

文章编号: 0253-2239(2007)09-1682-5

一种用于光束整形的衍射光学元件设计算法

林 勇 胡家升 吴克难

(大连理工大学电子与信息工程学院, 大连 116024)

摘要: 在光束整形衍射光学元件的设计中,为同时减小输出光束的均方根误差和顶部不均匀度值,提出了模糊控制迭代算法(IAFC)。在盖师贝格-撒克斯通(Gerchberg-Saxton, G-S)算法的基础上,提出了平滑修正法,可有效改善输出光束的顶部均匀度,但却增大了均方根误差值。模糊控制迭代算法依据模糊控制理论,通过有效结合盖师贝格-撒克斯通算法和平滑修正法来同时降低均方根误差和顶部不均匀度值。计算机设计的结果表明,利用模糊控制迭代算法可以得到非常理想的输出光束,其均方根误差和顶部不均匀度值分别为 0.75% 和 0.46%,能量转换效率可达 94.91%。为光束整形衍射光学元件的设计提供了一种有效的新算法。

关键词: 光学设计; 衍射光学元件; 光束整形; 模糊控制迭代算法; 盖师贝格-撒克斯通算法

中图分类号: O436 文献标识码: A

Algorithm for the Design of Diffractive Optical Elements for Laser Beam Shaping

Lin Yong Hu Jiasheng Wu Kenan

(School of Electronics and Information Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024)

Abstract: Iterative algorithm based on fuzzy control theory (IAFC) is put forward for designing diffractive optical elements for laser beam shaping, aiming at decreasing both mean square error and top beam uniformity of the output beam. Derived from Gerchberg-Saxton (G-S) algorithm, the profile-smoothing algorithm is put forward, which can effectively improve the uniformity of top beam, but has a poor performance at the mean square error. Combining the profile-smoothing algorithm and the Gerchberg-Saxton algorithm by fuzzy control theory, the iterative algorithm based on fuzzy control theory, can decrease both mean square error and uniformity of beam top. Computer-designed result by using the iterative algorithm based on fuzzy control theory leads to an excellent output beam, and the mean square error and top beam uniformity of beam are 0.75% and 0.46% respectively, while the energy conversion efficiency is up to 94.91%.

Key words: optical design; diffractive optical elements (DOE); beam shaping; iterative algorithm based on fuzzy control theory; Gerchberg-Saxton algorithm

1 引 言

目前,激光已被广泛应用到许多领域,然而激光束的某些特性使得它的应用受到限制,例如,激光束的光强呈高斯分布而不是均匀分布,此外激光束的传播路径是双曲线而不是通常所说的直线。为了扩展激光的应用领域,就需要对激光束进行整形以适

应不同领域的需要。在通常所说的高密度全息存储中,呈高斯分布的激光光束强度分布不均匀,直接影响存储的质量,并且由于光斑是圆形的,不能有效地利用存储空间。为了改善入射到记录介质上光斑的质量,提高存储密度,需要在参考光束中加入一个衍射光学元件(DOE),将高斯分布的圆形光束整形

作者简介: 林 勇(1976—),男,黑龙江七台河人,博士研究生,主要从事衍射光学元件的设计与应用等方面的研究。
E-mail: ly-tom666@163.com

导师简介: 胡家升(1941—),男,辽宁昌图人,教授,博士生导师,主要从事工程光学、成像科学与图象处理、光学系统设计、信息安全与防伪技术、X射线成像技术等方面的研究。E-mail: jshu@dlut.edu.cn

收稿日期: 2007-02-27; 收到修改稿日期: 2007-06-18

为均匀分布的矩形光束^[1]。衍射光学元件能灵活控制波前,能量利用率高,且具有微型化、集成化等特点,因而采用衍射光学元件对光束波前整形是一种有效的方法。

用于光束整形的衍射光学元件的设计算法有盖师贝格-撒克斯通(G-S)算法^[2]、共轭梯度算法^[3]、模拟退火算法^[4]和遗传算法^[5]等。其中盖师贝格-撒克斯通算法虽具有编程简单、收敛速度快和通用性强等优点,是最为常用的一种算法,然而直接利用该算法将圆形高斯光束转变成强度均匀分布的矩形光束时,往往不能得到令人满意的结果,因此产生了诸多改进算法^[6~8]。

在密度全息存储中利用衍射光学元件进行光束整形时,不但要保证输出光束的均方根误差较小,还要保证其顶部的不均匀度较小。但是现有盖师贝格-撒克斯通改进算法都是通过控制均方根误差的大小来判断解的好坏,忽略了对顶部不均匀度的限制。本文在盖师贝格-撒克斯通算法基础上提出了一种能有效改善输出光束顶部均匀度的改进算法,即平滑修正法。为了能有效结合盖师贝格-撒克斯通算法和平滑修正法来同时降低均方根误差和均匀度,将模糊控制理论应用于衍射光学元件的设计中,提出了模糊控制迭代算法(IAFC)。

2 设计原理

衍射光学元件设计问题实质是一个相位恢复问题:已知输入、输出平面上光场振幅分布,计算输入平面上光场的相位分布。如图 1 所示,入射光波 $f(x, y)$ 经过输入平面 P1 上的衍射光学元件调制后,经菲涅耳衍射到达输出平面 P2 上。衍射光学元件设计的关键就是寻求最优的衍射光学元件相位分布函数 $\phi(x, y)$,使得 P2 面上光场振幅分布 $|U|$ 与预先设定的理想振幅分布 $|\tilde{U}|$ 尽可能接近。

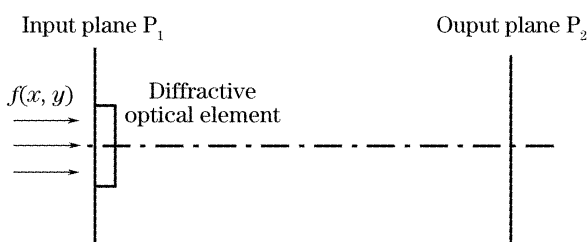


图 1 衍射光学元件设计系统

Fig. 1 Optical system of designing diffractive optical elements

本文采用三个指标对输出光束质量进行评价:均方根误差 E 、顶部不均匀度 σ 和能量转换效率

η ^[9]:

$$E = \frac{\sum_{x,y} |I(x,y) - I'(x,y)|^2}{\sum_{x,y} |I'(x,y)|^2}, \quad (1)$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{(x,y) \in W} \left[\frac{|I(x,y)| - \bar{I}}{\bar{I}} \right]^2 / (n-1)}, \quad (2)$$

$$\bar{I} = \sum_{(x,y) \in W} |I(x,y)| / n, \quad (3)$$

$$\eta = \sum_{(x,y) \in W} I(x,y) / \sum_{x,y} I(x,y),$$

式中 $I(x, y)$ 代表实际的输出光强分布, $I'(x, y)$ 为理想的输出光强分布, W 为输出面均匀焦斑区域(信号窗区域), n 为信号窗 W 内的采样点数。

3 算法描述

3.1 盖师贝格-撒克斯通算法

盖师贝格-撒克斯通算法的迭代过程为

$$U_{2k} = |U_{2k}| \exp(i\phi_{2k}) = \mathcal{F}\{\tilde{U}_{1k}\}, \quad (4)$$

$$\tilde{U}_{2k} = |\tilde{U}_2| \exp(i\phi_{2k}), \quad (5)$$

$$U_{1k} = |U_{1k}| \exp(i\phi_{1k}) = \mathcal{F}^{-1}\{\tilde{U}_{2k}\}, \quad (6)$$

$$\tilde{U}_{1k+1} = |\tilde{U}_1| \exp(i\phi_{1k}) = |\tilde{U}_1| \exp(i\phi_{1k+1}), \quad (7)$$

式中 k 为循环次数, \mathcal{F} 为菲涅耳变换符号, \mathcal{F}^{-1} 为逆菲涅耳变换符号。在迭代过程中, $|U_{1k}|$ 和 $|U_{2k}|$ 逐步逼近预先设定的理想振幅分布 $|\tilde{U}_1|$ 和 $|\tilde{U}_2|$, 迭代收敛的 ϕ_1 就作为衍射光学元件的相位分布函数。

盖师贝格-撒克斯通算法的最大优点就是编程简单、计算方便,但其迭代结果往往收敛于某一局部最小值。利用盖师贝格-撒克斯通算法将幅值(或强度)为高斯分布的圆形光束整形为均匀分布的矩形光束时,虽然输出光束的均方根误差较好,但在信号窗内的均匀性较差。

3.2 平滑修正法

针对盖师贝格-撒克斯通算法存在的问题,为了改善输出光束在信号窗内的均匀性,提出了平滑修正法。平滑修正法与盖师贝格-撒克斯通算法的思想大致相同,其区别在于对输出面上振幅修正的方式不同。盖师贝格-撒克斯通算法是利用理想输出振幅 $|\tilde{U}_2|$ 来取代迭代中得到的振幅 $|U_{2k}|$, 是对整个输出面的振幅进行修正。而平滑修正法则只对信号窗内的振幅分布进行修正,将信号窗内振幅大于或者小于一定值的点用理想输出振幅来替换,公式为

$$\tilde{U}_{2k} = |\tilde{D}_2| \exp(i\phi_{2k}), \quad (8)$$

式中

$$|\widetilde{D}_2| = \begin{cases} |\widetilde{U}_2(x, y)|, & (x, y) \in W, \left| |U_{2k}(x, y)| - |\overline{U_{2k}(x, y)}| \right| > \text{threshold} \\ |U_{2k}(x, y)|, & \text{otherwise} \end{cases}$$

式中 $|\overline{U_{2k}(x, y)}|$ 为信号窗 W 内输出光束振幅的平均值。

由于平滑修正法只对信号窗内的振幅加以修正,对信号窗外的振幅值未加以限制,这样在输出面上就引入了一定的振幅自由度,有助于在迭代过程中顶部不均匀度值的下降。

由分析可知,盖师贝格-撒克斯通算法可以迅速降低输出光束的均方根误差值,但其顶部均匀度较差,而平滑修正法可以迅速降低不均匀度值,但以牺牲均方根误差值为代价。为此提出一种智能控制的算法,即模糊控制迭代算法,以便发挥两种算法的优点。

3.3 模糊控制迭代算法

模糊控制以模糊数学为基础,利用语言规则表示方法和计算机技术,通过模糊推理来进行决策的一种高级控制策略。其实质是利用计算机模拟人的思维方式,按照人的操作规则进行控制,从而实现人的控制经验^[10]。

模糊控制方法的过程描述为

- 1) 确定输入输出控制信号并将其模糊化;

2) 将操作人员或专家经验编成模糊规则,根据模糊化的输入控制信号和模糊规则完成模糊决策;

3) 对模糊决策结果进行逆模糊化,最后根据推理结果执行操作。

其中控制信号模糊化、模糊决策、逆模糊化三个步骤是模糊控制的核心,称为模糊控制器。

由分析可知,盖师贝格-撒克斯通算法和平滑修正法对输出光束的均方根误差值和不均匀度值的影响程度不同,为了有效结合两者的优点,提出了模糊控制迭代算法,即在每一循环体中,对输出光束的质量进行评价,如果“均方根误差值相对不均匀度值大”,则下次循环“更应该”采用盖师贝格-撒克斯通算法进行迭代,如果“不均匀度值相对均方根误差值大”,则下次循环“更应该”采用平滑修正法进行迭代。由于均方根误差值和不均匀度值的相对比较和“更应该”都是模糊概念,所以需要运用模糊控制理论。

设计模糊控制器的具体过程为:

3.3.1 控制量模糊化

输入和输出模糊集划分如表 1 所示。

表 1 输入和输出模糊集
Table 1 Input/output fuzzy sets

Precise value		Fuzzy sets				
Input	E	E_s (small E)		E_M (middle E)		E_L (large E)
	σ	σ_s (small σ)		σ_M (middle σ)		σ_L (large σ)
Output (the rate of applying Gerchberg-Saxton algorithm)		V'_s (very small)	V_s (small)	V_M (middle)	V_L (large)	V'_L (very large)

本文采用比较常用的三角形模糊分布建立隶属度函数,其中 x, y 和 z 分别代表均方根误差值、不均匀度值和输出值(采用盖师贝格-撒克斯通算法的概率)。

$$u_E = \begin{cases} U_{E_s}(x) = (0.02 - x)/0.02 & 0 \leq x \leq 0.02 \\ u_{E_M}(x) = \begin{cases} x/0.02, & 0 \leq x \leq 0.02 \\ (0.04 - x)/0.02, & 0.02 < x \leq 0.04 \end{cases} \\ u_{E_L}(x) = \begin{cases} (x - 0.02)/0.02, & 0.02 < x \leq 0.04 \\ 1 & x > 0.04 \end{cases} \end{cases} \quad (9)$$

$$u_\sigma = \begin{cases} U_{\sigma_s}(y) = (0.05 - y)/0.05 & 0 \leq y \leq 0.05 \\ u_{\sigma_M}(y) = \begin{cases} y/0.05, & 0 \leq y \leq 0.05 \\ (0.1 - y)/0.05, & 0.05 < y \leq 0.1 \end{cases} \\ u_{\sigma_L}(y) = \begin{cases} (y - 0.05)/0.05, & 0.05 < y \leq 0.1 \\ 1 & y > 0.1 \end{cases} \end{cases} \quad (10)$$

$$u_V = \begin{cases} U_{V_s}(z) = (1 - 6z) & 0 \leq z \leq 1/6 \\ u_{V_s}(z) = \begin{cases} 6z, & 0 \leq z \leq 1/6 \\ (5/3 - 4z), & 1/6 < z \leq 5/12 \end{cases} \\ u_{V_M}(z) = \begin{cases} (4z - 2/3), & 1/6 \leq z \leq 5/12 \\ (8/3 - 4z), & 5/12 < z \leq 2/3 \end{cases} \\ u_{V_L}(z) = \begin{cases} (4z - 5/3), & 5/12 < z \leq 2/3 \\ (3 - 3z), & 2/3 < z \leq 1 \end{cases} \\ u_{V_L'}(z) = (3z - 2), & 2/3 \leq z \leq 1 \end{cases} \quad (11)$$

3.3.2 模糊决策

根据模糊控制规则，建立如表 2 所示的模糊控制表。

表 2 模糊控制表
Table 2 Fuzzy control table

Possibility of applying		E		
		E _S	E _M	E _L
σ	σ _S	V _M	V _L	V _{L'}
	σ _M	V _S	V _M	V _L
	σ _L	V _{S'}	V _S	V _M

3.3.3 逆模糊化

本文采用最大平均值法对模糊决策得到结果进行逆模糊化。依据模糊控制器，模糊控制迭代算法其一次循环过程总结为：

- 1) 根据输出平面光场光强分布计算出相应的 E, σ;
- 2) 利用设计的模糊控制器，得到“应该采用盖师贝格-撒克斯通算法的概率”；
- 3) 按照“应该采用盖师贝格-撒克斯通算法的概率”，执行盖师贝格-撒克斯通算法或平滑修正法。

4 计算机设计结果

以衍射光学元件在密度全息存储中的应用为例，将高斯分布的圆形输入光束整形为均匀分布的矩形输出光束。输入光束来自 DH-HN1200 型 He-Ne 激光器，波长为 0.6328 μm，束腰半径 w₀ 为 0.55 mm，光场分布为

$$f(x, y) = \exp[-(x^2 + y^2)/w_0^2]. \quad (12)$$

根据高密度全息存储介质的实际尺寸^[11]，需要得到边长为 6 mm × 6 mm 的均匀矩形输出光束，超高斯光束表示为^[12]

$$O_d(x, y) = \exp\{-[(x^2/3^2)^{200} + (y^2/3^2)^{200}]\}. \quad (13)$$

从能量利用和制作工艺方面考虑，衍射光学元件的孔径设定为 3 mm。在满足菲涅耳衍射条件的前提

下，选取 P₁ 和 P₂ 面间的距离为 790 mm，各面的采样点数均为 256 × 256。

为了进行对比，分别利用模糊控制迭代算法、盖师贝格-撒克斯通算法和平滑修正法设计衍射光学元件。三种算法在 P₂ 面上得到的光强分布如图 2、图 3 和图 4 所示。由(1)式~(3)式计算出相应的 E, σ 和 η 在表 3 中列出。其中利用模糊控制迭代算法得到的衍射光学元件相位分布在图 5 中给出。

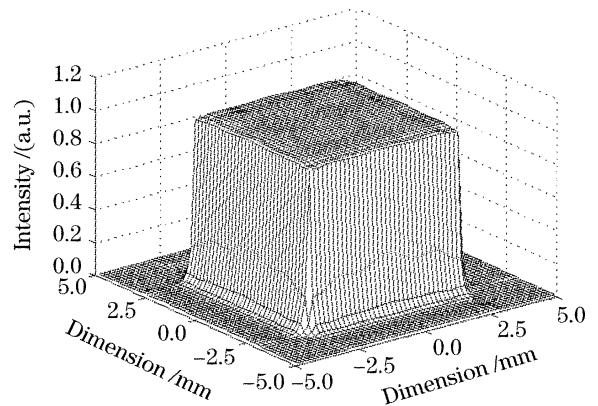


图 2 模糊控制迭代算法的输出结果
Fig. 2 Output result using iterative algorithm based on fuzzy control theory

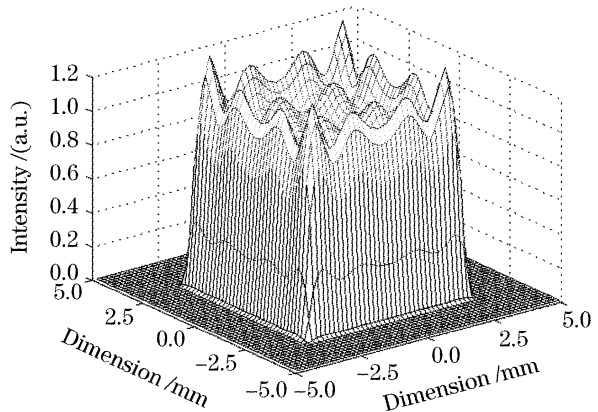


图 3 盖师贝格-撒克斯通算法的输出结果
Fig. 3 Output result using Gerchberg-Saxton algorithm

可以看出，利用模糊控制迭代算法得到的输出结果其顶部均匀性比较好，旁瓣较小，边缘陡直，很接近理想目标函数；而利用盖师贝格-撒克斯通算法

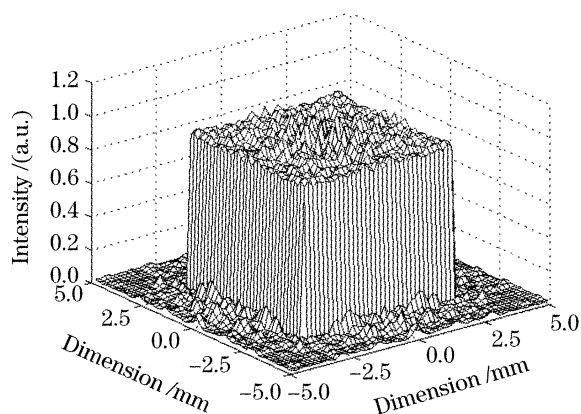


图 4 平滑修正法的输出结果

Fig. 4 Output result using profile-smoothing algorithm

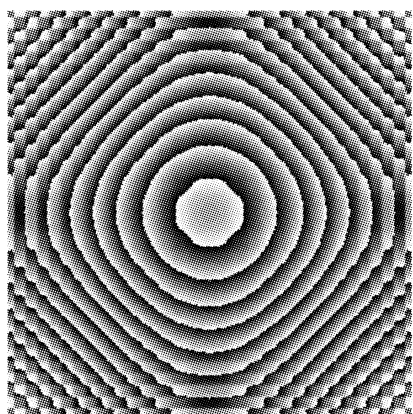


图 5 模糊控制迭代算法设计的衍射光学元件相位分布

Fig. 5 Phase distribution of diffractive optical element

obtained by iterative algorithm based on fuzzy control theory 所得到的结果顶部有明显起伏,均匀性差;利用平滑修正法得到的结果顶部均匀性较盖师贝格-撒克斯通算法有明显改进,但旁瓣较大。从表 3 也可以看出模糊控制迭代算法得到的输出结果优于盖师贝格-撒克斯通算法和平滑修正法。

表 3 模糊控制迭代算法、盖师贝格-撒克斯通算法和平滑修正法的结果比较

Table 3 Simulated results using iterative algorithm based on fuzzy control theory, Gerchberg-Saxton and profile-smoothing algorithm

	$E/\%$	$\sigma/\%$	$\eta/\%$
Iterative algorithm based on fuzzy control theory	0.75	0.46	94.91
Gerchberg-Saxton	1.17	10.80	95.87
Profile-smoothing algorithm	2.41	3.09	87.73

5 结 论

将模糊控制理论应用于衍射光学元件的设计,讨论了模糊控制理论及其在衍射光学元件设计中的应用。针对盖师贝格-撒克斯通算法的不足,提出的

平滑修正法能使输出光束具有很好的顶部均匀度。为结合盖师贝格-撒克斯通算法和平滑修正法的优点,提出了模糊控制迭代算法来设计衍射光学元件。计算机设计结果表明,利用模糊控制迭代算法设计衍射光学元件,得到的输出光束均方误差为 0.75%,信号区不均匀度为 0.46%,能量转换效率为 94.91%,满足全息存储中入射光束质量要求。模糊控制迭代算法不仅能够减少均方误差,而且能够有效地降低输出光束的顶部不均匀度,是一种较为有效的衍射光学元件设计新方法。

参 考 文 献

- Zhang Yan, Zhang Jingjuan, Situ Guohai. Investigation on diffractive optical elements for converting Gaussian beam into square uniform focused spot[J]. *Chin. J. Lasers*, 2004, **31**(10): 1183~1187 (in Chinese)
张 艳,张静娟,司徒国海. 高斯光束变换成方形均匀焦斑的衍射光学元件的研究[J]. *中国激光*, 2004, **31**(10): 1183~1187
- J. S. Liu, M. R. Taghizadeh. Iterative algorithm for the design of diffractive phase elements for laser beam shaping[J]. *Opt. Lett.*, 2002, **27**(16): 1463~1465
- Liu Rong, Dong Bizhen, Yang Guozhen *et al.*. Generation of pseudo-nondiffracting beams with use of diffractive phase elements designed by the conjugate-gradient method[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1998, **15**(1): 144~151
- S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, Jr. M. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing[J]. *Science*, 1983, **220**(4598): 671~680
- Zhou Guangya, Yuan Xiacong, Philip Dowd *et al.*. Design of diffractive phase elements for beam shaping: hybrid approach[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2001, **18**(4): 791~799
- Gao Feng, Liu Jianli, Gao Fuhua *et al.*. High-accuracy optimization for beam shaping using marginal phase correction [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(8): 1137~1140 (in Chinese)
高峰,刘建莉,高福华等. 利用边缘相位校正实现光束整形的高精度优化[J]. *光学学报*, 2004, **24**STBZ(8): 1137~1140
- Wang Jingcong, Zhang Jingjuan, Huo Junling *et al.*. Design of a phase-only diffractive optical element for control of wave-front propagation[J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(12): 1735~1740 (in Chinese)
王京从,张静娟,霍俊岭等. 实现控制波前传播的纯相位衍射光学元件的设计[J]. *光学学报*, 1998, **18**(12): 1735~1740
- Chen Bo, Wang Hanzhi, Wei Hui *et al.*. Design of fully continuous phase plates for beam smoothing in ICF[J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(4): 482~484 (in Chinese)
陈 波,王菡子,韦 辉等. 用于惯性约束聚变束匀滑的完全连续相位板设计方法[J]. *光学学报*, 2001, **21**(4): 482~484
- Martin J. Thomson, Jinsong Liu, Mohammad R. Taghizadeh. Iterative algorithm for the design of free-space diffractive optical elements for fiber coupling[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(10): 1996~1999
- Kevin M. Passino, Stephen Yurkovich. *Fuzzy Control* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001
- Raphael A. Guerrero. Volume holographic storage and animation based on addressing with an elastomer phase mask[J]. *Opt. Commun.*, 2005, **245**: 75~83
- Zhao Yiqiong, Li Yongping, Zhou Qiugui. Vector iterative algorithm for the design of diffractive optical elements applied to uniform illumination[J]. *Opt. Lett.*, 2004, **29**(7): 664~666