

文章编号: 0253-2239(2007)09-1585-8

# 传输矩阵法分析微环谐振器阵列传输特性\*

张小贝 黄德修 洪伟 张新亮

(武汉光电国家实验室(筹), 华中科技大学光电子科学与工程学院, 武汉 430074)

**摘要:** 微环谐振器可用作未来高密度、超大规模集成光路的基本构件,其重要发展方向之一是多环化、阵列化,微环谐振器阵列近来成为研究的热点。基于定向耦合器、环形谐振腔、直波导腔的基本单元传输矩阵,建立了用于分析微环谐振器阵列传输特性的传输矩阵模型。讨论了列间距对传输特性的影响,并数值模拟了不同尺度的奇数行和偶数行情况下谐振器阵列的传输特性。结合此传输矩阵模型,讨论了通过改变微环谐振器阵列的尺度以及耦合系数以实现滤波特性改善的方案。最后数值研究了最小尺度微环谐振器阵列传输特性与腔间耦合系数的关系。

**关键词:** 导波光学; 光学滤波器; 微环谐振器阵列; 传输矩阵法; 耦合系数

中图分类号: TN252; TN256 文献标识码: A

## Transfer Matrix Method for Analyzing Transmission Characteristics of Microring Resonator Arrays

Zhang Xiaobei Huang Dexiu Hong Wei Zhang Xinliang

(Wuhan National Laboratory for Optoelectronics, School of Optoelectronics Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

**Abstract:** The microring resonator is one of the promising building blocks for future high-density and large-scale integrated optics. One of its important development trends is multiplying and arraying it. Recently, microring resonator arrays have become research topics. Based on transfer matrices of cells of directional couplers, ring resonators and straight waveguide resonators, a transfer matrix model for analyzing the transmission characteristics of microring resonator arrays is established. The effects of the distance between two adjacent columns on the transmission characteristics are discussed, and the transmission characteristics are numerically simulated under conditions of odd and even rows for different dimensions. With the proposed model, the schemes of improving filtering characteristics by changing the dimensions and coupling coefficients of microring resonator array are discussed. Finally, the relation between the transmission characteristics and intercavity coupling coefficients of the microring resonator array with the smallest dimension is numerically studied.

**Key words:** waveguide optics; optical filters; microring resonator array; transfer matrix method; coupling coefficient

### 1 引言

随着密集波分复用(DWDM)技术的发展,结合不断提高的集成光学加工工艺技术,基于微环的光学滤波器成为热点研究课题<sup>[1~9]</sup>。

单微环的传输谱线为洛伦兹曲线,而理想的滤

波器形状——“箱形”,具有平坦的通带,陡峭的滚降,低串扰,能很好抑制旁瓣。人们提出各种形式的级联微环,如串联<sup>[10,11]</sup>、并联<sup>[12~14]</sup>、阵列<sup>[15,16]</sup>等形式。微环阵列综合了串联和并联形式的特性,能实现箱形滤波<sup>[15,16]</sup>。但实际由于损耗的存在,微环的

\* 国家自然科学基金(60577007)和教育部新世纪优秀人才计划(NECT-04-715)资助项目。

作者简介:张小贝(1982—),男,湖北宜城人,博士研究生,主要从事集成光学器件与光纤通信方面的研究。

E-mail: hustzhang@gmail.com

导师简介:黄德修(1937—),男,教授,博士生导师,主要从事光纤通信与传感方面的研究与教学工作。

E-mail: wnlo2@mail.hust.edu.cn

收稿日期:2006-12-13;收到修改稿日期:2007-04-05

数目增多,会使得传输特性严重劣化。因此,在尽量少的微环数下实现箱形滤波器是十分重要的问题。Little 等人提出对并联微环通过渐变耦合系数实现旁瓣抑制<sup>[14]</sup>,以及通过耦合系数的最大平坦设计对串联微环实现带内纹波抑制<sup>[11]</sup>。

如果能在微环阵列中引入变耦合系数,则能大大降低微环阵列的微环数目。因此,本文首先建立了能适用于变耦合系数分析的微环阵列模型,该模型是基于阵列的基本单元,使得模型形式简单但是非常实用。

## 2 微环阵列模型

图 1 为微环及其级联形式示意图,图 1(a)为单微环,其中  $A_2, A_1, B_2, B_1$  分别表示输入端、传输端、下载端、上载端的光场复振幅,图 1(b)为  $M$  个微环的串联形式,图 1(c)为  $N$  个微环的并联形式,图 1(d)为  $M \times N$  微环阵列。在并联、阵列形式中,不考虑两相邻列之间微环的耦合。记  $M_0 = [M/2]$  表示不小于  $M/2$  的最小自然数,则当阵列为奇数行时  $M = 2M_0 - 1$ ,当阵列为偶数行时  $M = 2M_0$ 。

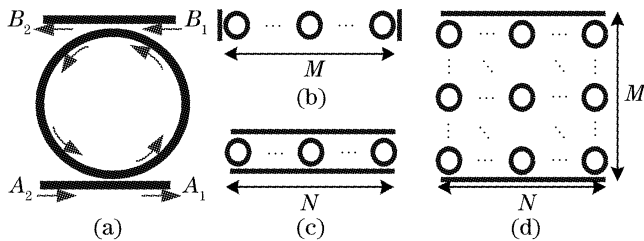


图 1 微环及其级联形式。(a)单微环,(b)串联形式,(c)并联形式,(d)阵列形式

Fig.1 Microring resonators and their cascading forms.

(a) Single microring resonator, (b) series coupled form, (c) parallel coupled form, (d) array form

### 2.1 基本单元传输矩阵

图 2 所示为组成微环阵列的基本单元,分别对应图 2(a)~图 2(f)中,  $E_1, E_2, E_3, E_4$  为基本单元中的光场复振幅。基本单元的传输矩阵可以统一表示为  $\begin{bmatrix} E_2 \\ E_4 \end{bmatrix} = \Theta \begin{bmatrix} E_1 \\ E_3 \end{bmatrix}$ , 对应的传输矩阵集合为  $\Theta = \{\Theta | \Theta \in \{\Theta_c, \tilde{\Theta}_c, \Theta_r, \tilde{\Theta}_r, \Theta_l, \Theta_u\}\}$ 。设耦合器传输系数为  $t$ , 耦合系数为  $k$ , 在无损耦合下,  $t^2 + k^2 = 1$ 。设两相邻列间距为  $L$ , 环形谐振腔半径为  $R$ , 相应的波导腔、环腔半程复振幅变化因子分别为  $l = \exp(i\beta L)$ ,  $p = \exp(i\gamma\pi R)$ , 其中复传播常量  $\gamma = \beta + i\alpha$ , 传播常量  $\beta = 2\pi n_{\text{eff}}/\lambda$ ,  $\alpha$  为环腔半程振幅衰减系数,  $n_{\text{eff}}$  为波导有效折射率,  $\lambda$  为光波波长。

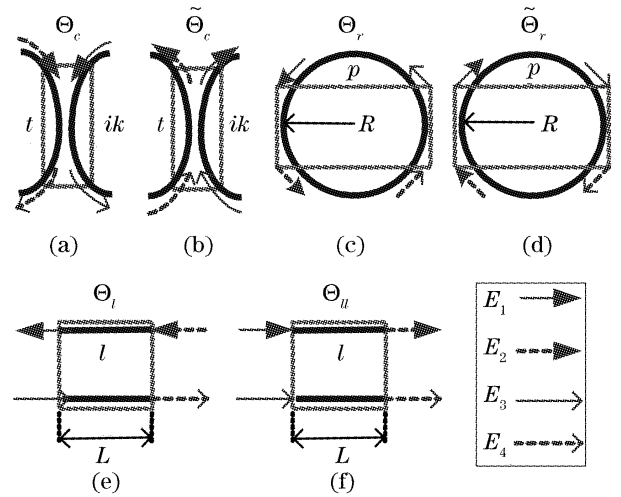


图 2 微环阵列的基本单元。(a)耦合器(左侧为顺时针方向),(b)耦合器(左侧为逆时针方向),(c)环形谐振腔(顺时针方向),(d)环形谐振腔(逆时针方向),(e)相邻列间的波导腔( $M = 2M_0 - 1$ ),(f)相邻列间的波导腔( $M = 2M_0$ )

Fig.2 Basic units of microring resonator array. (a) Coupler with the left side clockwise, (b) coupler with the left side counterclockwise, (c) ring resonator with the cycling direction clockwise, (d) ring resonator with the cycling direction counterclockwise, (e) waveguides between adjacent columns when  $M = 2M_0 - 1$ , (f) waveguides between adjacent columns when  $M = 2M_0$

结合耦合器传输矩阵  $\begin{bmatrix} E_3 \\ E_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t & ik \\ ik & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}$ , 得到

$$\begin{aligned} \Theta_c &= \frac{i}{k} \begin{bmatrix} t & -1 \\ 1 & -t \end{bmatrix}, & \tilde{\Theta}_c &= \frac{-i}{k} \begin{bmatrix} t & -1 \\ 1 & -t \end{bmatrix}, \\ \Theta_r &= \begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & p^{-1} \end{bmatrix}, & \tilde{\Theta}_r &= \begin{bmatrix} p^{-1} & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix}, \\ \Theta_l &= \begin{bmatrix} l^{-1} & 0 \\ 0 & l \end{bmatrix}, & \Theta_u &= \begin{bmatrix} l & 0 \\ 0 & l \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

实际上,对应图 2(e),图 2(f)还有两种形式:  $\begin{bmatrix} l & 0 \\ 0 & l^{-1} \end{bmatrix}$  和  $\begin{bmatrix} l^{-1} & 0 \\ 0 & l \end{bmatrix}$ , 由于在微环阵列模型中假定输入光为特定方向,因此在分解微环阵列的时候,只需要图 2(e),图 2(f)两种基本单元即可。

利用以上  $\Theta$  元素  $\Theta$  的组合即可实现任意形式的级联微环。首先分析上述基本单元  $\Theta$  的性质,根据行列式性质,不妨将  $\Theta$  划分为三类子集,  $\Theta_c = \{\Theta_c, \tilde{\Theta}_c\}$ ,  $\Theta_r = \{\Theta_r, \tilde{\Theta}_r, \Theta_l\}$ ,  $\Theta_u = \{\Theta_u\}$ , 对应的行列式性质如下:  $|\Theta| = \begin{cases} -1, & \Theta \in \Theta_c \\ 1, & \Theta \in \Theta_r, \text{ 以及 } \Theta_c \Theta_c \\ l^2, & \Theta \in \Theta_u \end{cases}$

$$\begin{aligned} \widetilde{\Theta}_c \widetilde{\Theta}_c &= I, \Theta_c \widetilde{\Theta}_c = -I, \Theta_r \widetilde{\Theta}_r = I, \Theta_l = II, \text{不妨设} \\ A &= \{a_x | a_x \in \Theta_c, x \in [1, W]\}, \\ B &= \{b_x | b_x \in \Theta_r, x \in [1, X]\}, \\ C &= \{c_x | c_x \in (\Theta_r - \{\Theta_l\}), x \in [1, Y]\}, \\ D &= \{d_x | d_x \in \Theta_l, x \in [1, Z]\}, \end{aligned}$$

对于  $M \times N$  微环阵列

$$\begin{aligned} W &= (M+1) \times N, \\ X &= \begin{cases} M \times N + N - 1, & M = 2M_0 - 1 \\ M \times N, & M = 2M_0 \end{cases} \\ Y &= M \times N, \\ Z &= \begin{cases} 0, & M = 2M_0 - 1 \\ N - 1, & M = 2M_0 \end{cases} \end{aligned}$$

1) 当  $M = 2M_0 - 1$  时, 阵列的集合表示:

$$S = \{s_x | s_x \in A \cup B, x \in [1, S], S = W + X\},$$

令传输矩阵  $O = \prod_{x=1}^S s_x$ , 则

$$\begin{aligned} |O| &= \left| \prod_{x=1}^S s_x \right| = \prod_{x=1}^S |s_x| = \\ &(-1)^W 1^X = (-1)^W, \end{aligned}$$

即  $|O|$  取决与属于  $\Theta_c$  元素的个数。

2) 当  $M = 2M_0$  时, 阵列的集合表示:

$$\begin{aligned} F &= \{f_x | f_x \in A \cup C \cup D, x \in [1, F], \\ &F = W + Y + Z\}, \end{aligned}$$

则  $O = \prod_{x=1}^F f_x$ , 则

$$\begin{aligned} |O| &= \left| \prod_{x=1}^F f_x \right| = \prod_{x=1}^F |f_x| = \\ &(-1)^W (1)^Y (l^2)^Z = l^{2Z} (-1)^W, \end{aligned}$$

综上所述得

$$|O| = \begin{cases} (-1)^W, & M = 2M_0 - 1 \\ l^{2Z} (-1)^W, & M = 2M_0 \end{cases} \quad (1)$$

在不考虑损耗 ( $\alpha = 0$ ) 的情况下, 通过观察可以

知道:  $\Theta \in \Theta_c \cup \Theta_r$  均满足  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ b^* & a^* \end{bmatrix}$ , 则

$$\begin{aligned} S = AB &= \begin{bmatrix} a & b \\ b^* & a^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c & d \\ d^* & c^* \end{bmatrix} = \\ &\begin{bmatrix} ac + bd^* & ad + bc^* \\ a^* d^* + b^* c & a^* c^* + b^* d \end{bmatrix} \end{aligned}$$

仍然满足以上矩阵形式, 知  $S_{11} = S_{22}^*, S_{12} = S_{21}^*$ , 故在  $\Theta \in \Theta_c \cup \Theta_r$  类型的基本单元下, 恒定满足

$$S_{11} = S_{22}^*, \quad S_{12} = S_{21}^*. \quad (2)$$

### 2.2 微环阵列模型

如图 3 所示  $M \times N$  微环阵列模型, 并建立  $n-m$

自然数坐标系以标定阵列中微环, 其中  $m \in [1, M]$ ,  $n \in [1, N]$ , 记第  $n$  列、第  $m$  行处微环为  $MR(n, m)$ , 记第  $n$  列微环总体为  $MR(n, :)$ 。出于简化目的, 此处只给出奇数行 ( $M = 2M_0 - 1$ ) 的示意图, 此时上端直波导中光路为从右向左; 而当阵列为偶数行 ( $M = 2M_0$ ) 时, 上端直波导中光路为从左向右; 当  $m$  为偶数时,  $MR(n, m)$  中光为顺时针方向, 当  $m$  为奇数时,  $MR(n, m)$  中光为逆时针方向。  $MR(n, m)$  的相关参量如下: 环腔半径为  $R_{nm}$ , 下侧耦合器传输系数为  $t_{nm}$ , 耦合系数为  $k_{nm}$ , 上侧耦合器传输系数为  $t_{n(m+1)}$ , 耦合系数为  $k_{n(m+1)}$ , 环腔半程复振幅变化因子  $p_{nm} = \exp(i\gamma\pi R_{nm})$ 。在阵列不少于两列即  $N \geq 2$  情况下,  $MR(n, :)$  与  $MR(n-1)$  间距为  $L_{n-1}$ , 波导腔复振幅变化因子  $l_{n-1} = \exp(i\gamma L_{n-1})$ , 对应的横向传输矩阵  $V_{n-1}$ ; 在  $n \leq N-1$  情况下,  $MR(n, :)$  与  $MR(n+1, :)$  间距为  $L_n$ , 波导腔复振幅变化因子  $l_n = \exp(i\gamma L_n)$ , 对应的横向传输矩阵为  $V_n$ :

$$V_n = \begin{cases} \begin{bmatrix} l_n^{-1} & 0 \\ 0 & l_n \end{bmatrix} \sim \Theta_l, & M = 2M_0 - 1 \\ \begin{bmatrix} l_n & 0 \\ 0 & l_n \end{bmatrix} \sim \Theta_l, & M = 2M_0 \end{cases}$$

$MR(n, :)$  对应的四端口光信号分别为  $A_{n2}$  (输入),  $A_{n1}$  (输出),  $B_{n2}$  (当  $M = 2M_0 - 1$  时为下载; 当  $M = 2M_0$  时为上载),  $B_{n1}$  (当  $M = 2M_0 - 1$  时为上载; 当  $M = 2M_0$  为下载)。

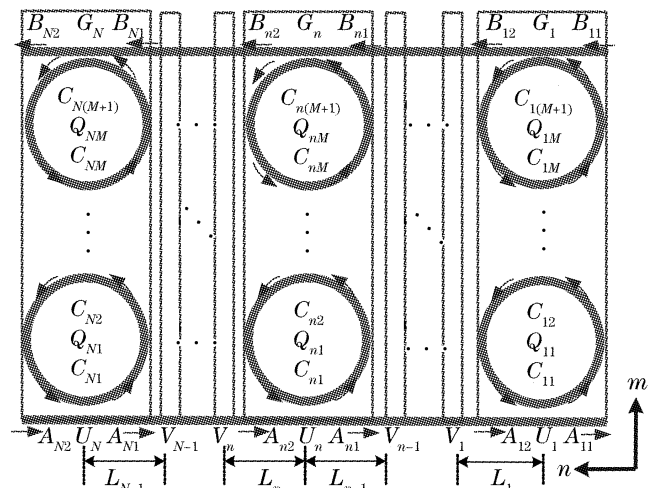


图 3 微环阵列模型示意图(此处只给出  $M = 2M_0 - 1$  情况下的图形)

Fig. 3 Schematic diagram of the microring resonator array when  $M = 2M_0 - 1$

采用图 3 所示的分解方法, 设定微环阵列总传输矩阵为  $P$ , 即  $\begin{bmatrix} B_{11} \\ A_{11} \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} B_{N2} \\ A_{N2} \end{bmatrix}$ ,  $MR(n, :)$  的横向传

传输矩阵为  $U_n$ 。对于  $MR(n, :)$ , 设其上下侧单元传输矩阵分别为  $C_{n(m+1)}, C_{nm}$ , 环腔单元传输矩阵为  $Q_{nm}$ , 每一列的纵向传输矩阵  $G_n$  是由  $C_{nm}$  与  $Q_{nm}$  组成, 对每一列有  $\begin{bmatrix} A_{n2} \\ A_{n1} \end{bmatrix} = G_n \begin{bmatrix} B_{n2} \\ B_{n1} \end{bmatrix}$ , 则每一列的纵向传输矩阵为

$$G_n = \left( \prod_{m=1}^M C_{nm} Q_{nm} \right) C_{n(M+1)} = K_n \left( \prod_{m=1}^M C'_{nm} Q_{nm} \right) C'_{n(M+1)}, \quad (3)$$

其中

$$Q_{nm} = \begin{cases} \begin{bmatrix} p_{nm} & 0 \\ 0 & p_{nm}^{-1} \end{bmatrix} \sim \Theta_r, & m = 2M_0 - 1 \\ \begin{bmatrix} p_{nm}^{-1} & 0 \\ 0 & p_{nm} \end{bmatrix} \sim \tilde{\Theta}_r, & m = 2M_0 \end{cases} \quad (4)$$

且

$$K_n = (-1)^{\frac{M(M+1)}{2}} (i)^{M+1} \prod_{m=1}^{M+1} \frac{1}{k_{nm}},$$

$$G'_{nm} = \begin{bmatrix} t_{nm} & -1 \\ 1 & -t_{nm} \end{bmatrix},$$

结合  $\begin{bmatrix} B_{n1} \\ A_{n1} \end{bmatrix} = U_n \begin{bmatrix} B_{n2} \\ A_{n2} \end{bmatrix}$ , 则得到每一列的横向传输矩阵  $U_n$ :

$$U_n = \begin{bmatrix} \frac{-G_{n,11}}{G_{n,12}} & \frac{1}{G_{n,12}} \\ \frac{-(G_{n,11}G_{n,22} - G_{n,12}G_{n,21})}{G_{n,12}} & \frac{G_{n,22}}{G_{n,12}} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

对于  $MR(n, :)$ , 如果有  $M$  个环腔, 则存在  $M+1$  个波导耦合单元, 结合(1)式, 则

$$G_{n,11}G_{n,22} - G_{n,12}G_{n,21} = |G_n| = (-1)^{M+1},$$

则(5)式简为

$$U_n = \begin{bmatrix} -G_{n,11}/G_{n,12} & 1/G_{n,12} \\ (-1)^M/G_{n,12} & G_{n,22}/G_{n,12} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

结合  $\begin{bmatrix} B_{n2} \\ A_{n2} \end{bmatrix} = V_n \begin{bmatrix} B_{(n+1)1} \\ A_{(n+1)1} \end{bmatrix}$  ( $N \geq 2$  情况下), 则

$$P = \begin{cases} U_1 \prod_{n=2}^N V_{n-1} U_n, & N \geq 2 \\ U_1, & N = 1 \end{cases} \quad (7)$$

1) 当  $M = 2M_0 - 1$ , 输入为  $A_{N2}$ , 上载为  $B_{11}$ 。结合  $B_{11} = P_{11}B_{N2} + P_{12}A_{N2}$ ,  $A_{11} = P_{21}A_{N2} + P_{22}B_{N2}$ , 推导可得, 下载端:  $B_{N2} = \frac{1}{P_{11}}B_{11} - \frac{P_{12}}{P_{11}}A_{N2}$ , 传输端:

$$A_{11} = \frac{P_{21}}{P_{11}}B_{11} + \frac{P_{11}P_{22} - P_{12}P_{21}}{P_{11}}A_{N2}。$$

2) 当  $M = 2M_0$ , 输入为  $A_{N2}$ , 上载为  $B_{N2}$ , 则下载端  $B_{11} = P_{11}B_{N2} + P_{12}A_{N2}$ , 传输端  $A_{11} = P_{21}B_{N2} + P_{22}A_{N2}$ 。

在无上载信号情况下, 归一化复振幅传输特性为

$$\begin{bmatrix} \zeta_T \\ \zeta_D \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} |P|/P_{11} \\ -P_{12}/P_{11} \end{bmatrix}, & M = 2M_0 - 1 \\ \begin{bmatrix} P_{22} \\ P_{12} \end{bmatrix}. & M = 2M_0 \end{cases}, \quad (8)$$

定义传输端归一化强度传输特性:  $T = |\zeta_T|^2$ , 下载端归一化传输特性:  $D = |\zeta_D|^2$ 。采用本模型可以计算损耗对微环谐振器阵列的影响, 与对单个微环谐振器<sup>[17]</sup>、双微环谐振器<sup>[18]</sup>相似, 损耗会使得传输特性劣化。只讨论不考虑损耗情况下(即  $\alpha = 0$ )的微环阵列传输特性。在没有损耗的情况下, 传输端与下载端归一化强度之和应当遵守能量守恒, 这也是检验模型和数值模拟是否正确的一个方法, 数值模拟表明:  $T + D = 1$  恒定成立, 因此研究下载端归一化传输特性(Normalized intensity)即可。下面的数值模拟中, 选取  $R_{nm} = R_{11} = 10 \mu\text{m}$ ,  $n_{\text{eff}} = 1.5$ 。

### 3 微环阵列传输特性分析

首先分析阵列的相邻两列间距  $L_n$  的影响(考虑列间距均相等的情况, 令均等于  $L_1$ )。在阵列为  $M=1, N=5, t_{nm} = t_{11} = 0.9$  的情况下, 选取  $L_1$  分别为  $\pi R_{11}, 1.5\pi R_{11}, 2\pi R_{11}$ , 则得到下载端归一化强度传输特性如图 4 所示。当  $L_1 = 1.5\pi R_{11}$  时(实线), 通带较窄, 旁瓣较多, 串扰较大; 当  $L_1 = 2\pi R_{11}$  时(点线), 通带比较接近理想的箱状, 但是在通带两边也存在比较大的旁瓣; 而当  $L_1 = \pi R_{11}$  时(虚线), 通带

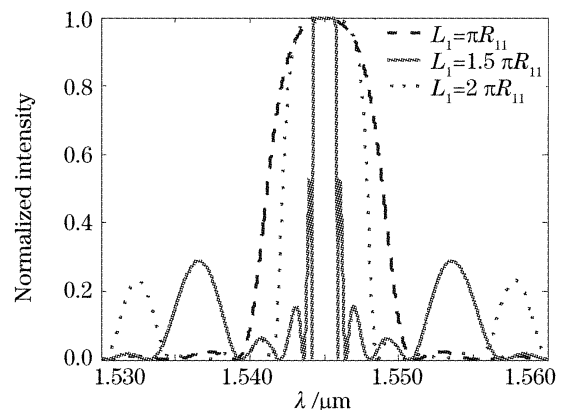


图 4 微环阵列 ( $M=1, N=5$ ) 下载端归一化强度传输特性,  $t_{nm} = t_{11} = 0.9$

Fig. 4 Normalized intensity transmissions of the microring resonator array at the drop port ( $M=1, N=5$ )  $t_{nm} = t_{11} = 0.9$

接近理想的箱状,旁瓣较小,这种情况对应于列间波导腔和单环腔的谐振条件吻合<sup>[15]</sup>。因此,在下面的数值模拟中,列间距选择为满足列间波导腔与单环谐振波长重合的长度,即  $L_n = \pi R_{11}$ 。

图 5 给出了 12 种 ( $M=1\sim 4, N=1\sim 3$ ) 不同的微环阵列的传输特性,其中  $t_{mm} = t_{11} = 0.9$ ,在所研究的光波范围  $[1.53 \mu\text{m}, 1.56 \mu\text{m}]$  内,单微环谐振波长为  $\lambda_0 = 1.545 \mu\text{m}$ 。图 5(a) 中,当  $N$  增大,  $-3 \text{ dB}$  谐振带宽增大,通带也变得平坦一些,但同时旁瓣数量增多(如插图所示),旁瓣数与列数  $N$  成正比关系;图 5(c) 中旁瓣基本被抑制,但是由于模式分裂<sup>[19]</sup> 导致通带内产生纹波,纹波数目与  $M$  相等,且中间的峰正好位于  $\lambda_0$  处,随着  $N$  的增大,谐振带宽基本保持不变,而通带内纹波程度减小。

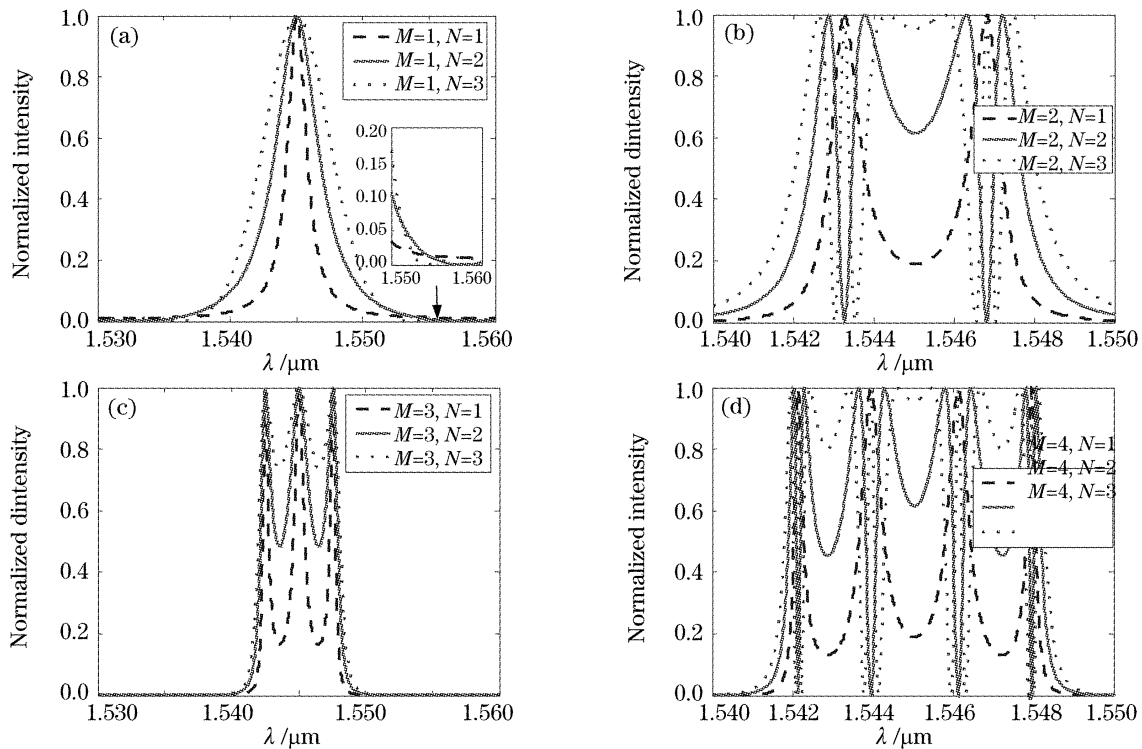


图 5 不同行、列 ( $M=1\sim 4, N=1\sim 3$ ) 情况下,微环阵列下载端归一化强度传输特性,  $t_{mm} = t_{11} = 0.9$

Fig. 5 Normalized intensity transmissions of microring resonator arrays with different rows and columns at the drop ports,  $t_{mm} = t_{11} = 0.9$

#### 4 微环阵列滤波特性的改善

由图 5 可知不同结构下的微环阵列传输特性会存在不同程度的通带纹波和带外旁瓣,下面研究微环阵列滤波特性的改善。

对于并联形式,增加列数,通带带宽加宽,但是旁瓣增多,采用对耦合系数切趾的方法<sup>[14]</sup> 即耦合系数的渐变(横向)分布,可以抑制旁瓣。图 6(a) 为并联形式 ( $M=1, N=5$ ) 的级联微环,实线为耦合系数相等  $k_{mm} = k_{11} = 0.5$  情况下的下载端传输特性,在

图 5(b)、图 5(d) 中,当  $N=1$  时,与奇数行情况不同的是,在  $\lambda_0$  附近是通带,随着  $N$  增大,通带变得平坦,但是谐振峰会不断地产生分裂,分裂的数目与  $M$  成正比,偶数行条件下传输特性的公式  $P = U_1 \prod_{n=2}^N V_{n-1} U_n = \prod_{n=2}^N l_{n-1} \prod_{n=1}^N U_n$ ,微环各列的因子积  $\prod_{n=1}^N U_n$  与列间波导腔的因子积  $\prod_{n=2}^N l_{n-1}$  是可以相互分离的;而对于奇数行的传输矩阵,列间波导腔与微环各列的因子相互耦合,不能分离。由图 5 可知,偶数行微环阵列传输特性在通带内有许多零传输点,从设计滤波器的角度来说,奇数行微环阵列则具有良好的传输特性,下面的讨论中针对的是奇数行微环阵列。

通带附近旁瓣程度比较大 ( $\sim -20 \text{ dB}$ ),取  $k_{3m} = 0.5$ ,当对耦合系数引入高斯分布:  $k_{mm} = k_{3m} \exp[-(n-2)^2/10]$  (耦合系数分布如图 6(a) 插图所示),所得传输特性曲线如图 6(a) 虚线所示,可以看出旁瓣被抑制 ( $\sim -30 \text{ dB}$ ),而通带基本保持不变的平坦度。

对于串联形式,增加行数,使得旁瓣抑制,但是纹波增多,采用耦合系数的合理分布(纵向)使得纹波抑制,但是由于耦合系数的减少,会导致通带带宽

减少。图 6(b)为串联形式( $M=5, N=1$ )的级联微环,实线为耦合系数相等  $k_{mn}=k_{11}=0.5$  情况下的下载端传输特性,由于模式分裂<sup>[19]</sup>,造成通带内纹波振荡程度比较大。当对纵向的耦合系数采用最大平坦化<sup>[11]</sup>,取  $k_{n1}=k_{n6}=0.5, k_{n2}=k_{n5}=k_{n1}^2 \sqrt{0.0955}, k_{n3}=k_{n4}=k_{n1} \sqrt{0.0295}$  [耦合系数分布如图 6(b)插图所示],所得传输特性如图 6(b)虚线所示,表明模式分裂导致的带内纹波消失,但是随之而来的是通带带宽的减少,这是由于耦合系数的减少导致。

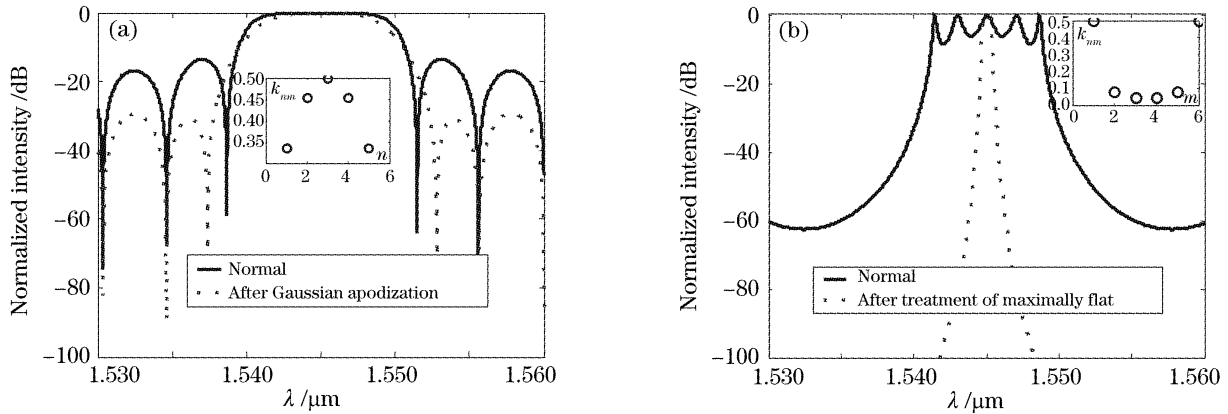


图 6 通过耦合系数的改变实现滤波特性的改善(实线:  $k_{mn}=k_{11}=0.5$ )。(a) 并联形式下( $M=1, N=5$ ), 耦合系数的渐变(横向)分布抑制旁瓣; 插图为耦合系数分布, (b) 串联形式下( $M=5, N=1$ ), 耦合系数的优化(纵向)分布抑制纹波; 插图为耦合系数分布

Fig. 6 Improvements of filter characteristics by varying coupling coefficients (solid lines:  $k_{mn}=k_{11}=0.5$ ). (a) Suppressing sidelobes by varying coupling coefficients transversely for the parallel coupled form ( $M=1, N=5$ ); the inset shows distributions of coupling coefficients, (b) suppressing ripples by varying coupling coefficients longitudinally for the series coupled form ( $M=5, N=1$ ); the inset shows distributions of coupling coefficients

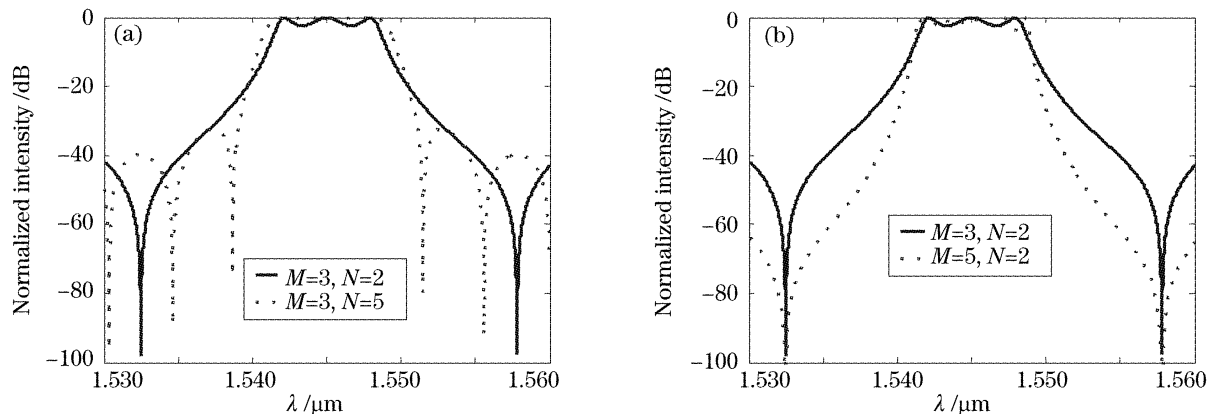


图 7 通过改变阵列结构实现滤波特性的改善( $k_{mn}=k_{11}=0.9$ )。(a) 增加列数使得通带平坦, (b) 增加行数抑制旁瓣  
Fig. 7 Improvements of filtering characteristics by varying configurations of microring resonator arrays ( $k_{mn}=k_{11}=0.9$ ). (a) Obtaining flat top by increasing the number of columns, (b) suppressing sidelobes by increasing the number of rows

## 5 最小尺度微环阵列的传输特性

以上讨论的滤波特性改善的四种方案中,都存在不同问题和实际困难。如果耦合系数渐变程度大,一方面使得工艺精度要求高,另外将会导致部分耦合系数变得很小,不足以克服损耗,即使不计损耗,耦合系

当微环阵列的耦合系数一致的时候,图 7 给出了通过阵列结构的改变以实现滤波特性改善的示意图,实线为( $M=3, N=2$ )情况下的传输特性。图 7(a)为增加列数使得通带平坦的方案,实线表明通带不是很平坦,当增加列数  $N=5$  如虚线所示,通带实现平坦化,但是也导致旁瓣增多;图 7(b)为增加行数抑制旁瓣的方案,当增加行数  $M=5$  如虚线所示,旁瓣得到显著的抑制,但是通带内的纹波有所增加。

数过小也会导致通带带宽很窄[例如图 6(b)所示]。此外通过增加微环阵列的行数抑制旁瓣、增加列数来使得通带平坦,也会因为微环数目的增多而导致损耗限制。因此,为获取箱状滤波特性,综合以上四种滤波特性的改善方法,即:选取数量最少的微环阵

列尺度(行数  $M$ 、列数  $N$ )以及耦合系数  $k_{mn}$  最小渐变程度的分布,使得在微环数量最少、耦合系数渐变程度最小的情况下,得到最为理想的箱形滤波器,即通带平坦且带宽合适,滚降程度大,旁瓣抑制程度高,串扰低。设计的基本思想是:首先确定  $M=3$  (这是最少的阵列行数,实现了初步的旁瓣抑制),再确定  $N=2$  (这是最少的阵列列数,实现了初步的通带平坦),最后确定耦合系数  $k_{mn}$  的分布。

对于所设计的最小尺度微环阵列( $M=3, N=2$ ),考虑到直波导与环腔耦合系数  $k_{n1}$  与  $k_{n4}$  的对称性,腔间耦合系数  $k_{n2}$  与  $k_{n3}$  的对称性,由于有两列,因此横向耦合系数无需渐变,不妨选取  $k_{n1}=k_{n4}=k_0=0.5, k_{n2}=k_{n3}=k_1$ ,考察当改变  $k_1$  时最小尺度微环阵列的传输特性,如图 8(a)为下载端归一化强度传输特性随  $k_1$  变化的伪彩图,其中四条虚线(i)~(iv)对应  $k_1=0.7, 0.5, 0.3, 0.1$ ,图 8(b)给出了相应的下载端归一化强度传输特性。由图 8(a)可知,当  $k_1$  减少,通带纹波程度降低,同时通带宽度减少,数值模拟研究还发现:当且仅当  $k_1=k_0$  时,通带不存在零传输[如图 8(b)中(ii)所示],而当  $k_1>k_0$

时,零传输位于通带内最外面两个纹波波峰的内侧[如图 8(b)中(i)所示],当时,零传输位于最外面两个纹波波峰的外侧(如图 8(b)中(iii)和(iv)所示),通带中出现零传输的现象是由于光场在多谐振腔与直波导腔中交互作用造成,最近 Xu 等<sup>[20]</sup>报道了一简单的级联微环( $M=1, N=2$ )中出现类似零传输的现象。在设计最小尺度微环阵列的箱状滤波器特性时,主要考虑通带宽度  $B$  (定义为  $-3$  dB 带宽)、通带纹波抑制比  $\eta_r$  (定义为 dB 表示的带内纹波波谷大小)、通带带边陡峭系数(刻画箱形的系数)  $\eta_b$  (定义为  $-1$  dB 带宽与  $-10$  dB 带宽的比值)、旁瓣抑制比  $\eta_s$  (定义为 dB 表示的带外旁瓣波峰大小)这四方面的因素,采用本模型数值计算  $k_1=0.20$  情况下相应的参量为:  $B=2.37$  nm,  $\eta_r=-0.06$  dB,  $\eta_b=0.9669$ ,  $\eta_s=-6.08$  dB。我们将采用解析方法对用于滤波的最小尺度微环阵列进行深入的研究,可以研究微环腔长、耦合系数等因素对通带宽度、通带纹波抑制比、通带带边陡峭系数、旁瓣抑制比的影响,并给出最小尺度微环阵列箱状滤波器的设计准则。

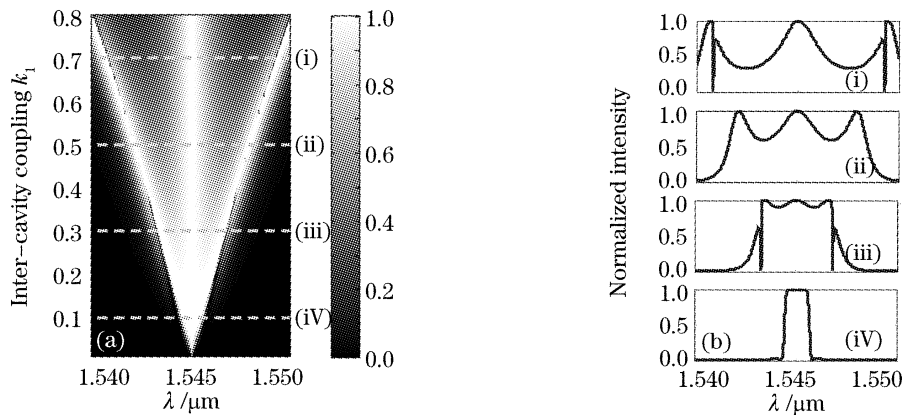


图 8 最小尺度微环阵列下载端归一化强度传输特性( $M=3, N=2, k_{n1}=k_{n4}=k_0=0.5, k_{n2}=k_{n3}=k_1$ )。(a) 归一化强度传输特性与  $k_1$  的关系, (b) 对应(i)~(iv)的归一化强度传输特性

Fig. 8 Normalized intensity transmissions of the microring resonator array with the smallest dimension ( $M=3, N=2, k_{n1}=k_{n4}=k_0=0.5, k_{n2}=k_{n3}=k_1$ ). (a) Normalized intensity transmissions as a function of  $k_1$ , (b) Normalized intensity transmissions corresponding to the four dashed lines (i)~(iv)

## 6 结 论

首先给出了计算微环阵列传输特性的模型;分析了列间距对传输特性的影响,当阵列间距形成的波导腔与环腔谐振波长相等时,传输特性较好;得到了不同形式(奇数行、偶数行)微环阵列的传输特性,数值模拟表明:奇数行的微环阵列传输特性具有良好的滤波器特性,而偶数行的微环阵列传输特性由于受列间距波导腔的作用,出现更多的模式分裂现

象;采用本模型讨论了改变微环阵列尺度以及耦合系数以改善微环阵列滤波特性的方案,并提出将以上方案结合以实现最小尺度微环阵列箱状滤波器,大大减少了微环数目;数值研究了最小尺度微环阵列归一化强度传输特性与腔间耦合系数之间的关系,最后给出了深入研究最小尺度微环阵列的箱状滤波器的一些建议。

## 参 考 文 献

- 1 M. S. Nawrocka, T. Liu, X. Wang *et al.*. Tunable silicon microring resonator with wide free spectral range[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2006, **89**(7): 071110-1~071110-3
- 2 M. A. Popovic, T. Barwicz, M. R. Watts *et al.*. Multistage high-order microring-resonator add-drop filters[J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(17): 2571~2573
- 3 Tzyy-Jiann Wang, Yen-Hao Huang, Hsuen-Li Chen. Resonant-wavelength tuning of microring filters by oxygen plasma treatment[J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2005, **17**(3): 582~584
- 4 Y. Yanagase, S. Yamagata, Y. Kokubun. Wavelength tunable polymer microring resonator filter with 9.4 nm tuning range[J]. *Electron. Lett.*, 2003, **39**(12): 922~924
- 5 S. J. Emelett, R. A. Soref. Synthesis of dual-microring-resonator cross-connect filters[J]. *Opt. Exp.*, 2005, **13**(12): 4439~4456
- 6 Jianyi Yang, Qingjun Zhou, Feng Zhao *et al.*. Characteristics of optical bandpass filters employing series-cascaded double-ring resonators[J]. *Opt. Commun.*, 2003, **228**: 91~98
- 7 Dong Xiaowei, Pei Li, Jian Shuisheng. Transfer matrix method for analyzing the characteristics of multiple-ring higher order microring resonators[J]. *Chin. J. Lasers*, 2005, **32**(7): 929~932 (in Chinese)  
董小伟,裴丽,简水生. 传输矩阵法分析多环高阶谐振滤波器特性[J]. *中国激光*, 2005, **32**(7): 929~932
- 8 Han Xiyou, Pang Fufei, Cai Haiwen *et al.*. Optical waveguide ring resonator or filter by using ion-exchanged glass[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(7): 31~35 (in Chinese)  
韩秀友,庞拂飞,蔡海文等. 一种离子交换制备的玻璃光波导谐振腔滤波器[J]. *光学学报*, 2006, **26**(7): 31~35
- 9 Jianyi Yang, Fan Wang, Xiaoqing Jiang *et al.*. Linearization of Mach-Zehnder modulator using microring-based all-pass filter[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2005, **3**(6): 333~335
- 10 R. Orta, P. Savi, R. Tascone *et al.*. Synthesis of multiple-ring-resonator filters for optical systems[J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1995, **7**(12): 1447~1449
- 11 B. E. Little, S. T. Chu, H. A. Haus *et al.*. Microring resonator channel dropping filters[J]. *J. Lightwave Technol.*, 1997, **15**(6): 998~1005
- 12 A. Melloni. Synthesis of a parallel-coupled ring-resonator filter[J]. *Opt. Lett.*, 2001, **26**(12): 917~919
- 13 G. Griffel. Synthesis of optical filters using ring resonator arrays[J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2000, **12**(7): 810~812
- 14 B. E. Little, S. T. Chu, J. V. Hryniewicz *et al.*. Filter synthesis for periodically coupled microring resonators[J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(5): 344~346
- 15 Y. M. Landobasa, S. Darmawan, M.-K. Chin. Matrix analysis of 2-D microresonator lattice optical filters[J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 2005, **41**(11): 1410~1418
- 16 Yan Xin, Ma Chunsheng, Xu Yuanzhe *et al.*. Theoretical analysis of  $M \times N$  microring resonator array on silicon[J]. *Chin. J. Semiconductor*, 2005, **26**(11): 2223~2229 (in Chinese)  
闫欣,马春生,徐元哲等. 硅基  $M \times N$  型微环阵列谐振滤波器的理论分析[J]. *半导体学报*, 2005, **26**(11): 2223~2229
- 17 Yang Jianyi, Jiang Xiaoqing, Wang Minghua *et al.*. Characteristics and limitations of optical filters employing single-ring microresonators[J]. *J. Optoelectronics · Laser*, 2003, **14**(1): 12~16 (in Chinese)  
杨建义,江晓清,王明华等. 采用单环微谐振器的光滤波器特性及其局限性[J]. *光电子·激光*, 2003, **14**(1): 12~16
- 18 Yang Jianyi, Jiang Xiaoqing, Wang Minghua. Filtering characteristics of series-coupled double-ring optical microresonators[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(10): 31~35 (in Chinese)  
杨建义,江晓清,王明华. 串联双环光微谐振器的滤波特性[J]. *光学学报*, 2003, **23**(10): 31~35
- 19 D. D. Smith, H. Chang, K. A. Fuller. Whispering-gallery mode splitting in coupled microresonators[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2003, **20**(9): 1967~1974
- 20 Q. Xu, S. Sandhu, M. L. Povinelli *et al.*. Experimental realization of an on-chip all-optical analogue to electromagnetically induced transparency[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, **96**(12): 123901-1~123901-4