两相邻目标几何示意图
Fig.1 Geometry of two adjacent objects

这样应用互易性定理^[15]得

$$\int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot (\mathbf{E}_{e22} + \mathbf{E}_{m22}) - \mathbf{J}_2 \cdot (\mathbf{E}_{J1} + \mathbf{E}_{m1}) + \mathbf{M}_m \cdot (\mathbf{H}_{J1} + \mathbf{H}_{m1}) - \mathbf{M}_1 \cdot (\mathbf{H}_{e22} + \mathbf{H}_{m22}) dS = \iint_{S_\infty + S_2} (\mathbf{E}_{J1} + \mathbf{E}_{m1}) \times (\mathbf{H}_{e22} + \mathbf{H}_{m22}) - (\mathbf{E}_{e22} + \mathbf{E}_{m22}) \times (\mathbf{H}_{J1} + \mathbf{H}_{m1}) dS, \quad (2)$$

这里 S_∞ 代表无限远闭合球面。因为在无限远处电磁场存在关系 $(\mathbf{E}_{J1} + \mathbf{E}_{m1}) = -Z_0 \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_{J1} + \mathbf{H}_{m1})$, $(\mathbf{E}_{e22} + \mathbf{E}_{m22}) = -Z_0 \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_{e22} + \mathbf{H}_{m22})$ (Z_0 为自由空间的特征阻抗),所以上式中关于 S_∞ 的积分为零。同时根据互易性定理^[15]关于 S_2 的积分也等于零。这样,(2)式可写为

$$\int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot (\mathbf{E}_{e22} + \mathbf{E}_{m22}) - \mathbf{J}_e \cdot (\mathbf{E}_{J1} + \mathbf{E}_{m1}) + \mathbf{M}_m \cdot (\mathbf{H}_{J1} + \mathbf{H}_{m1}) - \mathbf{M}_1 \cdot (\mathbf{H}_{e22} + \mathbf{H}_{m22}) dS = 0, \quad (3)$$

对于两个理想导体目标而言,(3)式可以写为

$$\int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_{e22} - \mathbf{J}_e \cdot \mathbf{E}_{J1} dS = 0, \quad (4)$$

对于两个理想导磁体目标而言,(3)式可以写为

$$\int_{S_1} \mathbf{M}_m \cdot \mathbf{H}_{m1} - \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{H}_{m22} dS = 0, \quad (5)$$

对于两个相邻介质目标而言,由(3)式、(4)式和(5)式可得

$$\int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_{e22} - \mathbf{J}_e \cdot \mathbf{E}_{J1} dS = 0, \quad (6)$$

$$\int_{S_1} \mathbf{M}_m \cdot \mathbf{H}_{m1} - \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{H}_{m22} dS = 0, \quad (7)$$

$$\int_{S_1} \mathbf{J}_1 \mathbf{E}_{m22} - \mathbf{J}_e \cdot \mathbf{E}_{m1} + \mathbf{M}_m \cdot \mathbf{H}_{J1} - \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{H}_{e22} dS = 0, \quad (8)$$

因为 \mathbf{J}_e 和 \mathbf{M}_m 是单位点源,(6)式~(8)式可以写为

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{J1} = \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_{e22} dS, \quad (9)$$

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{H}_{m1} = \int_{S_1} \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{H}_{m22} dS, \quad (10)$$

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{m1} - \mathbf{q} \cdot \mathbf{H}_{J1} = \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_{m22} - \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{H}_{e22} dS, \quad (11)$$

同理可求得

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{J2} = \int_{S_1} \mathbf{J}_2 \cdot \mathbf{E}_{e11} dS, \quad (12)$$

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{H}_{m2} = \int_{S_1} \mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{H}_{m11} dS, \quad (13)$$

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{m2} - \mathbf{q} \cdot \mathbf{H}_{J2} = \int_{S_1} \mathbf{J}_2 \cdot \mathbf{E}_{m11} - \mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{H}_{e11} dS, \quad (14)$$

根据两相邻目标的材料属性,可分为下面九种情况进行求解:

1) 当研究两个理想导体目标的复合散射时,可以应用(9)和(12)两式求得散射场为 $\mathbf{E}_{J1} + \mathbf{E}_{J2}$;

2) 当研究两个理想导磁体目标的复合散射时,可以应用(10)和(13)两式求得散射场为 $\mathbf{E}_{m1} + \mathbf{E}_{m2}$;

3) 当目标 1 为理想导体而目标 2 为理想导磁体时,可以应用(9)和(13)两式求得散射场为 $\mathbf{E}_{J1} + \mathbf{E}_{m2}$;

4) 当目标 1 为理想导磁体而目标 2 为理想导体时,可以应用(10)和(12)两式求得散射场为 $\mathbf{E}_{m1} + \mathbf{E}_{J2}$;

5) 当目标 1 为理想导体而目标 2 为介质目标时,可以应用(9)、(12)和(13)三式求得散射场为 $\mathbf{E}_{J1} + \mathbf{E}_{J2} + \mathbf{E}_{m2}$;

6) 当目标 1 为介质而目标 2 为理想导体时,可以应用(9)、(10)和(12)三式求得散射场为 $\mathbf{E}_{J1} + \mathbf{E}_{m1} + \mathbf{E}_{J2}$;

7) 当目标 1 为理想导磁体而目标 2 为介质时,可以应用(10)式、(12)式和(13)式三式求得散射场为 $\mathbf{E}_{J1} + \mathbf{E}_{J2} + \mathbf{E}_{m2}$;

8) 当目标 1 为介质目标 2 为理想导磁体时,可以应用(9)式、(10)式和(13)式三式求得散射场为 $\mathbf{E}_{J1} + \mathbf{E}_{m1} + \mathbf{E}_{m2}$;

9) 当两个目标介质目标都为介质时,可应用(9)式、(10)式、(12)式和(13)式求得散射场为 $\mathbf{E}_{J1} + \mathbf{E}_{m1} + \mathbf{E}_{J2} + \mathbf{E}_{m2}$ 。

这里有 $\mathbf{E}_{m1} = -Z_0 \mathbf{k}_s \times \mathbf{H}_{m1}$, $\mathbf{E}_{m2} = -Z_0 \mathbf{k}_s \times \mathbf{H}_{m2}$ 。以上应用等效原理和互易性定理推导了两个靠近目标复合电磁(光)散射的求解公式,当目标均为理想导体时,所得(9)式和(12)式与文献[12]中的(2)式和(3)式是一致的。

3 两个相邻介质球形粒子对平面波、高斯波束的光散射

以上应用等效原理、互易性定理给出了求解两个相邻目标复合电磁(光)散射的公式,对于任意形状的两个相邻目标的复合电磁(光)散射问题都可以应用上面的公式求解,在此我们将应用上面给出的公式求解相邻两个球形目标的光散射问题,如图 2 所示。设两球形目标半径及之间的距离满足下面的关系:

$$\frac{2a_1^2}{\lambda} < R, \quad \frac{2a_2^2}{\lambda} < R, \quad (15)$$

这里 λ 为入射光波波长, a_1 和 a_2 分别为圆球 #1 和 #2 的半径。设一高斯波束沿轴正方向照射到两个球形目标上。如图 2 所示,高斯波束的束腰半径为 W_0 ,如果忽略时谐因子 $\exp(-i\omega t)$,那么,入射高斯波束 $z = 0$ 在平面内电场的横向分量为^[5]

$$E_{h,r}(x, y, 0) = E_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{W_0^2}\right), \quad (16)$$

这里 E_0 是入射波束的电场振幅,在下面讨论中, E_0

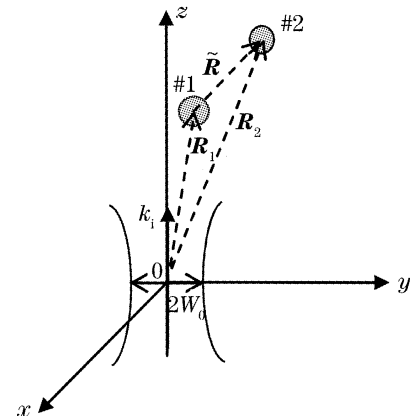


图 2 散射模型几何坐标示意图

Fig. 2 Geometry and coordinates of the scattering model

取为 1。 \mathbf{h} 代表电场极化方向为 \mathbf{x} 方向(TM 波), \mathbf{v} 代表电场极化方向为 \mathbf{y} 方向(TE 波)。

下面我们应用第二部分给出的公式求解高斯波束入射时相邻介质球形粒子的散射场。

在(9)式、(10)式中,因为分别是指单位点电流源、磁流源直接激发的远区电场和磁场及圆球#2对这一电场、磁场的散射场之和,这样(9)式和(10)式又可以写为下面分开的形式:

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{J1} = \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_{e22} dS = \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot (\mathbf{E}_{ed} + \mathbf{E}_{e2s}) dS = \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_{ed} dS + \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_{e2s} dS = \mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{J1d}^s + \mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{J12s}^s, \quad (17)$$

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{H}_{m1} = \int_{S_1} \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{H}_{m22} dS = \int_{S_1} \mathbf{M}_1 \cdot (\mathbf{H}_{md} + \mathbf{H}_{m2s}) dS = \int_{S_1} \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{H}_{md} dS + \int_{S_1} \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{H}_{m2s} dS = \mathbf{q} \cdot \mathbf{H}_{m1d}^s + \mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{J12s}^s, \quad (18)$$

这里 \mathbf{E}_{ed} 和 \mathbf{H}_{md} 分别是单位点电流源 $\mathbf{J}_e = \mathbf{p}\delta(\mathbf{R}-\mathbf{R}_0)$ 和磁流源 $\mathbf{M}_m = \mathbf{q}\delta(\mathbf{R}-\mathbf{R}_0)$ 直接激发的电场和磁场; \mathbf{E}_{e2s} 和 \mathbf{H}_{m2s} 分别是粒子#2对 \mathbf{E}_{ed} 和 \mathbf{H}_{md} 的散射场。设观测点 \mathbf{R}_0 是在远区,那么 \mathbf{E}_{ed} 和 \mathbf{H}_{md} 可写为^[12,17]

$$\mathbf{E}_{ed}(\mathbf{R}_0) = \frac{-ik_0 Z_0}{4\pi R_0} \exp(ik_0 R_0) \exp(-i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}) \mathbf{k}_s \times \mathbf{k}_s \times \mathbf{p}, \quad (19)$$

$$\mathbf{H}_{ed}(\mathbf{R}_0) = \frac{-ik_0 Y_0}{4\pi R_0} \exp(ik_0 R_0) \exp(-i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}) \mathbf{k}_s \times \mathbf{k}_s \times \mathbf{q}, \quad (20)$$

这里 \mathbf{k}_s 是散射光波的传播方向, $Z_0 = 1/Y_0$ 是自由空间中的特征阻抗。根据等效原理,假设入射光波在圆球1上激发的等效面电流和面磁流分别为 \mathbf{J}_1 和 \mathbf{M}_1 , 这样应用(17)式、(18)式,可以得到

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{J1d}^s = \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_{ed} dS, \quad (21)$$

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{H}_{m1d}^s = \int_{S_1} \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{H}_{md} dS, \quad (22)$$

将(19)式、(20)式分别代入(21)式、(22)式并应用 Stratton-Thu 公式^[15]可求得圆球#1对高斯波束的一次散射场为

$$\begin{aligned} \mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{1s}^s(\mathbf{R}) &= \mathbf{p} \cdot (\mathbf{E}_{J1d}^s + \mathbf{E}_{m1d}^s) = \\ &= \frac{\exp(ik_0 R_0)}{4\pi k_0 R_0} \exp(-i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}_1) k_0^2 \mathbf{p} \cdot [iZ_0 \mathbf{k}_s \times \mathbf{k}_s \times \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \exp(-i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}') dS' - i\mathbf{k}_s \times \int_{S_1} \mathbf{M}_1 \times \exp(-i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}') dS'] = \\ &= \frac{\exp(ik_0 R_0)}{R_0} \exp(-i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}_1 + i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{R}_1) \mathbf{p} \cdot \overline{\mathbf{S}}_1^s(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s), \end{aligned} \quad (23)$$

(23)中用到了关系 $\mathbf{E}_{m1d}^s = -Z_0 \mathbf{k}_s \times \mathbf{H}_{m1d}^s$, $\overline{\mathbf{S}}_1^s(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s)$ 是高斯波束入射时球形粒子#1的双站散射振幅矢量

$$\overline{\mathbf{S}}_1^s = (\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s = \frac{i}{k} [SS_1(\theta, \varphi) \boldsymbol{\varphi} + SS_2(\theta, \varphi) \boldsymbol{\theta}], \quad (24)$$

对于 TM 波入射的情况,在(24)式中 $SS_1(\theta, \varphi)$ 和 $SS_2(\theta, \varphi)$ 可以写为^[2]

$$SS_1(\theta, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{2n+1}{n(n+1)} [i a_{nm} \tau_n^{|m|}(\cos \theta) - b_{nm} \tau_n^{|m|}(\cos \theta)] \exp(im\varphi), \quad (24a)$$

$$SS_2(\theta, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_{nm} \tau_n^{|m|}(\cos \theta) + i b_{nm} \tau_n^{|m|}(\cos \theta)] \exp(im\varphi), \quad (24b)$$

对于 TE 波入射的情况,在(24)式中 $SS_1(\theta, \varphi)$ 和 $SS_2(\theta, \varphi)$ 可以写为

$$SS_1(\theta, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{2n+1}{n(n+1)} [i a_{nm} \tau_n^{|m|}(\cos \theta) - b_{nm} \tau_n^{|m|}(\cos \theta)] \exp[im(\varphi - \pi)], \quad (24c)$$

$$SS_2(\theta, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_{nm} \tau_n^{|m|}(\cos \theta) + i b_{nm} \tau_n^{|m|}(\cos \theta)] \exp[im(\varphi - \pi/2)], \quad (24d)$$

在(24a)式~(24d)式中, $a_{nm} = g_{n, TM}^m a_n^p$, $b_{nm} = g_{n, TE}^m b_n^p$, 这里 $g_{n, TM}^m$ 和 $g_{n, TE}^m$ 是波束因子^[3,18], a_n^p 、 b_n^p 是平面波入射时的散射系数^[2]。同理,我们可以求得高斯波束入射时球形粒子#2的一次散射场为

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{2s}^s(\mathbf{R}) = \frac{\exp(ik_0 R_0)}{R_0} \exp(-i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}_2 + i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{R}_2) \mathbf{p} \cdot \overline{\mathbf{S}}_2^s(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s), \quad (25)$$

这里, $\overline{\overline{\mathbf{S}}}_{\frac{z}{2}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s)$ 是高斯波束入射时球形粒子 #2 的双站散射振幅矢量, 它和 $\overline{\overline{\mathbf{S}}}_{\frac{z}{2}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s)$ 有相同的形式。

这样应用(23)式和(25)式可求得相邻两球形粒子的一阶复合散射场。

下面我们求解两个球形粒子之间的二次耦合散射场。当观测点在远区时, \mathbf{E}_{ed} 和 \mathbf{H}_{md} 可近似看成沿 $-\mathbf{k}_s$ 方向传播的平面波, 因此在(17)式和(18)式中, \mathbf{E}_{e2s} 和 \mathbf{H}_{m2s} 可写为

$$\mathbf{E}_{e2s}(\mathbf{R}) = \frac{-ik_0 Z_0}{4\pi} \frac{\exp(ik_0 R_0)}{R_0} \exp(-ik_0 \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}) \frac{\exp(ik_0 R')}{R'} \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{e2s}(-\mathbf{k}_s, \mathbf{R}'), \quad (26)$$

$$\mathbf{H}_{m2s}(\mathbf{R}) = \frac{-ik_0 Y_0}{4\pi} \frac{\exp(ik_0 R_0)}{R_0} \exp(-ik_0 \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}) \frac{\exp(ik_0 R')}{R'} \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{m2s}(-\mathbf{k}_s, \mathbf{R}'), \quad (27)$$

这里 $\overline{\overline{\mathbf{S}}}_{e2s}(-\mathbf{k}_s, \mathbf{R}')$ 和 $\overline{\overline{\mathbf{S}}}_{m2s}(-\mathbf{k}_s, \mathbf{R}')$ 是平面波入射时球形粒子 #2 对电场和磁场的散射振幅矢量因子^[19], R' 是球心到 \mathbf{R} 的距离即 $R' = |\mathbf{R} - \mathbf{R}_2|$, $\mathbf{R}' = (\mathbf{R} - \mathbf{R}_2) / |\mathbf{R} - \mathbf{R}_2|$ 。这样, 由(17)式和(18)式得

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{j12s}^s(\mathbf{R}) = \frac{-ik_0 Z_0}{4\pi} \frac{\exp(ik_0 R_0)}{R_0} \exp(-ik_0 \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}) \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot \frac{\exp(ik_0 R')}{R'} \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{e2s}(-\mathbf{k}_s, \mathbf{R}') dS, \quad (28)$$

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{H}_{m12s}^s(\mathbf{R}) = \frac{-ik_0 Y_0}{4\pi} \frac{\exp(ik_0 R_0)}{R_0} \exp(-ik_0 \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}) \int_{S_1} \mathbf{M}_1 \cdot \frac{\exp(ik_0 R')}{R'} \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{m2s}(-\mathbf{k}_s, \mathbf{R}') dS, \quad (29)$$

应用(15)式所给的条件, (28)式和(29)式可以解析求解。在(28)式和(29)式中注意到 \mathbf{R} 是球形粒子 #1 表面上点的位置矢量, 这样就有 $|\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}| \approx |\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1|$, 因此

$$\mathbf{R}' = \frac{\mathbf{R} - \mathbf{R}_2}{|\mathbf{R} - \mathbf{R}_2|} \approx \frac{\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2}{|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2|} = -\tilde{\mathbf{R}}, \quad (30)$$

应用(30)式, 在(28)式和(29)式中 $\overline{\overline{\mathbf{S}}}_{e2s}(-\mathbf{k}_s, \mathbf{R}')$ 和 $\overline{\overline{\mathbf{S}}}_{m2s}(-\mathbf{k}_s, \mathbf{R}')$ 不再是积分变量的函数。因此这两个积分可写为

$$\begin{aligned} \mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{j12s}^s &= \frac{-ik_0 Z_0}{4\pi} \frac{\exp(ik_0 R_0)}{R_0} \exp(-ik_0 \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}_2) \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{e2s}(-\mathbf{k}_s, -\tilde{\mathbf{R}}) \cdot \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot \frac{\exp(ik_0 R')}{R'} dS = \\ & \frac{-ik_0 Z_0}{4\pi} \frac{\exp(ik_0 R_0)}{R_0} \exp(-ik_0 \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}_2) \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{e2s}(-\mathbf{k}_s, -\tilde{\mathbf{R}}) \cdot \left[\tilde{\mathbf{R}} \times \tilde{\mathbf{R}} \times \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot \frac{\exp(ik_0 R')}{R'} dS \right], \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{q} \cdot \mathbf{H}_{m12s}^s &= \frac{-ik_0 Y_0}{4\pi} \frac{\exp(ik_0 R_0)}{R_0} \exp(-ik_0 \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}_2) \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{m2s}(-\mathbf{k}_s, -\tilde{\mathbf{R}}) \cdot \int_{S_1} \mathbf{M}_1 \cdot \frac{\exp(ik_0 R')}{R'} dS = \\ & \frac{-ik_0 Y_0}{4\pi} \frac{\exp(ik_0 R_0)}{R_0} \exp(-ik_0 \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}_2) [-\tilde{\mathbf{R}} \times \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{m2s}(-\mathbf{k}_s, -\tilde{\mathbf{R}})] \cdot \left[\tilde{\mathbf{R}} \times \tilde{\mathbf{R}} \times \int_{S_1} \mathbf{M}_1 \cdot \frac{\exp(ik_0 R')}{R'} dS \right] = \\ & \frac{-ik_0 Y_0}{4\pi} \frac{\exp(ik_0 R_0)}{R_0} \exp(-ik_0 \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}_2) \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{e2s}(-\mathbf{k}_s, -\tilde{\mathbf{R}}) \cdot \left[\tilde{\mathbf{R}} \times \int_{S_1} \mathbf{M}_1 \cdot \frac{\exp(ik_0 R')}{R'} dS \right], \end{aligned} \quad (32)$$

应用(31)式、(32)式, 我们可以求得球形粒子 #2 的二次耦合散射场为

$$\begin{aligned} \mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{i2s}^s &= \mathbf{p} \cdot (\mathbf{E}_{j12s}^s + \mathbf{E}_{m12s}^s) = k_0^2 \frac{\exp(ik_0 R_0)}{R_0} \exp(-ik_0 \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}_2) \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{e2s}(-\mathbf{k}_s, -\tilde{\mathbf{R}}) \cdot \\ & \left\{ \left[\tilde{\mathbf{R}} \times \tilde{\mathbf{R}} \times \int_{S_1} \frac{iZ_0}{4k_0 \pi} \mathbf{J}_1 \cdot \frac{\exp(ik_0 R')}{R'} dS \right] - Z_0 \left[\tilde{\mathbf{R}} \times \int_{S_1} \frac{iY_0}{4k_0 \pi} \mathbf{M}_1 \cdot \frac{\exp(ik_0 R')}{R'} dS \right] \right\} = \\ & k_0^2 \frac{\exp(ik_0 R_0)}{R_0} \exp(-ik_0 \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}_2) \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{e2s}(-\mathbf{k}_s, -\tilde{\mathbf{R}}) \cdot \\ & \left\{ \left[\tilde{\mathbf{R}} \times \tilde{\mathbf{R}} \times \int_{S_1} \frac{iZ_0}{4k_0 \pi} \mathbf{J}_1 \cdot \frac{\exp(ik_0 R')}{R'} dS \right] - Z_0 \left[\tilde{\mathbf{R}} \times \int_{S_1} \frac{iY_0}{4k_0 \pi} \mathbf{M}_1 \cdot \frac{\exp(ik_0 R')}{R'} dS \right] \right\} = \\ & \frac{\exp(ik_0 R_0)}{R_0} \exp[-ik_0 (\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}_2 - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{R}_1)] \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{e2s}(-\mathbf{k}_s, -\tilde{\mathbf{R}}) \cdot \frac{\exp(ik_0 |\tilde{\mathbf{R}}|)}{|\tilde{\mathbf{R}}|} \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{\text{els}}(\mathbf{k}_i, \tilde{\mathbf{R}}), \end{aligned} \quad (33)$$

这里 $\overline{\mathbf{S}}_{\text{cls}}^{\text{p}}(-\mathbf{k}_s, \widetilde{\mathbf{R}})$ 是平面波入射时球形粒子 #2 的双站散射振幅矢量, $\overline{\mathbf{S}}_{\text{cls}}^{\text{g}}(\mathbf{k}_i, \widetilde{\mathbf{R}})$ 是平面波入射时球形粒子 #1 的双站散射振幅矢量。同时, 在 (33) 式的求解过程中应用了关系 $\mathbf{E}_{\text{m}12\text{s}}^{\text{s}} = -Z_0 \mathbf{k}_s \times \mathbf{H}_{\text{m}12\text{s}}^{\text{s}}$ 及 Stratton-Chu 公式。

同理, 可以求得球形粒子 #1 的二次耦合散射场为

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{21\text{s}}^{\text{s}} = \frac{\exp(ik_0 R_0)}{R_0} \exp[-ik_0(\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{R}_1 - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{R}_2)] \overline{\mathbf{S}}_{\text{cls}}^{\text{p}}(-\mathbf{k}_s, \widetilde{\mathbf{R}}) \cdot \frac{\exp(ik_0 |\widetilde{\mathbf{R}}|)}{|\widetilde{\mathbf{R}}|} \overline{\mathbf{S}}_{\text{cls}}^{\text{g}}(\mathbf{k}_i, \widetilde{\mathbf{R}}), \quad (34)$$

这里 $\overline{\mathbf{S}}_{\text{cls}}^{\text{p}}(-\mathbf{k}_s, \widetilde{\mathbf{R}})$ 是平面波入射时球形粒子 #1 的双站散射振幅矢量, $\overline{\mathbf{S}}_{\text{cls}}^{\text{g}}(\mathbf{k}_i, \widetilde{\mathbf{R}})$ 是平面波入射时球形粒子 #2 的双站散射振幅矢量。

根据上面的求解, 可以求得相邻球形粒子的二阶复合散射场为 $(\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{1\text{s}}^{\text{s}} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{2\text{s}}^{\text{s}} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{12\text{s}}^{\text{s}} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{21\text{s}}^{\text{s}})$ 。在 (23) 式、(25) 式、(34) 式和 (35) 式中, 将平面波入射时的散射振幅因子替换为平面波入射时的矢量散射振幅因子就可以得到平面波入射时相邻球形粒子的二阶复合散射场。

在本文中定义 TM(\mathbf{h}) 波和 TE(\mathbf{v}) 波入射时, 两相邻球形粒子复合散射截面为

$$\begin{cases} \sigma_h = 4\pi[(S_1^{\text{hh}} + S_2^{\text{hh}} + S_{12}^{\text{hh}} + S_{21}^{\text{hh}})^2 + (S_1^{\text{hv}} + S_2^{\text{hv}} + S_{12}^{\text{hv}} + S_{21}^{\text{hv}})^2], \\ \sigma_v = 4\pi[(S_1^{\text{vv}} + S_2^{\text{vv}} + S_{12}^{\text{vv}} + S_{21}^{\text{vv}})^2 + (S_1^{\text{vh}} + S_2^{\text{vh}} + S_{12}^{\text{vh}} + S_{21}^{\text{vh}})^2], \end{cases} \quad (35)$$

偏振度定义为

$$n_{\text{pol}} = \frac{\sigma_h - \sigma_v}{\sigma_h + \sigma_v}. \quad (36)$$

4 数值结果

图 3 给出了应用本文方法求得的两相邻导体球形粒子的归一化光散射截面与数值方法结果的比较, 其中, 小金属球形粒子 #1 和球形粒子 #2 的半径分别为 $0.0422 \mu\text{m}$ 和 $0.0738 \mu\text{m}$, 粒子 #1 的球心位于原点, 粒子 #2 的球心位于 $(x_2, y_2, z_2) = (0.1055 \mu\text{m}, 0.2640 \mu\text{m}, 0.1055 \mu\text{m})$, 入射光波长为 $0.6328 \mu\text{m}$, 极化方向为 \mathbf{h} (电场为 \mathbf{v} 极化方向)。图 4 中给出了应用本文方法求得的两相邻导体

球形粒子的散射截面和数值方法结果的比较, 其中, 小金属球形粒子 #1 的球心位于原点, 粒子 #2 的球心位于 $(x_2, y_2, z_2) = (0 \mu\text{m}, 0.4220 \mu\text{m}, 0.3164 \mu\text{m})$, 半径分别为 $0.0844 \mu\text{m}$ 和 $0.1476 \mu\text{m}$, 球形粒子的相对介电常量 $\epsilon_r = 10.0$, 其他参量同图 3。由于我们现有积分方程法的程序包只能计算目标对平面波的散射, 因此图 3 和图 4 中只给出了平面波入射时本文方法和数值方法结果的比较。图中, 通过和时域积分方程法结果的比较, 可以看出考虑二次散射时的二阶散射场的结果和数值方法结果吻合的更好, 因此, 在研究两相邻目标的光散射时, 应当考虑目标之间的二次耦合散射对复合散射场的影响。同时, 这也证明了本文方法的有效性。

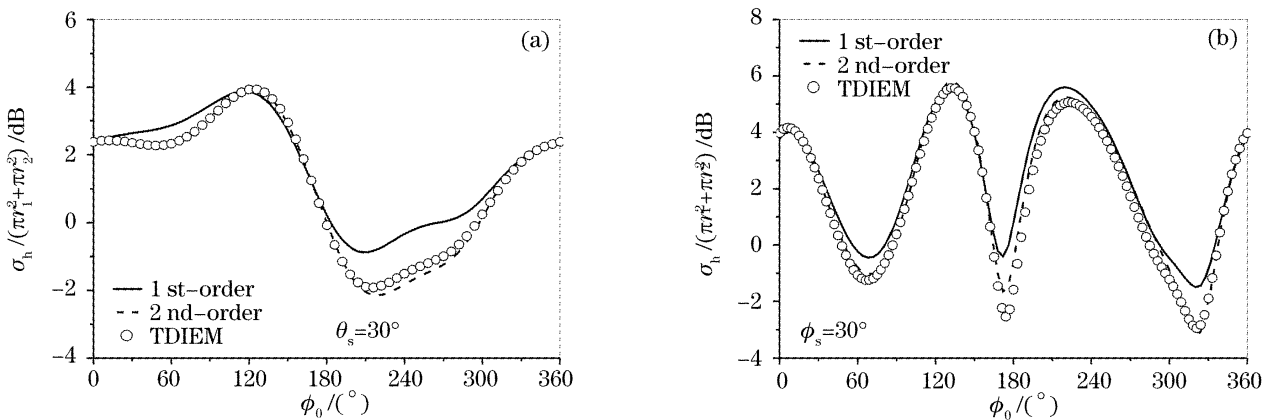


Fig. 3 两相邻导体球形粒子散射截面的角分布

Fig. 3 Angular distribution of scattering section by two adjacent conducting spheres

下面我们研究了大气中微小冰水混合物粒子对高斯波束的散射。

图 5 和图 6 分别给出了散射截面随散射角和散射方位角的分布, 取冰的半径 $r_1 = 1.5 \mu\text{m}$, 水的半

径 $r_2 = 1.75 \mu\text{m}$, 入射光波长为 $\lambda = 0.5893 \mu\text{m}$ (钠光的 D 线); 设粒子 #1 位于原点, 粒子 #2 的球心位于 $(x_2, y_2, z_2) = (2.5 \mu\text{m}, 6.5 \mu\text{m}, 0 \mu\text{m})$; 在 $15 \text{ }^\circ\text{C}$ 气温下, 冰和水的折射率分别为 $(1.310, 0.005)$ 和

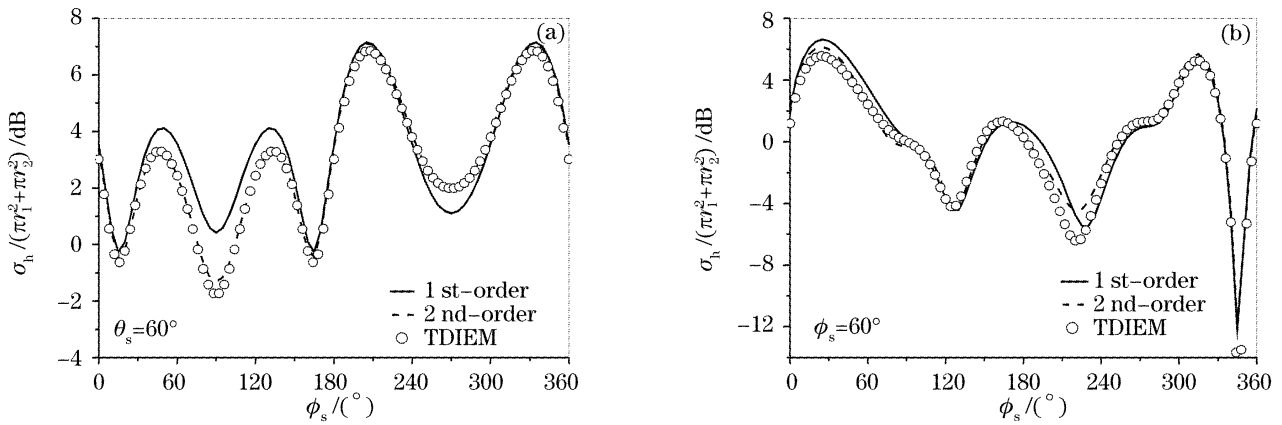


图 4 两相邻介质球形粒子散射截面的角分布

Fig. 4 Angular distribution of scattering section by two adjacent dielectric spheres

1.333。如图 5、图 6 所示,其它参量不变,束腰半径越大,散射截面角分布的结果越接近于平面波入射时的结果,这主要是因为束腰半径越大高斯波束越逼近于平面波的原因。另外,随着束腰半径的减小,散射截面逐渐减小,且当束腰半径较小时,散射截面角分布曲线的形状也发生了较大的变化。

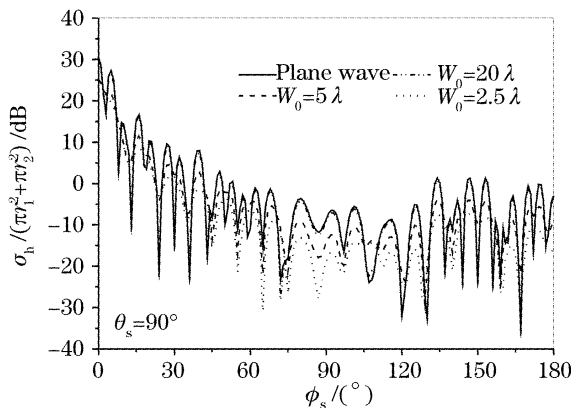


图 5 不同束腰半径时散射截面随散射角的分布

Fig. 5 Scattering section vs. scattering angle θ_s for different beam-waist radius

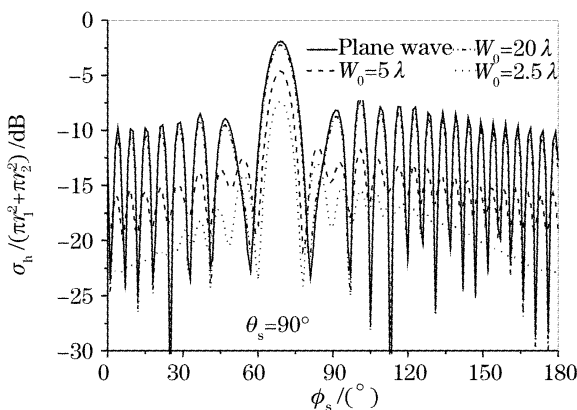


图 6 不同束腰半径时散射截面随散射方位角的分布

Fig. 6 Scattering section versus scattering azimuthal angle ϕ_s for different beam-waist radius

图 7 给出了微小冰水混合物粒子的位置不同时,散射截面随束腰半径的变化。其中,取冰的半径

$r_1 = 3 \mu\text{m}$, 水的半径 $r_2 = 3.5 \mu\text{m}$, 入射波长为 $\lambda = 0.5893 \mu\text{m}$ (钠光的 D 线); 设粒子 #1 位于原点, 粒子 #2 的球心位置参量 $(x_2, y_2) = (5 \mu\text{m}, 12 \mu\text{m})$; 散射角和散射方位角分别为 $\theta_s = 90^\circ$ 和 $\phi_s = 60^\circ$ 。由图 7 可以看出, 在其他参量不变时, 散射截面幅值随束腰半径的增大逐渐增大, 且最终趋于定值 (平面波入射时的结果); 同时还可以看出随着 $z_{1,2}$ 的增大, 散射截面减小, 尤其当束腰半径较小时。由于高斯波束是发散的, 所以, 当束腰半径较小时, 随着位置参量 $z_{1,2}$ 的增大, 目标对入射光波散射的能量越小; 而当束腰半径较大时, 高斯波束可近似为平面波入射的情况, 因此散射截面的大小不再受位置参量 $z_{1,2}$ 的影响, 因此 W_0 较大时, 不同 $z_{1,2}$ 的结果几乎重合在一起。

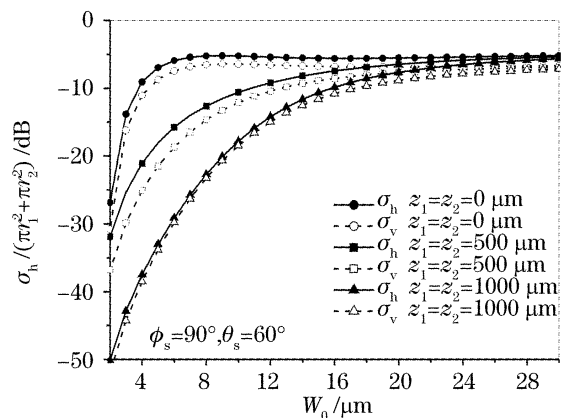


图 7 粒子不同位置时, 散射截面随束腰半径的变化

Fig. 7 Scattering section versus the beam-waist radius for different location of particles

图 8 给出了微小冰水混合物粒子的位置不同时, 偏振度随散射角的分布。其中, 粒子 #1 位于坐标原点, 粒子 #2 的位置参量 $z_2 = 0 \mu\text{m}$, 散射方位角为 $\phi_s = 60^\circ$, 束腰半径 $W_0 = 20 \mu\text{m}$, 其它参量同图 7。从图 8 可以看出, 尽管球形粒子 #2 与束腰中心的距离 $z_2 = 0 \mu\text{m}$ 不变, 但是随着偏轴程度的增大, 复合

散射场的偏振度也不尽相同,但逐渐趋近于球形粒子#1单独存在时散射场的偏振度。这主要是因为:当波束半径一定时,粒子#2的偏轴程度越大,它对入射光波散射的能量越小,从而粒子#2对复合散射场的影响越小。

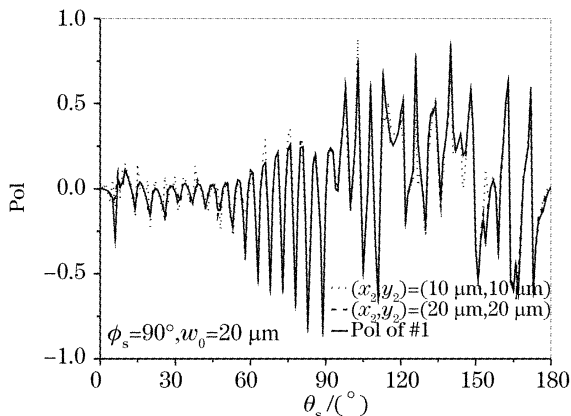


图 8 粒子不同位置时,偏振度随散射角的分布
Fig. 8 Scattering angle distribution of degree of polarization (pol) for different location of particles

5 结 论

本文基于互易性定理求解了两个相邻目标对高斯波束的复合散射问题,并应用等效原理将求解介质目标散射场公式中的体积分化为面积分的形式,从而降低了求解难度。作为例子,应用本文提出的求解相邻目标复合散射场的公式求解了两个相邻球形粒子对平面波、高斯波束的二阶复合散射场。通过与时域积分方程方法结果比较,可以看出二阶散射结果更为准确。另外,文中进一步研究了微小冰水混合物球形粒子对高斯波束的复合散射,讨论了束腰半径、粒子与束腰中心的距离和偏轴程度等参量对散射截面及偏振度的影响。

参 考 文 献

- 1 Zhensen Wu, Lixin Guo. Electromagnetic scattering from a multilayered cylinder arbitrary located in a Gaussian beam, a new recursive algorithms[J]. *Progress In Electromagnetics Research*, 1998, **PIER18**: 317~333
- 2 Zhensen Wu, Lixin Guo. Improved algorithm for electromagnetic scattering of plane waves and shaped beams by multilayered spheres[J]. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(21): 5188~5198

- 3 G. Gouesbet, G. Grehan, B. Maheu. Localized interpretation to compute all the coefficients in the generalized Lorenz-Mie theory [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1990, **7**(6): 998~1007
- 4 A. Doicu, T. Wriedt. Computation of the beam-shape coefficients in the generalized Lorenz-Mie theory by using the translational addition theorem for spherical vector wave functions [J]. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(13): 2971~2978
- 5 Wu Zhensen, Guo Lixin, Wu Chengming. Light scattering of Gaussian beam from an off-axis multilayered sphere [J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(6): 402~407 (in Chinese)
吴振森,郭立新,乌成明. 离轴多层球对高斯波束的光散射 [J]. *光学学报*, 1998, **18**(6): 402~407
- 6 Karam M A, Fung A K, Antar Y M. Electromagnetic wave scattering from some vegetation samples [J]. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 1988, **26**(6): 799~808
- 7 Tsang L, Kong J A. Radiative transfer theory for active remote sensing of a layer of nonspherical particles [J]. *Radio Sci.*, 1984, **19**(2): 629~642
- 8 Lang R H, Sidhu J S. Electromagnetic backscattering from a layer of vegetation; A discrete approach [J]. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 1983, **21**(1): 62~71
- 9 Seker S. Microwave backscattering from a layer of randomly oriented discs with application to scattering from vegetation [J]. *IEE Proc. Microwave, Antennas and Propagat*, 1986, **133**(6): 497~502
- 10 Liang C, Lo Y T. Scattering by two spheres [J]. *Radio Sci.*, 1967, **2**(12): 1481~1495
- 11 Bruning J B, Lo Y T. Multiple scattering of EM waves by spheres, Part I-multipole expansion and ray-optical solutions [J]. *IEEE Trans. Antennas Propagat*, 1971, **19**(3): 378~390
- 12 Sarabandi K, Polatin P F. Electromagnetic scattering from two adjacent objects [J]. *IEEE Trans. Antennas Propagat*, 1994, **42**(4): 510~517
- 13 Li S Q, Fang J, Wang W B. Electromagnetic scattering from two adjacent cylinders [J]. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 1998, **36**(6): 1981~1985
- 14 Chiu T C. Electromagnetic scattering from rough surface covered with short branching vegetation [D]. Ann Arbor; the University of Michigan, 1998. 46~78
- 15 Kong J A. *Electromagnetic Wave Theory* [M]. New York: Wiley & Sons, 2000. 649~776
- 16 Y. Chang, Roger F. Harrington. A surface formulation for characteristic modes of material bodies [J]. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 1977, **25**(6): 789~795
- 17 Wang M G. *Geometrical Theory of Diffraction* [M]. Xi'an: Xidian University Press, 1994. 159~170 (in Chinese)
王茂光. 几何绕射理论 [M]. 西安:西安电子科技大学出版社, 1994. 159~170
- 18 G. Gouesbet, B. Maheu, G. Grehan. Light scattering from a sphere arbitrarily located in a Gaussian beam, using a Bromwich formulation [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1988, **A5**(9): 1427~1443
- 19 Tsang L, J. A. Kong, Kung-Hau Ding. *Scattering of Electromagnetic Waves; Theories and Applications* [M]. New York: A Wiley-Interscience Publication, 2000. 32~41