

文章编号: 0253-2239(2007)09-1611-6

基于遗传算法的光综合孔径圆周阵优化^{*}

何云涛 江月松 刘广达

(北京航空航天大学电子信息工程学院, 北京 100083)

摘要: 从光综合孔径圆周阵列成像的基本原理出发,建立了圆周阵列的优化模型;采用改进的实数编码方法对子孔径阵列位置进行编码,运用遗传算法进行子孔径阵列的优化;以阵列的 $u-v$ 覆盖点间距最大化及最小冗余度来设计目标函数,实现了 8~16 个子孔径二维圆周阵的优化排列;分析了二维圆周光综合孔径阵列成像系统的点扩展函数、光学传递函数和衍射成像的基本原理;对优化结果与模拟退火算法的结果进行对比,使用仿真成像程序分析其点扩展函数,并与均匀排布的圆周阵列进行对比。结果表明,采用改进的实数编码的遗传算法可以很好地解决综合孔径阵列优化的问题,相对于模拟退火算法,该方法的计算时间更短,结果更优。

关键词: 成像系统; 综合孔径; 阵列优化; 遗传算法; $u-v$ 覆盖; 实数编码

中图分类号: TH765.1 文献标识码: A

Optical Synthesis Aperture Circle-Array Optimization Based on Genetic Algorithm

He Yuntao Jiang Yuesong Liu Guangda

(School of Electronic Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

Abstract: An optimized model of circle array was set up from the basic optical synthesis aperture circle-array imaging principle. The sub-apertures array was optimized by adopting genetic algorithm with an improved real coding method coding the location of sub-apertures array. The objective function was designed by maximizing the distances between $u-v$ coverage dots and minimizing redundant array. The point spread function, optical transfer function and diffractive imaging of two-dimensional (2D) circle array synthetic aperture imaging system were analyzed. The optimized result of 8~16 sub-apertures on a two-dimensional circle array was obtained and compared with the result by simulated annealing algorithm. Using the emulator program, the point spread function was analyzed and contrasted to that of a uniform circle array. Results show that the improved real coding genetic algorithm can resolve the synthesis aperture array optimization well, cost less time and get an even better optimization compared with simulated annealing algorithm.

Key words: imaging system; synthesis aperture; array optimization; genetic algorithm; $u-v$ coverage; real coding

1 引 言

光学综合孔径成像系统是用若干个小的子孔径优化排列成一个阵列以综合成一个大的孔径,从而实现高分辨力成像^[1]。使用小的子孔径阵列代替传统的大孔径极大地增加了提高分辨力的可能性。为

了在实时成像时获得良好的像质,除可在后期重构目标像时进行洁化(CLEAN)和最大熵(MEM)处理外^[2],一个重要的方法就是采用优化算法来实现子孔径阵列的优化排列,以获得充分而均匀的 $u-v$ 覆盖和最小的空间频率冗余度^[3~5]。在各种二维阵列中,圆周阵列可以实现零冗余度的实时成像优化排

^{*} 武器装备预研基金(9140A21041006HK0126)和武器装备探索项目(2007年)资助课题。

作者简介: 何云涛(1982-),男,湖北安陆人,博士研究生,主要从事综合孔径阵列成像及其相关研究。

E-mail: taoyunhe@ee.buaa.edu.cn

导师简介: 江月松(1959-),男,江苏淮阴人,教授,博士生导师,主要从事成像信息科学与技术,激光空间信息技术,红外光电信息获取与处理技术等方面的研究。E-mail: yuesongjiang@vip.sina.com

收稿日期: 2006-10-25; 收到修改稿日期: 2007-01-23

列^[6]。目前较常用的阵列优化计算方法是模拟退火算法^[5,6],而使用遗传算法来进行综合孔径阵列优化还比较少见,本文中运用遗传算法(Genetic algorithms,GA)来进行圆周阵列的优化。

作为强有力的且应用广泛的随机搜索和优化方法,遗传算法可能是当今影响最广泛的进化计算方法之一,被广泛应用于自适应控制、组合优化、模式识别、机器学习、人工生命等领域^[7]。遗传算法使用群体搜索技术,它通过对当前群体施加选择、交叉、变异等一系列遗传操作,从而产生出新一代的群体,并逐步使群体进化到包含或接近最优解的状态。编码是应用遗传算法时要解决的首要问题,也是设计遗传算法时的一个关键步骤^[7,8]。在光综合孔径圆周阵列的优化问题中,由于子孔径的位置是在圆周上的 $0\sim 2\pi$ 角度范围内变化,使用实数编码的方式可以直接以解空间来表示遗传算法的搜索空间,从而提高了计算效率。本文将所得结果应用点扩展函数的分析方法^[5],与均匀排列阵对比,以分析遗传算法优化的适用性;同时还与参考文献^[5]中模拟退火算法(SAA)所得的优化结果进行对比,分析了其目标函数差别。这里的优化结果对光学综合孔径以及其它波段的综合孔径成像阵列的设计具有重要的参考价值。

2 综合孔径阵列优化模型

综合孔径的成像基本原理是基于干涉成像,根据范西泰特-泽尼克定理,归一化互强度(复相干因子)等于光源强度分布的归一化傅里叶变换,干涉条纹的振幅即为复相干因子的幅度,复相干因子的相位值为目标的傅里叶相位。如果在不同的时间使出瞳面上的任意两个小口径之间的连线在方向和长度上各异,或者在同一时间布置很多的小口径形成长度和方向各异的基线,再从众多的干涉条纹中提取出相位和振幅,即得到随空间频率 (u, v) 而变化的复相干函数,对复相干函数做一个傅里叶逆变换,就得到了物平面的亮度分布^[9,10]。

由于像的空间频率与出瞳面内的子孔径矢量间距之间建立了对应关系,因此若有许多矢量间距 $(\Delta x, \Delta y)$ 相同的子孔径对,它们将产生具有相同空间频率 (u, v) 的条纹,称此情况下孔径阵列系统是存在冗余度的。对于无像差的系统,冗余度能增大测量的信噪比,但不提供新的信息。当系统存在像

差或处于非均匀介质中时,冗余度是有害的,因为这时存在相同的频率却有不同相位,叠加后降低了条纹的反衬度,从而降低了振幅的测量精度。为了尽可能降低冗余度甚至实现无冗余,计算时还需要施加惩罚措施。基于Cornwell等对二维微波综合孔径阵列优化的方法^[4~6],将目标函数设计为

$$E(r_1, r_2, \dots, r_N) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{i-1} \lg d_{ij}, \quad (1)$$

$$d_{ij} = \begin{cases} \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2}, & \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} > \epsilon \\ C, & \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \leq \epsilon \end{cases} \quad (2)$$

式中 r_i 为第 i 个子孔径的坐标位置, (u_i, v_i) 、 (u_j, v_j) 分别为第 i, j 个点的空间频率 u, v , ϵ 为根据所最小的采样间隔所决定的一个常量, C 为一个远小于 ϵ 的正数,一般设置为计算软件数据类型所能达到的最小值,其目的是对子孔径排列覆盖点冗余施加惩罚。对于 N 个全同的子孔径组成的阵列,每个子孔径具有相同的权重,由于复互相干在 $u-v$ 平面的对称性,则无冗余覆盖点最多有 $N(N-1)+1$ 个覆盖点,且对称的填充整个 $u-v$ 平面。此外,在应用(1)式来实现最低冗余度排列,并使点均匀填充整个 $u-v$ 平面时,还必须加上约束条件:相邻两个子孔径之间的最小距离必须大于两子孔径的几何尺寸,这样才能满足实际工程的需要。

3 遗传算法在综合孔径阵列优化中的应用

遗传算法是一种模拟自然选择和遗传机制的优化算法。由个体组成的种群 $P(t)$ (t 表示遗传代数),每一个体均代表问题的一个潜在的解,每一个体都要被评价优劣并得到其适应值。某些个体要经历称为遗传操作的随机变换,由此产生新的个体,新产生的个体[称作后代(offspring) $C(t)$]继续被评价优劣。从父代种群和子代种群中选择比较优秀的个体就形成了新的种群。在若干代以后,算法收敛到一个最优个体,该个体很有可能代表着问题的最优或次优解。

对于求函数的最大值的优化问题,一般可以表示成如下形式:

$$\begin{cases} \max f(x) \\ \text{s. t. } g(\mathbf{X}) \in D^n \end{cases} \quad (3)$$

式中 $f(x)$ 为目标函数, $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$ 为决策变量, 而 D^n 为可行解的集合。由于在综合孔径圆周阵列中, 子孔径的位置是由实数组成的, 为了提高运算精度和运算效率, 在运算中采用了实数编码的编码方法。在本文的求解中可以直接将子孔径的坐标用角度表示, 大小限制在 $0 \sim 2\pi$ 的范围内, 且任意两个子孔径的间距不可以小于孔径的尺寸, 这使得编码和解码过程都被省略了, 简化了计算过程。使用遗传算法求解的过程如下:

1) 种群的初始化: 设置进化代数计数器 $t = 0$; 设置最大进化代数 T ; 使用随机的方式产生 M 个个体, X_1, X_2, \dots, X_M , 作为初始群体 $P(0)$ 。

2) 计算适应度函数: 本文直接运用(1)式作为适应度函数, 计算群体 $P(t)$ 中每个个体 X_i 的适应度函数 $f_i = E(X_i)$; 适应度函数全部计算完成后, 计算概率:

$$p_i = f_i / \sum_{j=1}^M f_j. \quad (i = 1, 2, \dots, M) \quad (4)$$

3) 选择运算: 先选择 p_i 中最大的一个个体, 然后从剩余的个体中运用旋转赌轮的方法选择一个个体, 将其与 p_i 最大的个体进行交配; 再对剩余的没有进行交配的个体重复前述操作, 如果 M 为奇数, 则将最后一个与全局最大的个体进行交配。

4) 交叉运算: 若运用步骤 3) 中的方法得到的两个配对个体 X_i, X_j , 则计算

$$\alpha = f_i / (f_i + f_j), \quad (5)$$

$$X'_j = \alpha \cdot X_i + (1 - \alpha) \cdot X_j, \quad (6)$$

$$X'_i = X_i + \alpha \cdot (X_j - X_i), \quad (7)$$

当 X'_i 或 X'_j 不满足约束条件时, 以 X'_i 不满足为例, 运用下式进行迭代运算直至满足约束:

$$X'_i = X_i + \alpha \cdot (X_j - X'_i). \quad (8)$$

5) 变异运算: 计算所有产生新的个体的适应度

函数 $f_i (i = 1, 2, \dots, M)$, 并将新产生的所有个体和原种群 $P(t)$ 合并, 组成新的种群 $P'(t)$; 设变异概率为 p_{mut} , 从 $P'(t)$ 中依据适应度函数大小选择 $M \cdot p_{mut}$ 中较小的个体进行变异:

$$X'_i = \mathbf{R}_i \cdot X_i + (\mathbf{E}_N - \mathbf{R}_i) \cdot X''_i, \quad (9)$$

其中 \mathbf{R}_i 为 $N \times N$ 的对角矩阵, 对角线上元素为 $0 \sim 1$ 均匀分布的随机数, \mathbf{E}_N 为 $N \times N$ 的单位矩阵, X''_i 为随机产生的一个可行个体; 如 X'_i 不满足限制条件, 则重新进行前述变异操作, 直至满足下限制条件为止; 用 X'_i 替代 X_i 得到新的种群 $P''(t)$, 并计算变异后个体的适应度函数。

6) 在 $P''(t)$ 中依据适应度函数大小选择 M 个较大的个体作为新的种群 $P(t+1)$, 并判断是否达到遗传代数; 若否, 则返回步骤 2)。

4 阵列优化结果极其成像分析

4.1 圆周阵列模型及其优化

本文以 $8 \sim 16$ 个直径为 $d = 2 \text{ mm}$ 的子孔径分布在直径为 $D = 160 \text{ mm}$ 的圆周上为例进行优化计算。基于前述遗传算法, 运用(1)式作为目标函数, 设置遗传代数 $T = 200$, $M = 50$, $p_{mut} = 0.1$ 。表 1 中给出了子孔径数目从 $8 \sim 16$ 个时的优化结果, 每根天线在圆周上的位置以角度表示。

同时, 为了更加直观地分析圆周阵列经过遗传算法(GA)优化后的效果, 图 1 中给出了由 16 个子孔径在二维圆周上的均匀分布和优化排列时的 $u-v$ 覆盖对比情况。从图中可得知: 经过优化后的 $u-v$ 点明显增多, 这正是优化计算后降低了冗余度的结果; 还可看到, 经优化后的 $u-v$ 覆盖效果较均匀排列时有了很大的改善。

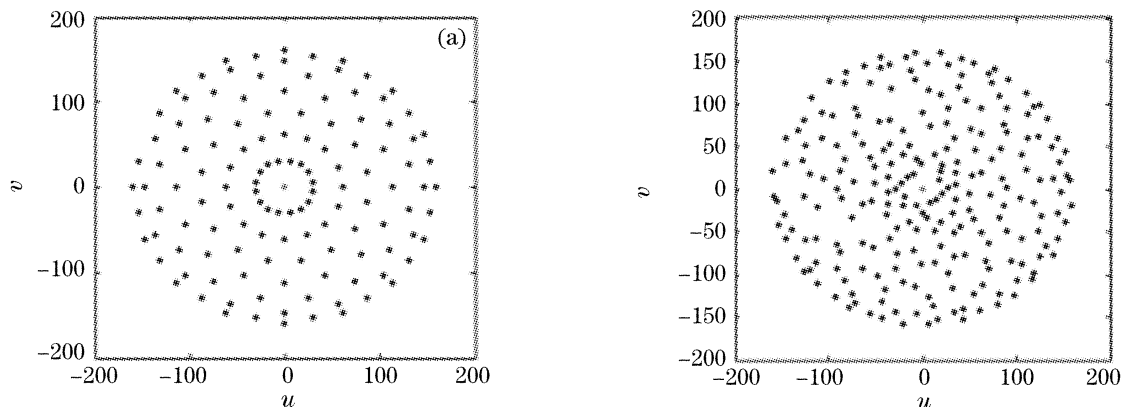


图 1 $N=16$ 圆周阵列均匀分布(a)和优化排列(b)情况下的 (u, v) 覆盖图

Fig. 1 The (u, v) coverage of uniform circle array (a) and (b) optimized by genetic algorithm (GA) for $N=16$

表 1 8~16 个子孔径二维圆周阵优化排列后的位置

Table 1 Optimized positions of 8~16 sub-apertures with two-dimensional circle array

| N | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0.6329 | 0.6207 | 0.8659 | 0.4300 | 0.7054 | 0.6126 | 0.5395 | 0.3051 | 0.3637 |
| | 1.6710 | 1.4780 | 1.3725 | 1.1051 | 1.1338 | 1.0635 | 0.9621 | 0.7087 | 0.9168 |
| | 2.2747 | 2.0966 | 1.8900 | 1.5330 | 1.5635 | 1.4465 | 1.2730 | 1.2182 | 1.1578 |
| | 2.9638 | 2.7153 | 2.7252 | 2.2742 | 2.2690 | 2.0633 | 1.6961 | 1.5456 | 1.6465 |
| | 4.0815 | 3.5729 | 3.4055 | 2.7547 | 2.6204 | 2.4334 | 2.3488 | 2.0733 | 2.1016 |
| | 4.6438 | 4.1904 | 3.7633 | 3.2920 | 3.3333 | 3.0275 | 2.7425 | 2.4433 | 2.3575 |
| Positions of sub-aperture (rad) | 5.5468 | 4.8095 | 4.5254 | 3.9102 | 3.6514 | 3.4820 | 3.1545 | 2.8341 | 2.7215 |
| | | 5.6685 | 5.2769 | 4.5280 | 4.2765 | 3.8604 | 3.4821 | 3.2151 | 3.2392 |
| | | | 5.6691 | 5.0598 | 4.9003 | 4.4753 | 3.9817 | 3.7532 | 3.6721 |
| | | | | 5.5481 | 5.2198 | 4.9011 | 4.5486 | 4.0808 | 3.8945 |
| | | | | | 5.9320 | 5.3913 | 5.0434 | 4.5303 | 4.4454 |
| | | | | | | 5.8994 | 5.2764 | 4.9746 | 4.7383 |
| | | | | | | | 5.7655 | 5.2779 | 5.0810 |
| | | | | | | | | 5.7837 | 5.5915 |
| | | | | | | | | | 6.0291 |

4.2 圆周阵光综合孔径系统的点扩展函数、光学传递函数以及衍射成像

半径为 a 的 N 个小孔径分布在半径为 r 的圆周上, θ_i 为第 i 个子孔径的角度。根据光学成像基本理论, 由该 N 个全同子孔径组成的综合孔径阵列的光瞳函数可以表示为子孔径光瞳函数(振幅与相位)与 δ 函数阵列的二维卷积^[5,9~12], 即

$$P(x, y) = \text{circ}\left(\frac{r}{a}\right) \exp[-j2\pi W(x, y)] * \sum_{i=1}^N \delta(x - r_i \cos \theta_i, y - r_i \sin \theta_i), \quad (10)$$

式中 $\text{circ}(r/a)$ 为圆域函数, $W(x, y)$ 为综合孔径阵的波前像差, 对于无像差系统 $W(x, y) = 0$ 。应用 δ 函数卷积的线性特性得到

$$P(x, y) = \sum_{i=1}^N \text{circ}\left[\frac{\sqrt{(x - r_i \cos \theta_i)^2 + (y - r_i \sin \theta_i)^2}}{a}\right], \quad (11)$$

振幅扩散函数 $h(U, V)$ 定义为光瞳函数的二维傅里叶变换, 由卷积性质可得

$$h(U, V) = \left\{ \frac{2\pi a J_1[a(U^2 + V^2)^{1/2}]}{(U^2 + V^2)^{1/2}} \right\} \times \left\{ \sum_{i=1}^N \exp[-j(Ur_i \cos \theta_i + Vr_i \sin \theta_i)] \right\}, \quad (12)$$

式中

$$U = \frac{2\pi x_i}{\lambda f}, \quad V = \frac{2\pi y_i}{\lambda f}, \quad (13)$$

(13) 式中 f 为成像系统的焦距, x_i 和 y_i 是像平面中的坐标, λ 是波长。由于光频很高, 实际上像面上探测到的是光强, 为振幅扩展函数模的平方: $I(U, V) = |h(U, V)|^2$, 即点扩展函数。由一阶贝塞尔函数的性质知 $h(0, 0) = N\pi a^2$, 并归一化得:

$$S(U, V) = \left| \frac{2J_1[a(U^2 + V^2)^{1/2}]}{a(U^2 + V^2)^{1/2}} \right|^2 \left\{ \frac{1}{N} + \frac{2}{N^2} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{i=i+1}^N \cos \left[2r_i(U^2 + V^2) \sin \left(\frac{\theta_i - \theta_i}{2} \right) \cos \left(\varphi + \frac{\theta_i + \theta_i}{2} \right) \right] \right\}, \quad (14)$$

(14) 式中

$$\varphi = \arcsin \left[\frac{U}{(U^2 + V^2)^{1/2}} \right] = \arccos \left[\frac{V}{(U^2 + V^2)^{1/2}} \right]. \quad (15)$$

系统的光学传递函数(OTF)是点扩展函数的傅里叶变换, 对(14)式取二维傅里叶变换

$$T_{\text{OTF}}(f_x, f_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S(U, V) \exp[-j2\pi(f_x U + f_y V)] dU dV \Big|_{\substack{f_x = x/(\lambda f) \\ f_y = y/(\lambda f)}}. \quad (16)$$

由(14)式和(16)式可知, 对于工作于一定波长的有确定焦距的光综合孔径阵而言, 其像平面上的

光强和光学传递函数与子孔径数 N 、子孔径半径 a 、大圆半径 r 、子孔径的位置 θ_i 密切相关。设一个非相干辐射的扩展源分布为 $O(U, V)$, 通过二维圆周光综合孔径阵衍射后所成的像为 $H(U, V)$, 则根据成像理论, 所成的像为目标源与光学系统点扩展函数 $S(U, V)$ 的卷积, 因此有

$$H(U, V) = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} S(U-U', V-V') O(U', V') dU' dV', (17)$$

(17) 式再一次说明所成的像的质量主要取决于系统的点扩展函数 $S(U, V)$, 并与子孔径数 N 、子孔径

半径 a 、大圆半径 r 、子孔径的位置 θ_i 密切相关。

4.3 优化与非优化阵列的点扩展函数(PSF)比较

为了进一步分析遗传算法得到的优化结果, 下面运用计算机进行仿真, 分析其点扩展函数。取 $a=1 \text{ mm}$, $R=80 \text{ mm}$, $\lambda=808 \text{ nm}$, $f=300 \text{ mm}$ 应用表 1 中的结果, 比较在圆周上均匀分布和优化分布的 $N=16$ 个综合孔径阵列的成像特性。将图 2(a) 和图 2(b) 相比较, 显然, 经优化设计后, 阵列的点扩展函数次峰强度明显减小, 由于通过光综合孔径系统所成的像是点扩展函数与实际的目标源的卷积, 故经过优化后的成像质量有所提高。

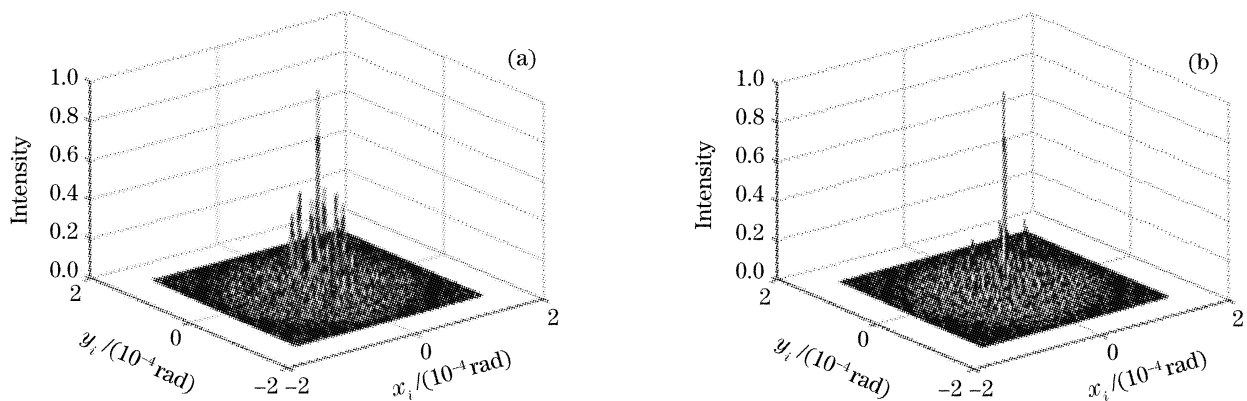


图 2 $N=16$ 时均匀排列(a)和用遗传算法优化排列(b)后圆周阵列的点扩展函数

Fig. 2 Point spread function of circle array optimized by uniform array (a) and genetic algorithm (b)

4.4 遗传算法与模拟退火算法优化结果比较

为了说明使用遗传算法也可以很好地解决综合孔径阵列的优化问题, 将所得到的子孔径阵列优化结果与参考文献[5]中作者运用模拟退火算法(SAA)所得的结果进行对比, 依据(1)式计算子孔径数目 N 分别为 8~16 个子孔径在其优化排列时对应的目标函数, 如表 2 中所示。

表 2 8~16 个子孔径的模拟退火算法优化与遗传算法优化后的目标函数对比

Table 2 Contrast of objective function between simulated annealing algorithm (SAA) and genetic algorithm (GA) optimization for 8~16 sub-apertures

| N | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|-----|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| SAA | 3398 | 5584 | 8691 | 12904 | 18593 | 25914 | 35195 | 46803 | 61054 |
| GA | 3413 | 5604 | 8713 | 12966 | 18617 | 25938 | 35234 | 46833 | 61088 |

从表 2 中可以发现: 在相同的子孔径数目下运用遗传算法优化时所得到的目标函数值更大, 根据前述优化模型, 遗传算法优化后对应的排布结果更优。此外, 由于模拟退火算法对整个搜索空间的状况了解不多, 不便于使搜索过程进入最有希望的搜索区域, 这使得模拟退火算法在应用中效率低下; 而遗传算法同时使用多个搜索点的搜索信息, 具有并行性的特点, 故搜索效率高, 在优化计算中也相对更省时间。

5 结 论

分析了综合孔径阵列优化模型, 利用实数编码的遗传算法对二维圆周光综合孔径阵列的子孔径位置进行优化排列, 依据最小冗余度和均匀分布的原则设计了优化的目标函数。对 8~16 个子孔径阵进行优化排列, 并与模拟退火算法的结果进行对比, 表明了遗传算法的综合孔径阵列优化的实用性。通过对该二维圆周光综合孔径阵列的点扩展函数与非优化阵列的对比分析, 得到遗传算法优化后成像质量可以显著提高。本文运用的遗传算法是一种通用的

优化算法,它可以推广应用到其它类型区域平面上(如 Y 型、T 型、十字型平面区域甚至有更为复杂边界的平面区域)的综合孔径阵列的优化排列,但由于具体区域的边界形状不同,需要对约束条件进行重新设定。本文的结果对实际工程实现有重要的参考价值。

参 考 文 献

- 1 A. B. Meinel. Aperture synthesis using independent telescope [J]. *Appl. Opt.*, 1970, **9**(11): 2501~2504
- 2 A. Richard Thompson, James M. Moran, George W. Swenson. *Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy* [M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001. 426~466
- 3 Jiang Yuesong. Size effects of sub-aperture on imaging of linear array of optical synthetic aperture[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(8): 1042~1047 (in Chinese)
江月松. 直线阵光学综合孔径成像中的子孔径尺寸效应[J]. *光学学报*, 2005, **25**(8): 1042~1047
- 4 Olivier Guyon, Francois Roddier. Aperture rotation synthesis: optimization of the (u, v) -plane coverage for a rotating phased array of telescopes[J]. *PASP*, 2001, **113**: 98~104
- 5 Chen Haiting, Jiang Yuesong, Zhong Yu. Study of optimization and imaging properties of two-dimensional circle array for optical synthetic aperture system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(12): 1616~1622 (in Chinese)
陈海亭,江月松,钟宇. 二维圆周光综合孔径阵的优化排列及其成像特性研究[J]. *光学学报*, 2005, **25**(12): 1616~1622
- 6 T. J. Cornwell. A novel principle for optimization of the instantaneous Fourier plane coverage of correlation arrays[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1988, **36**(8): 1165~1167
- 7 Xing Wenxun, Xie Jinxing. *Modern Optimization Algorithms* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1999. 140~192 (in Chinese)
刑文训,谢金星. 现代优化计算方法[M]. 北京:清华大学出版社,1999. 140~192
- 8 Wang Fulin, Wang Jiquan, Wu Changyou *et al.*. The improved research on actual number genetic algorithm [J]. *J. Biomathematics*, 2006, **21**(1): 153~158 (in Chinese)
王福林,王吉权,吴昌友等. 实数遗传算法的改进研究[J]. *生物数学学报*, 2006, **21**(1): 153~158
- 9 Fan Weijun, Xia Zhengliang, Zhou Bifang. Mathematical model of optical aperture synthesis image-plane interference and computer simulation [J]. *J. Infrared and Millimeter Waves*, 2004, **23**(2): 143~147 (in Chinese)
范伟军,夏正良,周必方. 光学综合孔径像面干涉数学模型与计算机仿真[J]. *红外与毫米波学报*, 2004, **23**(2): 143~147
- 10 A. H. Greenaway. Optical aperture synthesis[J]. *Meas. Sci. Technol.*, 1991, **2**(1): 1~12
- 11 Long Weijun, Wang Zhile, Zhou Yanping. Imaging analysis computer simulation of optical synthetic aperture telescope[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(8): 1009~1014 (in Chinese)
龙伟军,王治乐,周彦平. 光学综合孔径望远镜成像分析及计算机仿真[J]. *光学学报*, 2004, **24**(8): 1009~1014
- 12 Wang Haitao, Zhou Bifang. Beam combiner in optical aperture synthesis telescope array[J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(9): 1109~1115 (in Chinese)
王海涛,周必方. 光学综合孔径望远镜阵的光束组合器[J]. *光学学报*, 2002, **22**(9): 1109~1115