

文章编号: 0253-2239(2007)08-1387-6

# 盘片式光纤传感器灵敏度计算方法<sup>\*</sup>

王永杰 李芳<sup>\*\*</sup> 肖浩 张松伟 王锐 刘育梁

(中国科学院半导体研究所集成光电子学国家重点实验室, 北京 100083)

**摘要:** 系统地开展了对各类盘片式光纤传感器灵敏度的研究工作。以周边固支、中心镶嵌刚性质量块的盘片式光纤加速度传感器为例, 分析了传感器弹性盘片上各点的应力应变状态; 结合迈克耳孙干涉仪原理, 建立了计算传感器加速度灵敏度的数学模型, 并讨论了粘贴光纤盘的最佳尺寸。制作两个相应的传感器进行对比实验, 验证了上述计算模型的正确性。采用上述模型系统地推导了不同边界条件情况下盘片式光纤传感器的粘贴区域和灵敏度计算公式。对盘片式光纤传感器如光纤加速度传感器、光纤压力传感器、光纤水听器等的设计制作具有理论指导作用。

**关键词:** 光纤传感器; 光纤加速度计; 灵敏度计算; 迈克耳孙干涉仪; 弹性盘片; 光纤圈

中图分类号: TN253; TP212 文献标识码: A

## Sensitivity Calculation of Disk-Type Fiber-Optic Sensor

Wang Yongjie Li Fang Xiao Hao Zhang Songwei Wang Rui Liu Yuliang

(State Key Laboratory on Integrated Optoelectronics, Institute of Semiconductors,  
the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100083)

**Abstract:** Taking the disk-type fiber optic accelerometer with a center-embedded and edge-fixed rigid mass block as an example, the stress and strain distribution on the flexural disk of the sensor is analyzed. The mathematical model for the acceleration sensitivity of the sensor is established based on Michelson interferometer principle, and the optimum sticking fiber disk dimension is discussed. Two sensors are fabricated and compared experimentally to verify the calculation model. With the above model, the sticking area and sensitivity calculating formulas are deduced under different boundary conditions. The result is useful for the design of disk-type fiber-optic sensors, such as accelerometer, pressure gauge and hydrophone.

**Key words:** fiber-optic sensor; fiber-optic accelerometer; sensitivity calculation; Michelson interferometer; flexural disk; fiber coil

## 1 引 言

光纤传感技术是伴随着光导纤维和光纤通信技术发展而形成的一门崭新的传感技术。光纤传感器不但具有抗电磁干扰的特优点, 而且其体积小重量轻、动态范围大、精度高、可远距离传输、电绝缘、能在恶劣环境下工作<sup>[1]</sup>, 其中干涉型光纤加速度传感器还具备动态范围大、灵敏度高的特点, 成为目前光纤传感的主要研究热点之一<sup>[1~8]</sup>。由弹性盘片作为换能器的光纤干涉型传感器结构简单紧凑, 体积小, 易满足实用要求, 能方便地被开发为各种传感器

而备受关注<sup>[1,4,8]</sup>。

在以往的盘片式光纤传感器灵敏度计算中, Geoffrey A. Cranch 对中心固支加速度传感器进行了分析<sup>[1]</sup>, 但分析中仅仅考虑径向应变的作用。张哲等人理论上建立了周边固支水听器的灵敏度模型<sup>[4]</sup>。但有关此类传感器灵敏度计算较为全面的计算模型及系统总结并没有详细报道。

本文以周边固支、中心镶嵌质量块的盘片式光纤加速度传感器为例, 分析弹性盘片上应变特性, 建立了灵敏度计算的模型。讨论了盘面上粘贴光纤盘

<sup>\*</sup> 中国科学院重大项目基金(KGCX1-SW-10)资助课题。

作者简介: 王永杰(1979-), 男, 河南南阳人, 博士研究生, 主要从事光纤传感和光纤通信等方面的研究。

E-mail: wyj@semi.ac.cn

导师简介: 刘育梁(1966-), 男, 山西人, 研究员, 博士生导师, 主要从事大规模光纤激光传感网络的关键技术及其工业应用和用于智能光网络的半导体光子芯片及微米、纳米级集成光信息处理系统方面的研究。E-mail: ylliu@semi.ac.cn

<sup>\*\*</sup> 通信联系人。E-mail: lifang@semi.ac.cn

收稿日期: 2006-08-22; 收到修改稿日期: 2006-12-21

的最佳位置和尺寸,并制作传感器实际验证了理论分析的正确性,在此基础上系统总结了各种边界条件下盘片式传感器的最佳粘贴区域和灵敏度公式。

## 2 基本原理

设计的光纤加速度传感器示意如图 1 所示。图中  $a, b$  分别代表圆形弹性盘片的外、内半径,  $c, d$  分别代表粘贴在弹性盘上的光纤盘的内、外半径,  $t$  为弹性盘厚度,  $h$  为质量块的高度。

弹性盘片采用周边固支的方式,在振动的环境中,周边固支、中心镶嵌有质量块的两个弹性盘片在

质量块惯性力的作用下发生同步挠曲,每个盘片上下表面的不同区域分别发生拉伸和压缩形变,作为迈克耳孙干涉仪干涉臂的两个光纤盘分别粘贴在两个弹性盘上、下表面的相应区域上,光纤盘受到等幅反向的应力作用而形成推挽结构,在增大灵敏度的同时消除环境影响。由同一个经过被调制的光源发出的光分别经过两个干涉臂,干涉臂的长度和折射率的变化使每个干涉臂内的光的相位发生变化,即干涉光强度发生变化,通过相位生成载波(Phase generated carrier, PGC)<sup>[9]</sup>解调系统反推出振动加速度的大小,如图 2 所示。

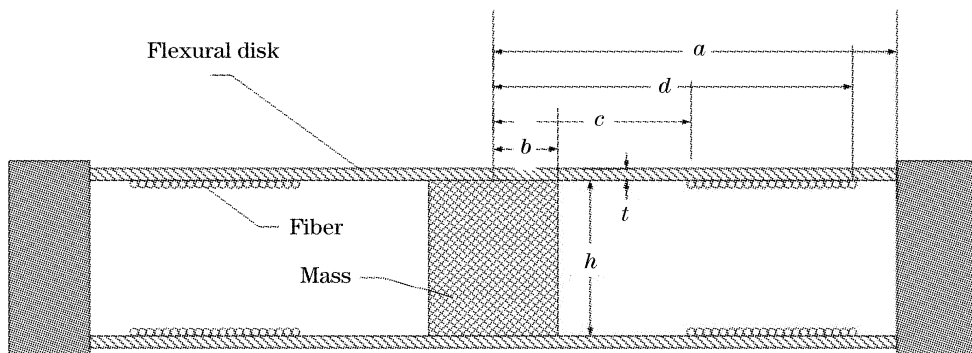


图 1 周边固支型光纤加速度传感器示意图

Fig. 1 Structure of an edge-fixed fiber optic accelerometer

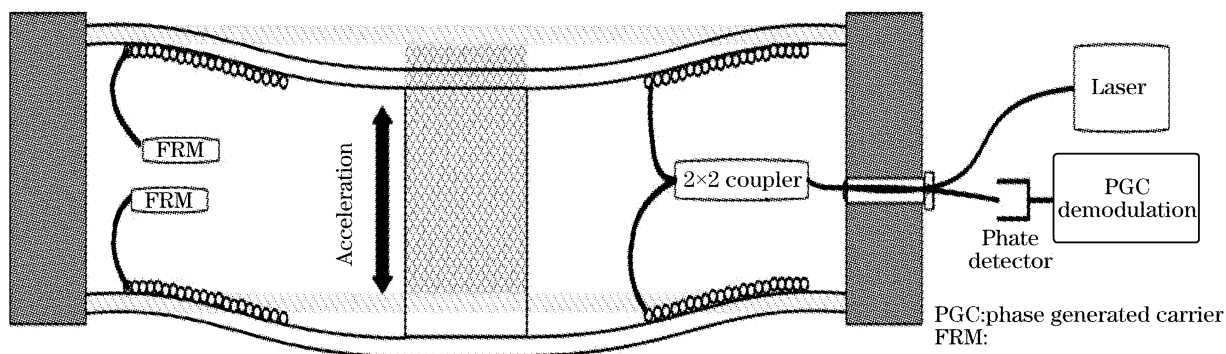


图 2 周边固支型光纤加速度传感器系统工作示意图

Fig. 2 Working principle of an edge-fixed fiber optic accelerometer

## 3 计算分析

### 3.1 应力应变分析

在惯性力作用下,紧固连接质量块的两个弹性盘同步挠曲,以任一弹性圆盘作为弹性板进行研究,由于质量块的质量  $m$  远大于弹性盘的质量,故忽略弹性盘的自身质量。对于受到惯性力  $P(P = m \cdot \Delta a = \rho h \pi b^2 \cdot \Delta a, \Delta a$  为振动加速度)作用,弹性盘内半径为  $r$  圆处的剪力为  $Q = P / (2\pi \cdot r)$ , 代入(1)式<sup>[10]</sup>

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dw}{dr} \right) \right] = \frac{Q}{D}, \quad (1)$$

其中  $w$  为半径为  $r$  处的挠度,  $D = Et^3 / 12(1 - \mu^2)$  为

盘片的刚度系数,  $E$  为材料的弹性模量,  $\mu$  为材料的泊松比。

对于周边固支、中心镶嵌硬质量块的弹性盘,其边界条件

$$w|_{r=a} = 0, \quad \frac{dw}{dr} \Big|_{r=a} = 0, \quad w|_{r=b} = 0, \quad (2)$$

联立(1)式、(2)式得

$$w = \frac{Pa^2}{8\pi D} \left[ (1 + A) \left( 1 - \frac{r^2}{a^2} \right) - \left( B + \frac{r^2}{a^2} \right) \ln \left( \frac{a}{r} \right) \right], \quad (3)$$

其中  $A = \frac{b^2}{a^2 - b^2} \ln \left( \frac{a}{b} \right) - \frac{1}{2}, B = \frac{2b^2}{a^2 - b^2} \ln \left( \frac{a}{b} \right),$

半径  $r$  处的径向、切向应变分别为

$$\epsilon_r = -z \frac{d^2 w}{dr^2} = \frac{3P(1-\mu^2)}{4\pi E l^2} \left\{ 2 \left[ A + \ln \left( \frac{a}{r} \right) \right] + 1 - B \frac{a^2}{r^2} \right\}, \quad (4)$$

$$\epsilon_\theta = -z \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} = \frac{3P(1-\mu^2)}{4\pi E l^2} \left\{ 2 \left[ A + \ln \left( \frac{a}{r} \right) \right] - 1 + B \frac{a^2}{r^2} \right\}. \quad (5)$$

### 3.2 光纤盘大小确定

对于一定惯性力(质量块 0.017 kg, 加速度 0.98 m/s<sup>2</sup>)作用下的弹性片, 挠度大小分布如图 3 所示, 其表面上应力应变分布如图 4 所示。

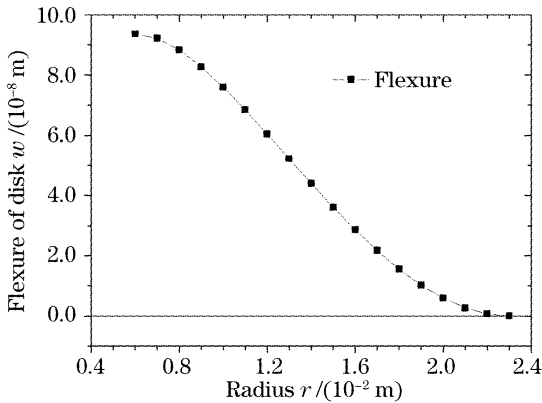


图 3 盘片挠度随半径变化

Fig. 3 Flexure of the disk versus radius

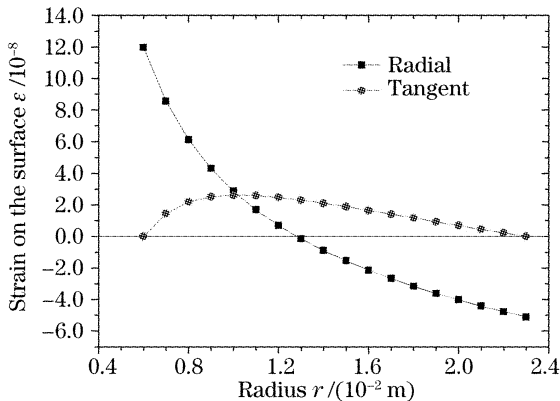


图 4 盘片两种应变随半径变化

Fig. 4 Two perpendicular strains on the surface versus radius

在半径为  $r$  的圆上, 由径向应变和切向应变引起的每一个圆环长度变化在不同位置是不同的, 即  $\Delta l'_r = 2\pi r \cdot \epsilon_r$  和  $\Delta l'_\theta = 2\pi r \cdot \epsilon_\theta$ , 如图 5 所示。

从图 5 可以看出, 由切向引起的光纤环长度变化始终为正, 即切向应变引起的长度变化方向一致, 都使光纤增长; 而由径向引起的光纤环长度变化出现了符号变化, 即在盘面上靠近外部区域径向应变引起光纤长度缩短, 在靠近中心区域径向引起光纤长度增长, 两个区域的作用效果相反。

惯性力作用下弹性盘表面形成一定规则的应力应变分布, 光纤螺旋盘绕行成的光纤盘粘贴在弹性

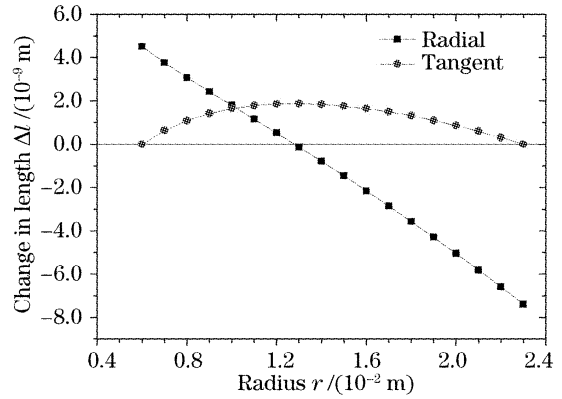


图 5 两种应变在不同半径处分别产生的光纤长度变化

Fig. 5 Changes of the fiber length induced by two perpendicular strains versus radius

盘面上一起参与应变, 在径向应变和切向应变的共同作用下, 单个光纤盘引起的切向长度变化为

$$\Delta l = \Delta l_\theta + \Delta l_r = \int_c^d (\epsilon_\theta + \epsilon_r) \frac{2\pi r}{\Omega} dr, \quad (6)$$

其中  $\Omega$  为光纤直径, 当  $\epsilon_r + \epsilon_\theta = 0$  时, 即

$$r_0 = a \cdot \exp \left[ \frac{b^2}{a^2 - b^2} \ln \left( \frac{a}{b} \right) - \frac{1}{2} \right], \quad (7)$$

处光纤的应变为零, 是区域 A 和区域 B 的分界点。半径为  $r$  处的光纤长度变化如图 6 所示, 即处在区域 A 和区域 B 的光纤长度分别拉长和缩短。为增大灵敏度, 兼顾光纤弯曲损耗的影响, 确定区域 B ( $r_0 \leq r \leq a$ ) 为光纤粘贴区域; 若粘贴横跨两个区域不仅降低传感器的灵敏度, 还会增大弯曲损耗、浪费光纤。

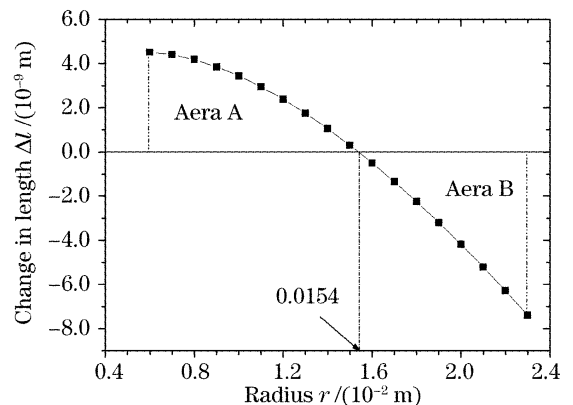


图 6 光纤长度变化量随半径变化

Fig. 6 Total change of the fiber length versus radius

### 3.3 相位灵敏度分析

值得注意的是在光纤长度的变化引起光的相位

发生变化的过程中,也存在着光纤折射率的变化,即弹光效应<sup>[11]</sup>。光纤中光相位变化为<sup>[12]</sup>

$$\frac{\Delta\varphi}{\varphi} = 0.79 \times \frac{\Delta l}{l}, \quad (8)$$

迈克耳孙干涉仪(Michelson interferometer)两个干涉臂引起的相位差为

$$\Delta\Phi = 4nk \cdot \Delta l, \quad (9)$$

联立(4)式、(5)式、(6)式、(8)式、(9)式,得到相位灵敏度<sup>[13]</sup>(单位:rad/g,g为重力加速度)为

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta G} = \frac{\beta}{2} \left[ \left( A + \frac{1}{2} \right) \frac{d^2 - c^2}{2} + \frac{1}{2} \left( d^2 \ln \frac{a}{d} - c^2 \ln \frac{a}{c} \right) \right], \quad (10)$$

(10) 式中  $\beta = 0.79 \times 9.8 \times \frac{4nkm\tau}{D\Omega}$ 。

### 4 实验分析

为了验证上述推导,制作两个如图 7 所示的不同参量周边固支加速度传感器进行验证比较。作为传感器核心部件的弹性盘片如图 8 所示,其中左边



图 7 两个用于验证实验的传感器

Fig. 7 Two different edge-fixed fiber optic accelerometers to test

的是“传感器 1”,右边的是“传感器 2”,具体参数如表 1 所示。

表 1 不同光纤盘参量的两个周边固支型加速度传感器对比实验

Table 1 Two edge-fixed fiber optic accelerometers with different fiber disk parameters for compavison experiment

Parameters	Sensor 1	Sensor 2
Outer radius of disk $a$ / m	0.023	0.023
Inner radius of disk $b$ / m	0.006	0.006
Inner radius of fiber coil $c$ / m	0.010	0.016
Outer radius of fiber coil $d$ / m	0.023	0.023
Fiber length $L$ / m	5.39	3.43
Young's modulus $E$ / Pa	$1.1 \times 10^{11}$	$1.1 \times 10^{11}$
Density of disk $\rho$ ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	8600	8600
Mass $m$ / kg	0.017	0.017
Theoretical responsibility / (rad/g)	158.25	253.95
Experimental responsibility / (rad/g)	120.1	186.4

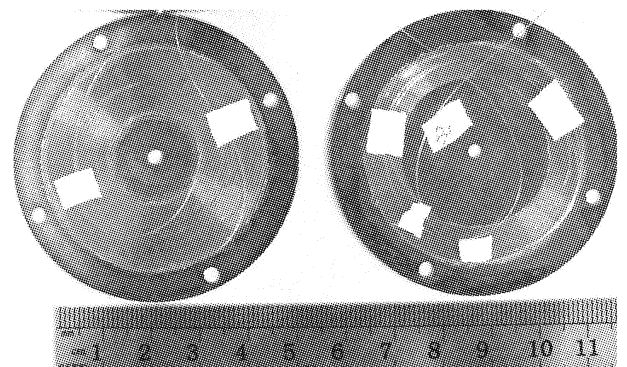


图 8 传感器弹性盘片及粘贴的光纤

Fig. 8 Photograph of flexural disks and fiber coils

对于频率 50 Hz、幅度  $0.98 \text{ m}/\text{s}^2$  的加速度信号,两个传感器的对比响应分别如下图 9 所示,“传感器 1”“传感器 2”的灵敏度分别为  $120.1 \text{ rad}/\text{g}$  和  $186.4 \text{ rad}/\text{g}$ 。

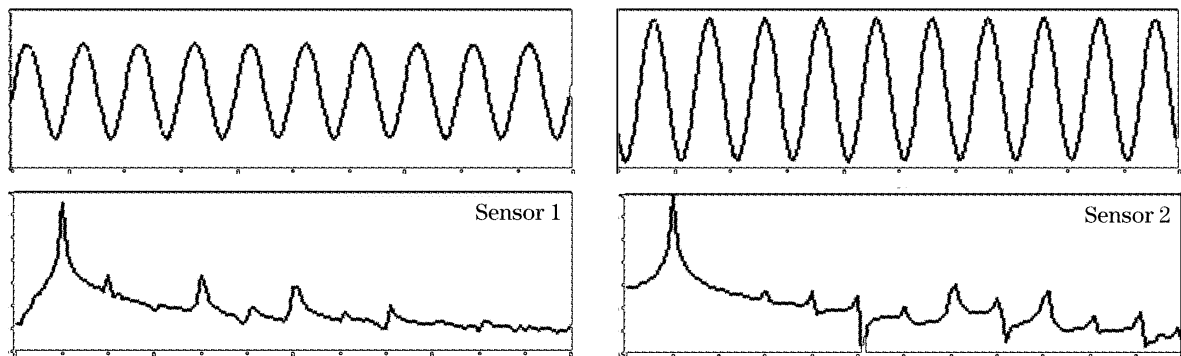


图 9 50 Hz 0.1 g 振动信号下传感器测试对比图

Fig. 9 Comparison experimental results with 50 Hz, 0.1 g viberating signal

实验中的弹性盘区域分界点为: $r_0 = 0.0154 \text{ m}$ ,从表 1 可以看出,对于“传感器 1”,其光纤环内半径

小于  $r_0 = 0.0154$ ,即光纤分布在区域  $A(b \leq r \leq r_0)$  和区域  $B(r_0 \leq r \leq a)$  中,区域  $B$  中的部分光纤的应

变被 A 区域的抵消,所以尽管“传感器 1”采用了较长的光纤,但其灵敏度却小于“传感器 2”。

由实测结果可以看出,理论计算较好地符合实际情况,验证了理论计算的正确性。实测结果和理论计算存在差异主要产生在:

- 1) 光纤盘对于弹性盘片的应力应变影响;
- 2) 粘贴有光纤盘的复合材料板的等效杨氏模量和弹性板杨氏模量的差异;
- 3) 理论分析忽略弹性板质量;
- 4) 传感器并非完全“固支”,实际介于“固支”和

“简支”之间。

### 5 模型推广

采用上述步骤和方法,可以得到不同边界条件下的粘贴区域和灵敏度,如表 2 所示,其中  $\alpha=0.79 \times 9.8 \times \frac{4\pi\sigma nkt^2}{D\Omega}$ ,  $\beta=0.79 \times 9.8 \times \frac{4nkm}{D\Omega}$ ,  $m$  为质量块的质量,  $r_{\min}$  表示光纤圈在一定损耗前提下的最小缠绕半径。

表 2 不同边界条件下粘贴区域和灵敏度计算公式

Table 2 Sticking area and acceleration sensitivity expression under different boundary conditions

Boundary conditions		Critical point	Sticking area	Sensitivity
Edge fixed	Mass loaded	$r_0 = a \exp\left(\frac{b^2}{a^2 - b^2} \ln \frac{a}{b} - \frac{1}{2}\right)$	$r_0 \leq r \leq a$	Eq. (10)
	No mass loaded	$r_0 = a/\sqrt{2}$	$r_0 \leq r \leq a$	Eq. (11)
Edge simply supported	Mass loaded	—	$r_{\min} \leq r \leq a$	Eq. (12)
	No mass loaded	—	$r_{\min} \leq r \leq a$	Eq. (13)
Center fixed	Mass loaded	$r_0 = a \exp\left(\frac{-b^2}{a^2 - b^2} \ln \frac{a}{b} - \frac{1}{2}\right)$	$r_0 \leq r \leq a$	Eq. (14)
	No mass loaded	—	$r_{\min} \leq r \leq a$	Eq. (15)
Center simply supported	Mass loaded	$r_0 = a \exp\left\{\frac{b^2[1+(1+\mu)\ln(b/a)]}{a^2(1-\mu)+b^2(1+\mu)} - \frac{1}{2}\right\}$	$r_0 \leq r \leq a$	Eq. (16)
	No mass loaded	—	$r_{\min} \leq r \leq a$	Eq. (17)

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta G} = \frac{\alpha}{16} [(c^2 - d^2)(-a^2 + c^2 + d^2)], \tag{11}$$

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta G} = \frac{\beta}{8} [(2A + 1)(d^2 - c^2) + 2(d^2 \ln \frac{a}{d} - c^2 \ln \frac{a}{c})], \tag{12}$$

(12) 式中  $A = \frac{1 - \mu}{2[(1 + \mu)a^2 + (1 - \mu)b^2]} [a^2 - b^2(1 + 2\ln \frac{a}{b})]$ ,

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta G} = \frac{\alpha(c^2 - d^2)}{16(1 + \mu)} [(c^2 + d^2)(1 + \mu) - a^2(3 + \mu)], \tag{13}$$

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta G} = \frac{\beta(c^2 - d^2)}{4(a^2 - b^2)} [b^2(c^2 - d^2) \ln \frac{b}{a} + (a^2 - b^2)(c^2 \ln \frac{c}{a} - d^2 \ln \frac{d}{a})], \tag{14}$$

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta G} = \frac{\alpha}{16} \left\{ (c^2 - d^2)[a^2(2 + 4A) + c^2 + d^2] + 4a^2(c^2 \ln \frac{a}{c} - d^2 \ln \frac{a}{d}) \right\}, \tag{15}$$

(15) 式中  $A = \frac{-a^2}{4[(1 + \mu)a^2 + (1 - \mu)b^2]} [(1 + 3\mu) + (1 - \mu)(2 + \frac{b^2}{a^2} + 4\ln \frac{a}{b}) \frac{b^2}{a^2}]$ ,

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta G} = \frac{\beta}{4A} \left\{ b^2(c^2 - d^2) \left[ (1 + \mu) \ln \frac{b}{a} + 1 \right] + c^2 \left[ A - b^2(1 + \mu) \left( \ln \frac{c}{a} - 1 \right) \right] - Ad^2 \ln \frac{d}{a} \right\}, \tag{16}$$

(16) 式中  $A = a^2(-1 + \mu) - b^2(1 + \mu)$ ,

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta G} = \frac{\alpha}{16} \left\{ (c^2 - d^2)[a^2(2 + 4A) + c^2 + d^2] + 4a^2(c^2 \ln \frac{a}{c} - d^2 \ln \frac{a}{d}) \right\}. \tag{17}$$

(17) 式中  $A = \frac{b^2}{a^2 - b^2} \ln \frac{a}{b} - \frac{(1 + 3\mu)a^2 + (3 + \mu)b^2}{4(1 + \mu)a^2}$ .

由表 2 可以看出,对于周边固支结构(无论是否镶嵌质量块)、中心固定(固支和简支)且周边有质量块共计四种固定方式,均存在一个应变的分界点  $r_0$ , 兼顾弯曲损耗的影响,确定  $r_0 \leq r \leq a$  为最佳的粘贴区域;对于其余的结构,不存在应变分界点  $r_0$ , 设计制作中在保证弯曲损耗的情况下,可以尽可能的增大粘贴区域以提高灵敏度。

## 6 结 论

因此,在材料和盘片尺寸确定的情况下,盘片的应力应变分布是一定的。为了能够获得最高的灵敏度,兼顾弯曲损耗等影响因素,确定盘片的大小成为传感器设计的关键。

文中理论模型建立在理想的平板模型之上,给出各种边界条件下的最佳粘贴区域和灵敏度计算公式,为以后此类传感器的设计加工具有指导意义。今后的工作将集中于更加精细模型的建立,如引入复合材料的模型、弹性盘片的变厚度问题等。

## 参 考 文 献

- Geoffrey A. Cranch, Philip J. Nash. High-responsivity fiber-optic flexural disk accelerometers[J]. *J. Lightwave Technol.*, 2000, **18**(9):1233~1243
- N. Zeng, C. Z. Shi, M. Zhang *et al.*. A 3-component fiber-optic accelerometer for well logging [J]. *Opt. Commun.*, 2004, **234**(1~6): 153~162
- Ding Guilan, Liu Zhenfu, Cui Yuming *et al.*. An all-fiber optic accelerometer based on compliant cylinders [J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(3): 340~343 (in Chinese)  
丁桂兰,刘振富,崔宇明等. 顺变柱体型全光纤加速度检波器[J]. *光学学报*, 2002, **22**(3): 340~343
- Zhang Zhe, Shen Xingwang, Ma Hengjian. Theoretical analysis of acoustic sensitivity of fiber optic hydrophone [J]. *J. Appl. Opt.*, 1994, **15**(6): 41~46 (in Chinese)  
张 哲,沈兴旺,马恒坚. 光纤水听器声灵敏度的理论分析[J]. *应用光学*, 1994, **15**(6): 41~46
- Yan Zhigang, Ding Guilan, Chen Caihe *et al.*. Three-component all-fiber acceleration seismometer and digital processing system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(12): 1413~1417 (in Chinese)  
严志刚,丁桂兰,陈才和等. 三分量全光纤加速度检波器及数字处理系统[J]. *光学学报*, 2003, **23**(12): 1413~1417
- Xiong Shuidong, Luo Hong, Hu Yongming *et al.*. Research on interferometric polarization maintaining fiber optic micro-vibration vector sensor[J]. *Chin. J. Lasers*, 2004, **31**(7): 843~847 (in Chinese)  
熊水东,罗 洪,胡永明等. 干涉型保偏光纤微振动矢量传感器研究[J]. *中国激光*, 2004, **31**(7): 843~847
- Luo Hong, Xiong Shuidong, Hu Yongming *et al.*. Research on three-component all polarization-maintaining fiber optic accelerometer[J]. *Chin. J. Lasers*, 2005, **32**(10): 1382~1386 (in Chinese)  
罗 洪,熊水东,胡永明等. 三分量全保偏光纤加速度传感器的研究[J]. *中国激光*, 2005, **32**(10): 1382~1386
- S. T. Vohra, B. Danver, A. Tveten *et al.*. High performance fibre optic accelerometers [J]. *Electron. Lett.*, 1997, **33**(2): 155~157
- Anthony Dandridge, Alan B. Tveten, Thomas G. Giallorenzi. Homodyne demodulation scheme for fiber optic sensors using phase generated carrier [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1982, **MTT-30**(10) : 1635~1641
- Fan Qinshan. *Stress Analysis on Axial Symmetry Structure* [M]. Beijing: Higher Education Press, 1985. 242 (in Chinese)  
范钦珊. 轴对称应力分析[M]. 北京: 高等教育出版社, 1985. 242
- Liao Yanbiao. *Fiber Optics* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000. 175 (in Chinese)  
廖延彪. 光纤光学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000. 175
- C. D. Butter, G. B. Hocker. Fiber optics strain gauge [J]. *Appl. Opt.*, 1978, **17**(18): 2867~2869
- Ni Ming, Zhang Renhe, Hu Yongming *et al.*. A discuss on the sensitivity of fiber optic hydrophone [J]. *Appl. Acoustics*, 2002, **21**(6): 18~21 (in Chinese)  
倪 明,张仁和,胡永明等. 关于光纤水听器灵敏度的讨论[J]. *应用声学*, 2002, **21**(6): 18~21