

文章编号: 0253-2239(2007)08-1503-5

无衍射光的干涉实验与理论分析^{*}

翟中生 赵 斌

(华中科技大学机械学院, 武汉 430074)

摘要: 分析了两束无衍射光的干涉场分布形式和干涉条纹轨迹。将一束单色光入射两小孔产生的两束相干光照射轴锥镜,在轴锥镜后将产生两束无衍射光。根据单束倾斜光入射轴锥镜的无衍射理论,分析出这两束无衍射光产生的干涉场为每束无衍射光的无衍射场的线性叠加。利用零阶贝塞尔函数的零点公式,推导出两束无衍射光的干涉条纹的轨迹为双曲线。计算结果表明,干涉场中两中心的间距与两孔实际的间距和干涉场距轴锥镜的距离成正比。实验结果与理论仿真相一致。

关键词: 无衍射光;干涉;轴锥镜;轨迹

中图分类号: TB92 文献标识码: A

Experiments and Theoretical Analyses of Non-Diffracting Beams Interference

Zhai Zhongsheng Zhao Bin

(School of Mechanical and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Abstract: The interference pattern and locus of interference fringes of two non-diffracting beams are analyzed. Two non-diffracting beams are generated when an axicon is illuminated by two coherent beams, which are produced by two pinholes illuminated by a monochromatic wave. Based on the non-diffracting property of an axicon in oblique illumination, the interference field is the linear superposition of each non-diffracting field of non-diffracting beam. The locus of interference fringes is analyzed to be hyperbola according to the zero-point formula of zero-order Bessel function. Results show that the distance of the two centers of interference field is proportional to the distance of the two pinholes and the distance between the axicon and interference field. The experimental results are in good agreement with the numerical simulation.

Key words: non-diffracting beams; interference; axicon; locus

1 引 言

自从 1987 年 J. Durnin^[1]首次提出“无衍射光束”概念后,许多产生无衍射光束的方案陆续被提出来^[2]。轴锥镜由于具有装置简单、转换效率高的特点被广泛作为产生无衍射光的光学元件^[3],因此人们对轴锥镜进行了深入的研究,主要表现在特殊的衍射传播特性^[4,5],轴锥镜在倾斜光照射时的衍射特性^[6~8]、轴锥镜后的强度分布^[9]、加工误差对轴锥镜产生无衍射光质量的影响^[10]等方面。这些研究

主要基于单束平行光照射轴锥镜的情况,S. Chávez-Cerda 等^[11,12]分析了两束贝塞尔光束的干涉情况。

本文用轴锥镜作为产生无衍射光的元件,分析了由两针孔产生的两束无衍射光的干涉场的分布形式。利用零阶贝塞尔函数的零点公式,推导出干涉条纹轨迹为双曲线,理论和实验结果表明:干涉场中两中心点的间距随两孔实际的间距和干涉场距轴锥镜的距离的增大而增大。

^{*} 国家自然科学基金(30470489)资助课题。

作者简介:翟中生(1978—),男,湖北武穴人,博士研究生,主要从事光学、光学成像、图像处理等方面的研究。

E-mail: supersakula@163.com

导师简介:赵斌(1963—),男,江西南丰人,教授,博士生导师,主要从事光学精密测量方面的研究。

E-mail: zhaobin63@sohu.com

收稿日期:2006-10-23;收到修改稿日期:2007-01-30

2 理论分析

2.1 倾斜光入射轴锥镜的衍射特性

设轴锥镜的夹角为 θ ，它对应的透射函数为

$$t(r) = \begin{cases} \exp[-ik(n-1)r\theta], & r \leq D/2 \\ 0, & r > D/2 \end{cases} \quad (1)$$

式中 n 为轴锥镜材料的折射率, D 为轴锥镜的直径, r 为轴锥镜出射面的极半径, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, k 为波数, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为波长. 倾斜入射的平面波为

$$E = \exp(ikx \sin \eta), \quad (2)$$

式中 η 为入射角. 如图 1 所示, 平面波 E 以 η 角入射轴锥镜后其输出波为

$$E' = Et(r). \quad (3)$$

当 η 很小时, 由菲涅耳衍射理论可知轴锥镜后 z 处的衍射场为^[13]

$$E_z = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \times \iint_D E' \exp\left\{i \frac{k}{2z} [(x-x')^2 + (y-y')^2]\right\} dx dy. \quad (4)$$

文献[8]推导出此时 E_z 近似为

$$E_z \approx \frac{\pi r_p}{i \sqrt{\lambda z}} J_0[k(n-1)\theta R] \times \exp\left(ikz + i \frac{k}{2z} r_1^2 - ik \frac{r_p^2}{2z} + i \frac{\pi}{4}\right), \quad (5)$$

式中 J_0 为零阶贝塞尔函数, r_1 为 Z 面的极半径, r_p 为稳相点, $r_p = z(n-1)\theta$, 令自定义变量 R 为

$$R = \sqrt{(r_1 \cos \xi - z \sin \eta)^2 + (r_1 \sin \xi)^2}, \quad (6)$$

式中 (r_1, ξ) 为 Z 面的极坐标. (5) 式表明倾斜入射平面波经轴锥镜后产生的无衍射场近似为零阶贝塞尔分布, 环中心的位置与 n, θ 和 R 有关, 当 n 和 θ 一定时, 则环中心的位置由 R 决定. 由 (6) 式又可知 R 随 z 的变化而改变, 根据 (5) 式、(6) 式, 令 $\xi = 0$ 可得环中心的位置为

$$r_1 = z \sin \eta. \quad (7)$$

环中心位置轨迹如图 1 中的虚线所示, z 越大偏离光轴越远.

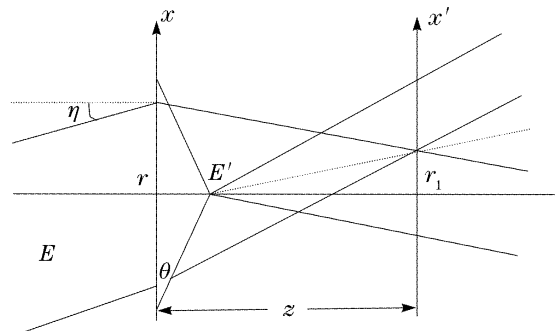


图 1 倾斜光入射轴锥透镜

Fig. 1 An axicon in oblique illumination

2.2 无衍射光干涉理论分析

为了分析无衍射光的干涉特性, 本文设计了如图 2 所示的无衍射光的干涉实验. He-Ne 激光器发出的激光经高倍显微物镜 M 扩束后照射屏上的两小孔 A 和 B, 而屏放在透镜的焦平面上, 则从 A、B 两孔出射的衍射光波经透镜后变为两束平面波, 分别以倾斜角 η_A 和 η_B 入射轴锥镜, 出射的两束无衍射光将在轴锥镜后一定范围内产生干涉.

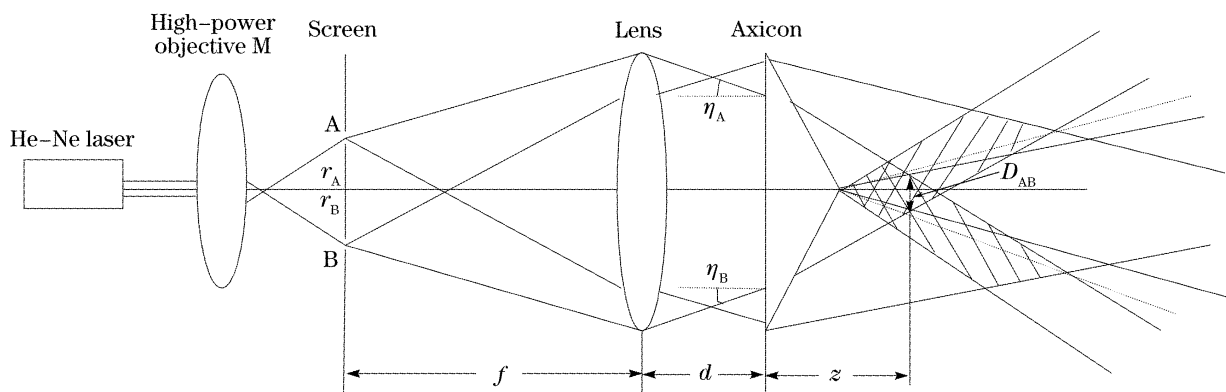


图 2 无衍射光干涉原理图

Fig. 2 Schematic diagram of non-diffracting beams interference

从图 2 可知, 由 A、B 两小孔发出的平面波分别以倾斜角 η_A 和 η_B 入射轴锥镜, 由于屏在透镜的前焦平面上, 此时

$$\eta_A = \arctan(r_A/f), \quad \eta_B = \arctan(r_B/f), \quad (8)$$

式中 f 为透镜的焦距, r_A, r_B 分别为 A、B 两小孔距光轴的位置矢量. 根据前面倾斜入射轴锥镜衍射理论可知, A、B 两小孔发出的光经轴锥镜后在 Z 处的衍射场 E_{AZ} 和 E_{BZ} 分别为

$$\begin{cases} E_{Az} \approx \frac{\pi r_p}{i \sqrt{\lambda z}} J_0[k(n-1)\theta R_A] \exp\left(ikz + i \frac{k}{2z} r_1^2 - ik \frac{r_p^2}{2z} + i \frac{\pi}{4}\right), \\ E_{Bz} \approx \frac{\pi r_p}{i \sqrt{\lambda z}} J_0[k(n-1)\theta R_B] \exp\left(ikz + i \frac{k}{2z} r_1^2 - ik \frac{r_p^2}{2z} + i \frac{\pi}{4}\right), \end{cases} \quad (9)$$

令自定义的变量 R_A 和 R_B 为

$$R_A = \sqrt{(r_1 \cos \xi - z \sin \eta_A)^2 + (r_1 \sin \xi)^2}, \quad R_B = \sqrt{(r_1 \cos \xi - z \sin \eta_B)^2 + (r_1 \sin \xi)^2}, \quad (10)$$

设入射 A、B 两孔的光强分别为 I_A 和 I_B ，根据相干光干涉理论可知，由 A、B 两孔产生的两束无衍射光在 Z 处的干涉场 E_{ABZ} 为

$$\begin{aligned} E_{ABZ} \approx & \frac{I_A \pi r_p}{i \sqrt{\lambda z}} J_0[k(n-1)\theta R_A] \exp\left(ikz + i \frac{k}{2z} r_1^2 - ik \frac{r_p^2}{2z} + i \frac{\pi}{4}\right) + \\ & \frac{I_B \pi r_p}{i \sqrt{\lambda z}} J_0[k(n-1)\theta R_B] \exp\left(ikz + i \frac{k}{2z} r_1^2 - ik \frac{r_p^2}{2z} + i \frac{\pi}{4}\right), \end{aligned} \quad (11)$$

从(11)式可知无衍射光的干涉场为不同位置的零阶贝塞尔分布的复振幅的叠加。此时干涉场的强度为

$$I_{ABZ} \approx \left\{ \frac{I_A \pi r_p}{\sqrt{\lambda z}} J_0[k(n-1)\theta R_A] + \frac{I_B \pi r_p}{\sqrt{\lambda z}} J_0[k(n-1)\theta R_B] \right\}^2. \quad (12)$$

零阶贝塞尔函数的零点近似公式为^[14]

$$U_j \approx j\pi + 3\pi/4, \quad (j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (13)$$

由于 A、B 两孔产生的衍射场为零阶的贝塞尔分布，则由这两孔产生的衍射场的暗条纹分别为

$$R_A = \frac{\pi}{k(n-1)\theta} (i + 3/4), \quad R_B = \frac{\pi}{k(n-1)\theta} (j + 3/4), \quad (i, j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (14)$$

那么这两束无衍射光的干涉条纹的暗条纹为

$$R_A - R_B = \frac{\pi}{k(n-1)\theta} m, \quad [m(i, j) = 0, \pm 1, \pm 2, \dots], \quad (15)$$

将(10)式代入上式，则两束无衍射光的干涉条纹的暗条纹轨迹：

$$\sqrt{(r_1 \cos \xi - z \sin \eta_A)^2 + (r_1 \sin \xi)^2} - \sqrt{(r_1 \cos \xi - z \sin \eta_B)^2 + (r_1 \sin \xi)^2} = \frac{\pi}{k(n-1)\theta} m, \quad (16)$$

由(16)式可以看出两束平行光倾斜入射轴锥镜产生的无衍射光的干涉条纹轨迹为双曲线。

根据(7)式可知 A、B 两孔产生的无衍射光干涉场的中心距 D_{AB} 为

$$D_{AB} = z \sin \eta_B - z \sin \eta_A. \quad (17)$$

设 A、B 两孔的实际间距为 d_{AB} ，则有

$$d_{AB} = r_A - r_B. \quad (18)$$

由(8)式、(17)式、(18)式可知，干涉场中两点的间距 D_{AB} 与实际两孔距 d_{AB} 的关系：

$$\begin{aligned} D_{AB} = z \sin[\arctan(r_A/f)] + z \sin[\arctan(r_B/f)] \approx \\ z(r_A - r_B)/f = d_{AB}(z/f). \end{aligned} \quad (19)$$

从(19)式可知两束无衍射光的干涉场的中心距 D_{AB} 与 z 、 f 和 d_{AB} 有关，并随 z 和 d_{AB} 的增大而增大。

3 数值仿真与实验结果

3.1 数值仿真

根据前面对无衍射干涉场的理论分析，可知两

束无衍射光的干涉场的中心距 D_{AB} 与 z 、 f 和 d_{AB} 有关，并且随 z 和 d_{AB} 的增大而增大。为了论证理论的正确性，对两束无衍射贝塞尔光的干涉场(12)式进行仿真，其中参量的取值为： $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ， $\theta \approx 0.015 \text{ rad}$ ， $n = 1.5$ ， $D = 20 \text{ mm}$ ， $f = 350 \text{ mm}$ ， $r_A = -r_B = 0.45 \text{ mm}$ 。改变 z 的大小，仿真的无衍射干涉场图如图 3 所示，可以看到两衍射场的中心点间距随着 z 的增大而增大。图 4 为图 3 中相应 z 处的干涉立体仿真图。从图 3、图 4 可以看出无衍射光的干涉条纹轨迹为双曲线。

3.2 实验结果

根据图 2 所示的实验模型对无衍射光的干涉理论进行实验验证。用 He-Ne 激光器作为光源，波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ，轴锥镜的夹角 $\theta \approx 0.015 \text{ rad}$ ， $n = 1.5$ ， $D = 20 \text{ mm}$ ，透镜的焦距 $f = 350 \text{ mm}$ 。图 5 为当 $r_A = -r_B = 0.45 \text{ mm}$ 时， z 分别在 50 mm ， 100 mm ， 200 mm 处的干涉图。当实验系统中各个元件位置固定不动，改变 A、B 两小孔的间距，使 d_{AB} 分别为

0.9 mm、2 mm、4 mm 时的干涉图如图 6 所示。从图 5、图 6 可以看出干涉场的中心距 D_{AB} 与 z 和 d_{AB}

有关,并且随 z 和 d_{AB} 的增大而增大,干涉条纹的轨迹为双曲线。

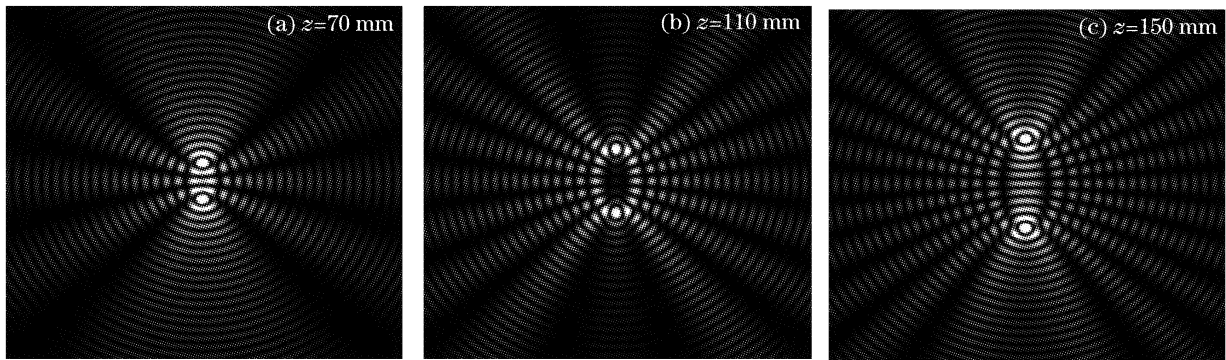


图 3 不同 z 处的无衍射光干涉图的平面仿真图

Fig. 3 Plane numerical simulation of interference of non-diffracting beams at different distances z

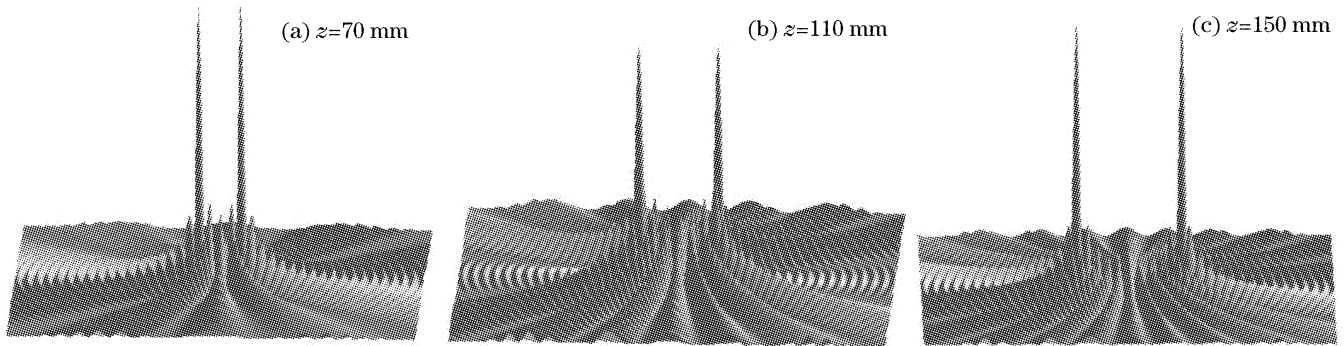


图 4 不同 z 处的无衍射光干涉图的立体仿真图

Fig. 4 Solid numerical simulation of interference of non-diffracting beams at different distances z

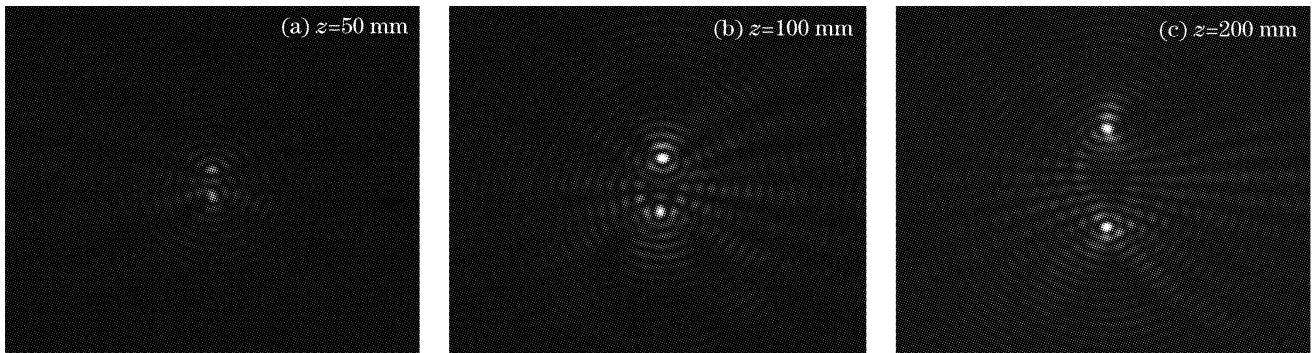


图 5 不同 z 处的无衍射光干涉实验图

Fig. 5 Experimental results of interference of non-diffracting beams at different distances z

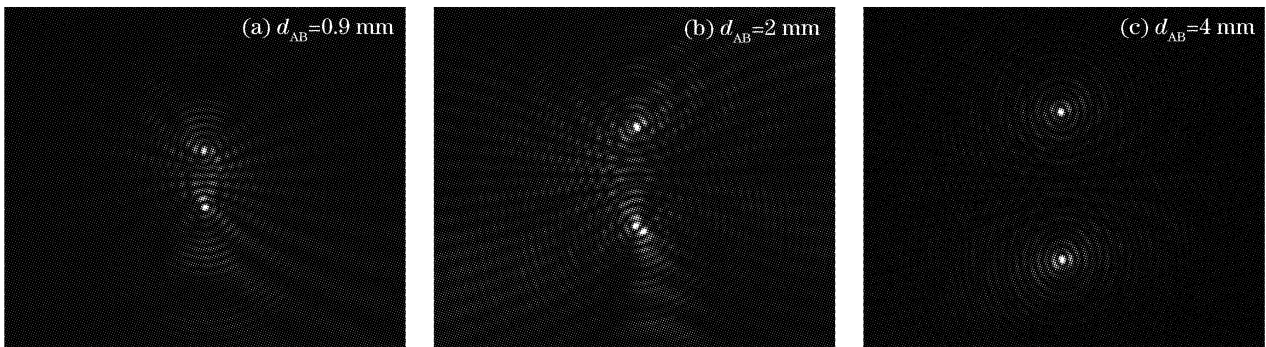


图 6 不同 d_{AB} 的无衍射光干涉实验图

Fig. 6 Experimental results of interference of non-diffracting beams with different distances d_{AB}

4 结 论

研究了两束无衍射光的干涉场分布形式和干涉条纹轨迹。结果表明,两束平行光倾斜照射轴锥镜产生的干涉场是由两个频率相同的零阶贝塞尔分布的复振幅场的叠加,其干涉条纹的轨迹为双曲线,而且干涉场中两中心的间距与两孔实际的间距和干涉场距轴锥镜的距离成正比。无衍射光已广泛应用于光学共鸣器、位移测量、直线度测量和激光三角测量等领域。本文的研究有助于更加深入的了解无衍射光的特性,对无衍射光更广泛的应用提供了理论参考。

参 考 文 献

- 1 J. Durnin. Exact solutions for nondiffracting beams I: the scalar theory[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1987, **4**(4): 651~654
- 2 Michael R. LaPointe. Review of nondiffracting Bessel beams[C]. *Proc. SPIE*, 1991, **1527**: 258~276
- 3 Zhao Bin. Theory and experiments of coaxial di-nondiffracting beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(12): 1460~1463 (in Chinese)
赵 斌. 同轴双无衍射光的理论与实验[J]. *光学学报*, 2003, **23**(12): 1460~1463
- 4 Zhao Bin, Li Zhu, Huang Dexiu. Transformation of non-diffracting beams by a telescope system[J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(6): 707~711 (in Chinese)
赵 斌,李 柱,黄德修. 无衍射光经望远系统的变换[J]. *光学学报*, 1998, **18**(6): 707~711
- 5 Lü Baida, Zhang Bin, Cai Bangwei *et al.*. The investigation of the diffraction free beam with a finite aperture [J]. *Chinese Science Bulletin*, 1994, **39**(2): 125~128 (in Chinese)
吕百达,张 彬,蔡邦维 等. 有限束宽无衍射光束特性的研究 [J]. *科学通报*, 1994, **39**(2): 125~128
- 6 Zbigniew Jaroszewicz, Anna Thaning, Ari T. Friberg *et al.*. Design of diffractive axicon doublets for variable illumination angles[C]. *Proc. SPIE*, 2003, **5259**: 92~96
- 7 Zhao Bin, Li Zhu. Diffraction property of axicon illuminated by inclined plane wave[J]. *Acta Optica Sinica*, 1999, **19**(3): 299~305 (in Chinese)
赵 斌,李 柱. 同轴共轭透镜对斜入射平行光的聚焦衍射特性 [J]. *光学学报*, 1999, **19**(3): 299~305
- 8 Zhao Bin, Li Zhu. Diffraction property of an axicon in oblique illuminate[J]. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(13): 2563~2568
- 9 Marcelino Anguiano-Morales, M. Maribel Mendez-Otero, Sabio Chavez-Cerda *et al.*. Different intensity distribution obtained with an axicon[C]. *Proc. SPIE*, 2005, **5876**: 1~8
- 10 Zhou Liping, Zhao Bin, Li Zhu. Influence of manufacture error of an axicon on beam transmission[J]. *J. Huazhong University of Science and Technology*, 2001, **29**(3): 61~63 (in Chinese)
周莉萍,赵 斌,李 柱. 圆锥透镜加工误差对光束传输变换的影响[J]. *华中科技大学学报*, 2001, **29**(3): 61~63
- 11 S. Chávez-Cerda, M. A. Meneses-Nava, J. Miguel Hickmann. Interference of traveling nondiffracting beams[J]. *Opt. Lett.*, 1998, **23**(24): 1871~1873
- 12 S. Chávez-Cerda, E. Tepichín, M. A. Meneses-Nava *et al.*. Experimental observation of interfering Bessel beams[J]. *Opt. Express*, 1998, **3**(13): 524~529
- 13 Lü Naiguang. *Fourier Optics* [M]. 2th ed., Beijing China: China Machine Press, 2006. 87~93 (in Chinese)
吕乃光. *傅里叶光学* [M]. 第二版, 北京: 机械工业出版社, 2006. 87~93
- 14 Editorial committee of "Handbook for Modern Mathematics". *Handbook for Modern Mathematics • Classical Mathematics Volume* [M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2000. 381~390 (in Chinese)
《现代数学手册》编纂委员会. *现代数学手册 • 经典数学卷* [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2000. 381~390