

文章编号: 0253-2239(2007)08-1475-6

超常介质中超短电磁脉冲的传输特性研究^{*}

卓 辉 文双春

(湖南大学计算机与通信学院, 长沙 410082)

摘要: 将超常介质的色散磁导率合并到非线性极化项中, 借鉴常规介质中超短脉冲传输方程的推导方法, 得到了非线性超常介质中超短脉冲的传输方程。在德鲁德(Drude)色散模型下, 根据脉冲中心频率的不同在传输方程中出现了可正、可负、可为零的自陡峭系数, 以及高阶非线性色散项。此外, 利用矩方法对传输方程进行分析, 得到了超常介质中超短脉冲传输方程的能量守恒定律表达式, 揭示了色散磁导率导致的超短脉冲传输的新特性, 发现二阶非线性色散使超短脉冲的能量、脉冲频移、脉冲宽度、中心位置和啁啾都随传输距离呈现振荡式变化。

关键词: 非线性光学; 超常介质; 超短脉冲; 传输

中图分类号: O437 文献标识码: A

Property of Ultrashort Electromagnetic Pulse Propagation in Metamaterial

Zhuo Hui Wen Shuangchun

(School of Computer and Communication, Hunan University, Changsha 410082)

Abstract: By incorporating the dispersive permeability of metamaterial into the nonlinear polarization component, and borrowing the derivation way of nonlinear pulse propagation equation in ordinary material, a general nonlinear propagation equation for ultrashort pulse in metamaterial is obtained. It is shown that for Drude dispersive model, the dispersive permeability results in a self-steepening parameter which can be negative, positive or zero depending on the central frequency of the pulse, and a series of high-order nonlinear dispersion terms in the propagation equation. Furthermore, the propagation equation is analyzed by using the moment method, an explicit expression for energy conservation for the propagation equation is obtained, and unique propagation properties of ultrashort pulse in metamaterials are disclosed. It is found that due to the second-order nonlinear dispersion, the characteristic parameters of the ultrashort pulse, including energy, frequency shift, duration, center position, and chirp, all oscillate with propagation distance.

Key words: nonlinear optics; metamaterial; ultrashort pulses; propagation

1 引 言

超常介质具有很多自然介质所不具备的特性^[1], 尤其是在某些波段, 超常介质能同时具有负的介电常量和负的磁导率, 宏观表现出负折射特性^[2]。最近几年, 随着负折射材料的成功合成^[3], 激发了人们极大的研究热情^[4,5]。另一方面, 光在常规非线性介质中的传播已得到了广泛的研究, 特别是飞秒激光脉冲的出现, 用非线性薛定谔方程来讨论包络函数的演化已经激起了广大研究者的兴趣^[6~9]。可以预期, 特别是随着最近非线性超常介质的实

现^[10,11], 将基于常规介质的非线性光学基本理论应用到超常介质中超短脉冲传输的研究将不仅拓展传统的非线性光学领域, 还有望导致产生全新的光电子器件。

近年来超短脉冲在非线性负折射介质中的传输特性已有广泛研究。例如, N. Lazarides 等^[12]在考虑非线性极化和非线性磁化的条件下推导出了电磁脉冲在各向同性、均匀介质中传输所满足的准一维耦合非线性薛定谔方程; I. Kourakis 等^[13]研究了电磁波在负折射介质中的非线性稳定性, 得到了耦

^{*} 国家自然科学基金(10674045, 10576012, 60538010)资助课题。

作者简介: 卓 辉(1973—), 男, 湖南人, 博士研究生, 主要从事光子材料与器件方面的研究。E-mail: zhuohuitxh@163.com

导师简介: 文双春(1966—), 男, 湖南人, 教授, 博士生导师, 主要从事光通信技术、强激光技术、非线性光学等方面的研究。

E-mail: scwen@vip.sina.com

收稿日期: 2006-11-27; 收到修改稿日期: 2007-04-20

合的平面波解的调制稳定性图像; Michael Scalora 等^[14]研究了宽度达几十个光学周期的脉冲在非线性和负折射介质中的传输特性,在不考虑非线性磁化的情况下推导出了一个非线性传输方程。文双春等^[15~17]建立了几个光学周期的超短脉冲在非线性和超常介质中的传输方程,并确认了色散磁导率在超短脉冲传输方面的作用,发现它在非线性传输方程中导致可控的自陡效应项和各阶非线性色散项。本文将色散磁导率合并到非线性极化中,从而用常规的方法得到了超短脉冲的非线性传输方程。此外,基于得到的传输方程,利用矩阵方法获得了超短脉冲的各个参量演化的微分方程组,分析了色散磁导率对超常介质中超短脉冲传输的影响。

2 超短脉冲在超常介质中传输方程

超短电磁脉冲在均匀的体介质中传输,介质中不存在宏观自由电荷和自由电流时,在考虑非线性极化的条件下,麦克斯韦方程组可写为

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}, \\ \nabla \times \mathbf{H} = -\partial_t \mathbf{D}_L + \partial_t \mathbf{P}_{NL}, \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

式中 ∂_t 表示对时间 t 求偏导, \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 是电场和磁场强度, \mathbf{D} 和 \mathbf{B} 是电位移矢量和磁感应强度,在介质中通过下面的关系来反映: $\mathbf{D} = \mathbf{D}_L + \mathbf{P}_{NL}$, $\mathbf{D}_L = \epsilon \mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, ϵ 和 μ 是介质的介电常量和磁导率, \mathbf{P}_{NL} 是非线性极化强度。在色散介质中,在频率域处理脉冲

的传输问题是比较方便的。在频率域,从(1)式可以得到

$$\nabla^2 \tilde{\mathbf{E}} - \nabla(\nabla \cdot \tilde{\mathbf{E}}) + k^2(\omega) \tilde{\mathbf{E}} = -\mu_0 \omega^2 \mu_r(\omega) \tilde{\mathbf{P}}_{NL}, \quad (2)$$

式中字母上面的波浪线表示傅里叶变换, $k(\omega) = n\omega/c$ 是波数, $n = \pm \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ 是介质的折射率,其 \pm 号分别对应于超常介质的正负折射率。 $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ 是真空中光速, ϵ_r, μ_r 分别是相对介电常量和相对磁导率。方程(2)包含介电常量的色散和磁导率的色散,如果将色散磁导率 $\mu_r(\omega)$ 合并到非线性极化强度 $\tilde{\mathbf{P}}_{NL}$ 中,那么方程(2)就具有 $\mu_r = 1$ 的常规非线性介质中波动方程的形式,就可以借鉴常规介质中的推导方法简单得到超短脉冲在超常介质中的传输方程。

假定电场 \mathbf{E} 沿 z 方向传输, \mathbf{E} 和非线性极化强度 \mathbf{P}_{NL} 平行于 x 方向。另外,假定横向不均匀极化很小,在这些条件下,方程(2)简化为标量形式

$$(\partial_z^2 + \nabla_{\perp}^2) \tilde{E} + k^2(\omega) \tilde{E} = -\mu_0 \omega^2 \tilde{P}_{NL}, \quad (3)$$

这里 $\tilde{P}_{NL} = \mu_r(\omega) \tilde{P}_{NL}$, ∇_{\perp}^2 是横向拉普拉斯算符。将电场写成包络和载波形式:

$$E = A(r_{\perp}, z, t) \exp[i(\beta_0 z - \omega_0 t)] + c. c., \quad (4)$$

并将非线性极化写成同样形式:

$$P_{NL} = B(r_{\perp}, z, t) \exp[i(\beta_0 z - \omega_0 t)] + c. c., \quad (5)$$

这里 $c. c.$ 表示复共轭,如果用 B' 替代 $\mu_r(\omega) \tilde{B}$ 的傅里叶逆变换,根据文献[8]的推导方法,可知在移动坐标 $\tau = t - \beta_1 z$, $\xi = z$ 下,包络 $A(r_{\perp}, z, t)$ 的传输方程为

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{i}{\omega_0} \partial_{\tau}\right) \left[\left(\partial_{\xi} + \frac{\alpha_0}{2} - i\hat{D} \right) A - \frac{i\mu_0 \omega_0^2}{2\beta_0} \left(1 + \frac{i}{\omega_0} \partial_{\tau}\right) B' \right] - \frac{i}{2\beta_0} \nabla_{\perp}^2 A = \\ & \left(\frac{\beta_0 - \omega_0 \beta_1}{\beta_0} \right) \frac{i}{\omega_0} \partial_{\tau} \left(\partial_{\xi} + \frac{\alpha_0}{2} - i\hat{D} \right) A + \frac{i}{2\beta_0} \left(\partial_{\xi}^2 + \hat{D}^2 - \frac{\alpha_0^2}{4} + i\alpha_0 \hat{D} \right) A, \end{aligned} \quad (6)$$

式中色散算符 \hat{D} 为

$$\hat{D} = -\frac{\alpha_1}{2} \partial_{\tau} + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{i^m (\beta_m + i\alpha_m/2)}{m!} \partial_{\tau}^m, \quad (7)$$

$\beta_m = \text{Re}[\partial_{\omega}^m k |_{\omega=\omega_0}]$, $\alpha_m = \text{Im}[\partial_{\omega}^m k |_{\omega=\omega_0}]$ 。

采用慢变包络近似: $|\partial_{\xi} A| \ll \beta_0 |A|$, $|\partial_{\tau} A| \ll \omega_0 |A|$, 或 $|(\beta_0 - \omega_0 \beta_1)/\beta_0| \ll 1$, (6) 式简化为

$$\partial_{\xi} A = -\frac{\alpha_0}{2} A + i\hat{D}A + \frac{i}{2\beta_0} \left(1 + \frac{i}{\omega_0} \partial_{\tau}\right)^{-1} \nabla_{\perp}^2 A + \frac{i\mu_0 \omega_0^2}{2\beta_0} \left(1 + \frac{i}{\omega_0} \partial_{\tau}\right) B', \quad (8)$$

除了在线性部分有一点不同外, (8) 式在形式上与文献[8]的(6)式相似。对于 $\mu_r = 1$, 两者完全相同。因此,色散磁导率在脉冲传输上的作用显而易见:在线性传输方面,色散磁导率的贡献被包含在波数 $k(\omega)$ 中,因此,也包含在色散算符 \hat{D} 中,这样, (6) 式和(8)式的色散项与脉冲在常规色散介质中传输完全相同;在非线性传输方面,色散磁导率成为非线性极化的色散因子,导致一个有效色散非线性极化。

为了进一步揭示色散磁导率在脉冲传输方面的作用,将其在 ω_0 附近展开:

$$\mu_r = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{G_m}{m!} (\omega - \omega_0)^m, \quad (9)$$

式中, $G_m = \nu_m + i\sigma_m$, $\nu_m = \text{Re}[\partial_{\omega}^m \mu_r |_{\omega=\omega_0}]$, $\sigma_m = \text{Im}[\partial_{\omega}^m \mu_r |_{\omega=\omega_0}]$ 。显然, 如果非线性极化没有色散, B' 就能表示成

$$B' = \hat{M}B, \quad (10)$$

$\hat{M} = \sum_{m=0}^{\infty} i_m G_m \partial_{\tau}^m / m!$ 。将(10)式代入(8)式, 可得到超常介质中几个周期的脉冲传输的非线性薛定谔方程。对无损耗瞬时响应的克尔非线性介质, $B = \epsilon_0 \chi^{(3)} |A|^2 A$, 有

$$\partial_{\xi} A = i\hat{D}A + \frac{i}{2\beta_0} \left(1 + \frac{i}{\omega_0} \partial_{\tau}\right)^{-1} \nabla_{\perp}^2 A + i\gamma(1 + i\hat{S})(|A|^2 A), \quad (11)$$

这里 $\gamma = \nu_0 \chi^{(3)} \omega_0^2 / (2\beta_0 c^2)$ 是非线性系数, $\hat{S} = \sum_{m=1}^{\infty} i^{m-1} d_m \partial_{\tau}^m$ 是非线性色散算符, m 阶非线性色散系数 d_m 定义为

$$d_m = \frac{\nu_m}{m! \nu_0} + \frac{\nu_{m-1}}{(m-1)! \nu_0 \omega_0}, \quad (12)$$

一阶非线性色散 ($m=1$) 也被称为自陡峭效应, 记为:

$$d_1 = \frac{1}{\omega_0} + \frac{\nu_1}{\nu_0}, \quad (13)$$

与常规介质相比自陡峭式子多出了 ν_1/ν_0 项, 它是由色散磁导率所导致的, 而所有的高阶非线性色散项 ($m \geq 2$) 在常规介质的传输方程中不曾出现, 都是由色散磁导率所引起。

进一步采用近似条件: $\partial_{\xi}^2 A = i\gamma \partial_{\xi} (|A|^2 A)$, $\partial_{\tau}^2 A = i\gamma \partial_{\tau} (|A|^2 A)$, 并保留线性色散项到三阶、非线性色散项到二阶。考虑一维形式, 得到下面的传输方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial \xi} = & -\frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial \tau^3} + i\gamma_0 |A|^2 A - \\ & i\gamma_0 \sigma |A|^4 A + \gamma_0 s_1' \frac{\partial}{\partial \tau} (|A|^2 A) - \\ & i\gamma_0 s_2' \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} (|A|^2 A), \end{aligned} \quad (14)$$

这里 $\beta_3' = \beta_3 + 3\beta_1 \beta_2 / \beta_0$, $\gamma_0 = \frac{\omega_0^2 \epsilon_0 \mu_0 \chi^{(3)} \mu_r(\omega_0)}{2\beta_0}$, $\sigma = \gamma_0 / (2\beta_0)$, $s_1' = \beta_1 / \beta_0 - \nu_1 / \nu_0 - 2 / \omega_0$ 是自陡峭系数, $s_2' = \nu_2 / \nu_0 + 2\nu_1 / (\nu_0 \omega_0) + 1 / \omega_0$ 是二阶非线性色散系数。方程(14)与文献[14]所得到的方程在形式上有所不同, 这种不同来自于所采取的近似不同。

方程(14)的系数特性有别于常规介质中的非线性传输方程。首先, 群速度色散的符号可正可负,

依赖于特殊参量的选择; 其次, 自陡峭系数在一般介质中是正的, 然而, 在超常介质中却可正可负。

为便于计算, 对方程(14)归一化。利用变换: $T = \tau / \tau_0$, $\eta = \xi / L_D$, $u = A / A_0$, 并定义色散长度 $L_D = \tau_0^2 / |\beta_2|$, 非线性长度 $L_{NL} = 1 / \gamma_0 A_0^2$, 饱和和非线性长度 $L_{SNL} = \frac{1}{\gamma_0 A_0^2 \sigma}$, 自陡峭长度 $L_{SS_1} = \frac{\tau_0}{\gamma_0 A_0^2 s_1'}$, 二阶非线性色散长度 $L_{SS_2} = \frac{\tau_0^2}{\gamma_0 A_0^2 s_2'}$, 方程(14)化为

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \eta} = & -\frac{i \text{sgn}(\beta_2)}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial T^2} + \frac{\alpha}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial T^3} + \\ & iN \left[|u|^2 u - p |u|^4 u + i s_1 \frac{\partial}{\partial T} (|u|^2 u) - \right. \\ & \left. s_2 \frac{\partial^2}{\partial T^2} (|u|^2 u) \right], \end{aligned} \quad (15)$$

式中 $N = L_D / L_{NL}$, $p = L_{NL} / L_{SNL}$, $s_1 = -L_{NL} / L_{SS_1}$, $s_2 = L_{NL} / L_{SS_2}$, $\alpha = \beta_3' / (|\beta_2| T_0)$, $\text{sgn}(\beta_2) = \pm 1$ 分别表示正常和反常色散, $N > 0$ 和 $N < 0$ 分别表示非线性自聚焦和自散焦介质。

为了更进一步理解这些参量的特点, 将方程(15)应用于无损耗的德鲁德(Drude)模型: $\epsilon_r = 1 - \omega_{pe}^2 / \omega^2$, $\mu_r(\omega) = 1 - \omega_{pm}^2 / \omega^2$, 其中 ω_{pe} , ω_{pm} 分别为电场与磁场的等离子体频率。从这个模型可推出各参量的表达式:

$$\begin{aligned} \alpha = & \frac{\beta_3 + 3\beta_1 \beta_2 / \beta_0}{|\beta_2| T_0}, \\ \beta_2 = & \text{Re}[(\partial^2 k / \partial \omega^2) |_{\omega=\omega_0}], \\ s_1 = & -\beta_1 / (\beta_0 T_0) + G_1 / (G_0 T_0) + 2 / (\omega_0 T_0), \\ s_2 = & 2G_0 / (\omega G_0 T_0^2) + G_2 / (2G_0 T_0^2) + 1 / (\omega^2 T_0^2). \end{aligned}$$

图1给出了当 $\omega_{pm} / \omega_{pe} = 0.8$ 时 β_2 , α , s_1 和 s_2 在超常介质负折射区随脉冲中心频率的变化。负折射存在于 $\omega / \omega_{pe} \leq 0.8$ 的区域, s_1 在 $0 < \omega / \omega_{pe} < 0.63$ 区域是正的, 和 α 的符号是相反; 在 $\omega / \omega_{pe} = 0.63$ 时 s_1 为零。

3 超短脉冲在超常介质中的传输特性

对方程(15)形式的传输问题通常用变分法来处理, 然而, 由于在该方程中出现了非线性色散项, 使得体系的能量不是守恒量而无法简单写出拉格朗日量, 因此, 变分法在此不适用。我们采用矩方法来分析方程(15)的传输问题, 其基本思想是将光脉冲看作一个具有能量 E 、位置 ω 、频移 Ω 、均方根宽度 δ^2 、啁啾 \tilde{C} 的粒子, 它们分别定义为

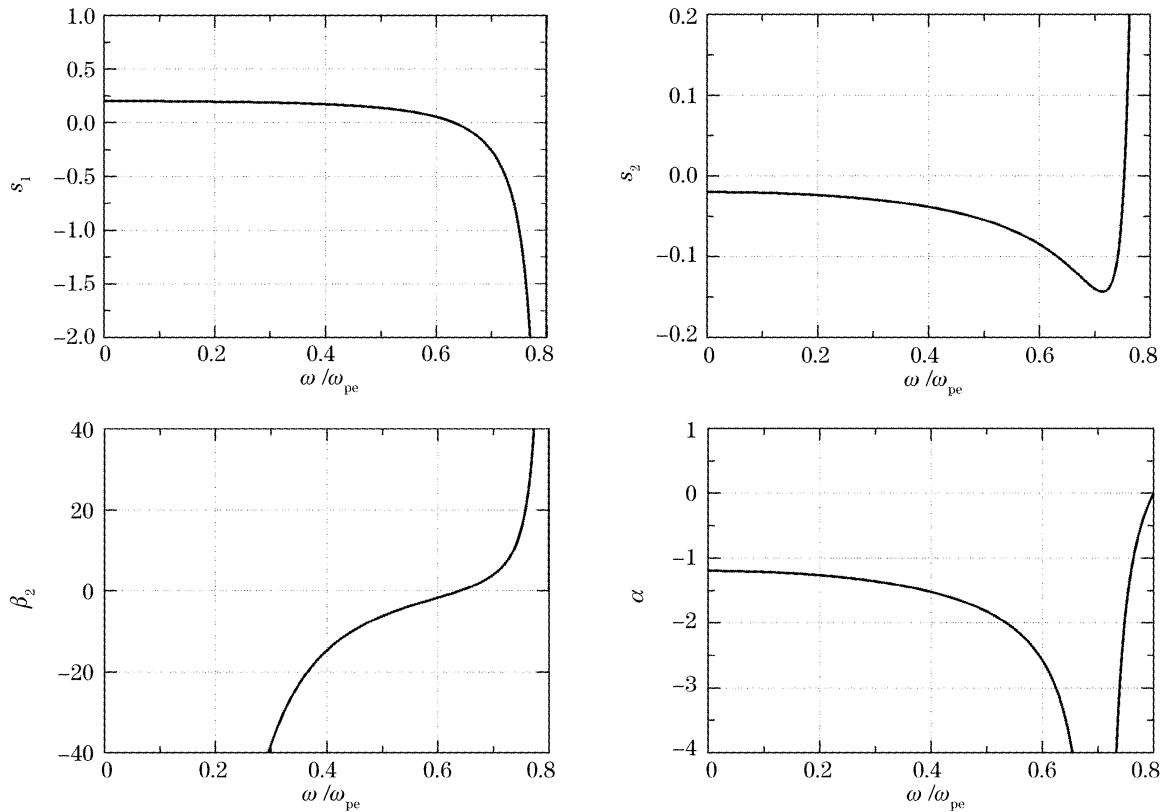


图 1 在超常介质的负折射区各参量随频率的变化。(a)自陡峭系数, (b)二阶非线性色散系数, (c)群速度色散, (d)三阶非线性色散系数

Fig. 1 Variation of several parameters with the normalized frequency in the negative-index region of metamaterial. (a) Self-steepening parameter, (b) second-order nonlinear dispersion, (c) group-velocity dispersion, (d) third-order dispersion

$$\begin{aligned}
 E &= \int_{-\infty}^{+\infty} |u|^2 dT, \\
 \omega &= \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} T |u|^2 dT, \\
 \Omega &= \frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(u^* \frac{\partial u}{\partial T} - u \frac{\partial u^*}{\partial T} \right) dT, \\
 \delta^2 &= \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} (T - \omega)^2 |u|^2 dT, \\
 \tilde{C} &= \frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{+\infty} (T - \omega) \left(u^* \frac{\partial u}{\partial T} - u \frac{\partial u^*}{\partial T} \right) dT,
 \end{aligned} \quad (16)$$

将(16)式与(15)式结合,可得到 $E, \omega, \Omega, \delta$ 和 \tilde{C} 的演化方程组。这里考虑高斯啁啾脉冲的演化,并假定即使脉冲的宽度和啁啾变化但高斯啁啾脉冲在传输过程中的形状保持不变,即假定

$$\begin{aligned}
 u(\eta, T) &= \sqrt{\frac{E}{\sqrt{\pi} T_0}} \times \\
 &\exp \left[-\frac{(1+ic)(T-\omega)^2}{2T_0^2} + i\phi - i\Omega(T-\omega) \right], \quad (17)
 \end{aligned}$$

式中脉冲宽度 T_0 和啁啾参量 c 满足下列的关系:

$$\delta^2 = T_0^2/2, \quad (18)$$

$$\tilde{C} = c/2, \quad (19)$$

利用(17)式,从(16)式可得到如下脉冲参量的演化方程:

$$\frac{dE}{d\eta} = \frac{Ns_2 c E^2}{\sqrt{2\pi} T_0^3}, \quad (20a)$$

$$\frac{d\omega}{d\eta} = (\text{sgn } \beta_2) \Omega + \frac{\alpha}{2} \left(\Omega^2 + \frac{1+c^2}{2T_0^2} \right) + \frac{3NE}{2\sqrt{2\pi} T_0} (s_1 + 2s_2 \Omega), \quad (20b)$$

$$\frac{d\Omega}{d\eta} = \frac{N(s_1 + 2s_2 \Omega) c E}{\sqrt{2\pi} T_0^3}, \quad (20c)$$

$$\frac{dT_0}{d\eta} = \frac{(\text{sgn } \beta_2) c}{T_0} + \frac{\alpha c \Omega}{T_0} + \frac{5Ns_2 c E}{4\sqrt{2\pi} T_0^2}, \quad (20d)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dc}{d\eta} &= (\text{sgn } \beta_2 + \alpha \Omega) \left(\frac{1+c^2}{T_0^2} \right) + \frac{NE}{\sqrt{2\pi} T_0} - \\
 &\frac{4\sqrt{3} N p E^2}{9\pi T_0^2} + \frac{Ns_1 E \Omega}{\sqrt{2\pi} T_0} + \\
 &\frac{Ns_2 E}{4\sqrt{2\pi} T_0^3} (21 + 9c^2 + 4T_0^2 \Omega^2), \quad (20e)
 \end{aligned}$$

从方程组(20)可以分析决定脉冲特性的五个参量

的演化。在反常色散区，如果 $s_2 = 0$ ，能量是守恒的；此外，

$$\Omega(\eta) = Ns_1 \int_0^\eta [c(\eta')E(\eta')/T_0^3(\eta')]d\eta' / \sqrt{2\pi},$$

即产生了一个特殊的频移，但是它的符号(决定蓝移还是红移)以及频移的大小都依赖于啁啾和自陡峭系数。由图 1 知，在特定的德鲁德模型下，在反常色散区域内，自陡峭系数总是正的，很明显，当啁啾小于零时发生红移，当啁啾大于零时发生蓝移。当 $s_2 \neq 0$ 时，先考虑 $c = 0$ 的特殊情况，容易发现 E, T_0, Ω 三个量保持不变，这就是典型的孤子传输，而从(20b)式知，脉冲的中心位置是随传输距离变化的，其满足

$$w = \left(\frac{3NEs_1}{2\sqrt{2\pi}T_0} + \frac{\alpha}{4T_0^2} \right) \eta, \quad (21)$$

(21) 式表明脉冲中心位置沿直线偏移，偏离原中心位置的斜率由 $3NEs_1/(2\sqrt{2\pi}T_0) + \alpha/(4T_0^2)$ 决定，特别是自陡峭系数 s_1 和三阶色散系数 α 的正负也决定了偏离的方向，因此，可以选择合适的 α 和 s_1 使斜率为零，从而实现脉冲沿着原中心线传输，不发生偏移。实现这种无偏移传输须满足关系式 $s_1 = -\sqrt{2\pi}\alpha/(6NET_0)$ 。然而，方程(20d)和(20e)明确表明 c 和 T_0 两个参量都会随着传输距离而变化，因此，(21) 式仅仅是在啁啾很小以至于不影响孤子的形成时才成立，同时满足

$$-\frac{1}{T_0^2} + \frac{NE}{\sqrt{2\pi}T_0} - \frac{\sqrt{3}NpE^2}{9\pi T_0^2} + \frac{21Ns_2E}{4\sqrt{2\pi}T_0^3} = 0, \quad (22)$$

在这些条件下，能获得无啁啾的孤子解：

$$u(\eta, T) = \frac{\sqrt{E_0}}{\sqrt{\pi}T_0} \exp \left\{ -\frac{\{T - [3NE_0s_1/(2\sqrt{2\pi}T_0) + \alpha/(4T_0^2)]\eta\}^2}{2T_0^2} + i\phi \right\}, \quad (23)$$

一般情况下啁啾是不能忽略的，因此， T_0 也不是一个常量。从(20) 式可知只要啁啾发生变化，其他各个量都变化。首先，(20a) 表明能量守恒的表达式要发生变化：

$$E(\eta) = \sqrt{2\pi}E_0 / \left\{ \sqrt{2\pi} - Ns_2E_0 \int_0^\eta [c(\eta')/T_0^3(\eta')]d\eta' \right\}, \quad (24)$$

因此，由于色散磁导率所导致的 s_2 使得能量不再在原体系下守恒了，且依赖于脉冲宽度的负三次方，表明它即仅对超短脉冲适用。同样，总频移可以通过积分(20c) 得到

$$\Omega(\eta) = s_1 \left\{ \exp \left\{ 2Ns_2 \int_0^\eta [c(\eta')E(\eta')/T_0^3(\eta')]d\eta' / \sqrt{2\pi} \right\} - 1 \right\} / (2s_2), \quad (25)$$

如果 $s_1 = 0$ ，可得到 $\Omega(\eta) = \exp \left\{ 2Ns_2 \int_0^\eta [c(\eta')E(\eta')/T_0^3(\eta')]d\eta' / \sqrt{2\pi} \right\} - 1$ ，可见频移按指数规律变化。

根据矩方法的结果，能量由于 s_2 的出现而发生了变化，不过从(24)式和图 2 可知能量的变化是很小的。为了保持能量守恒即(20a)式仍然为零，用 $[(\text{sgn } \beta_2)u^* / 2 + Ns_2|u|u^*]$ 乘(15)式再减去该式的复共轭。为了简单，暂不考虑三阶色散，于是得到能量守恒的一种新的形式：

$$\frac{dE}{d\eta} = \frac{d}{d\eta} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} [(\text{sgn } \beta_2)|u|^2 + Ns_2|u|^4]d\eta = 0, \quad (26)$$

值得注意的是，(26)式的第二项积分是由于非线性色散所引起的能量密度的变化。图 2 中显示了(26)式经过修正了的和式(16a)未修正的能量随传输距离的变化。从图中明显看出，标准的能量演化(16a)是随传输距离的变化而小幅度振荡，而通过修订后的演化式(26)不再随传输距离变化。这说明超短脉冲在超常介质中传输时，由于非线性色散的变化，为了形成孤子，脉冲能量必须随之而变以满足色散和非线性的平衡。

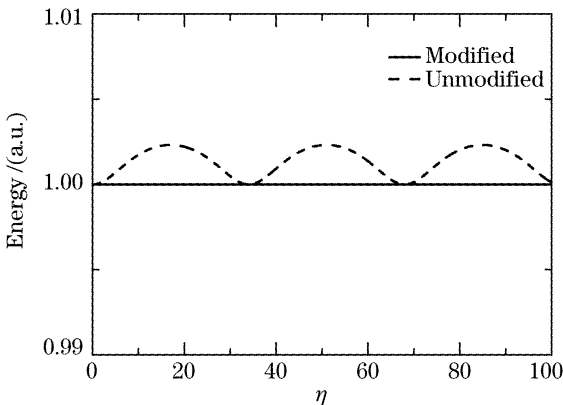


图 2 修正和未修正的脉冲能量随传输距离的变化
Fig. 2 Variation of the modified and unmodified pulse energy with propagation distance

4 结 论

将色散磁导率合并到非线性极化项中,从而用常规方法得到了超短脉冲在超常介质中的非线性传输方程,揭示了色散磁导率在超短脉冲传输中的作用:对线性传输的贡献被包含在常规线性色散项中;而在非线性传输方面,色散磁导率的出现导致了负的自陡峭效应和高阶非线性色散项。为了进一步讨论色散磁导率的作用,结合德鲁德色散模型,采用矩方法分析了色散磁导率导致的自陡峭效应和高阶非线性色散项对超短脉冲传输的影响,发现脉冲能量、中心位置、频移、宽度、啁啾等都随传输距离而周期性振荡,自陡峭在超常介质的不同色散区域引起了频率的红移或蓝移,而高阶非线性色散项引起了能量变化。通过修正能量守恒体系得到了能量的近似守恒表达式。

参 考 文 献

- 1 V. G. Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ [J]. *Sov. Phys. Usp.*, 1968, **10**(4): 509~514
- 2 John B. Pendry, David R. Smith. Reversing light with negative refraction[J]. *Phys. Today*, 2004, **57**(6): 37~43
- 3 J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart *et al.*. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **76**(25): 4773~4776
- 4 Li Yiyu, Gu Peifu, Li Mingyu *et al.*. Near-field subwavelength imaging in wave-like two-dimensional photonic crystal[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(9): 1409~1413 (in Chinese)
历以宇,顾培夫,李明宇等. 波状结构二维光子晶体近场亚波长成像的研究[J]. *光学学报*, 2006, **26**(9): 1409~1413
- 5 Luo Hailu, Hu Wei, Yi Xunong *et al.*. Investigation of negative refraction in a uniaxial crystal[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(9): 1249~1253 (in Chinese)
罗海陆,胡 巍,易煦农等. 单轴晶体中的负折射现象研究[J]. *光学学报*, 2005, **25**(9): 1249~1253
- 6 Agrawal G P. *Nonlinear Fiber Optics* [M]. 3rd edn., San Diego: Academic Press, 2001
- 7 P. Kinsler, G. H. C. New. Few-cycle pulse propagation[J]. *Phys. Rev. A*, 2003, **67**(2): 023813
- 8 Thomas Brabec, Ferenc Krausz. Nonlinear optical pulse propagation in the single-cycle regime[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**(17): 3282~3285
- 9 V. M. Agranovich, Y. R. Shen, R. H. Baughman *et al.*. Linear and nonlinear wave propagation in negative refraction metamaterials[J]. *Phys. Rev. B*, 2004, **69**(16): 165112
- 10 Shuang Zhang, Wenjun Fan, N. C. Panoiu *et al.*. Experimental demonstration of near-infrared negative-index metamaterials[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **95**(13): 137404
- 11 David R. Smith, Norman Kroll. Negative refractive index in left-handed materials[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **85**(14): 2933~2936
- 12 N. Lazarides, G. P. Tsironis. Coupled nonlinear Schrödinger field equations for electromagnetic wave propagation in nonlinear left-handed materials[J]. *Phys. Rev. E*, 2005, **71**(3): 036614
- 13 I. Kourakis, P. K. Shukla. Nonlinear propagation of electromagnetic wave in negative-refraction-index composite materials[J]. *Phys. Rev. E*, 2005, **72**(1): 016626
- 14 Michael Scalora, Maxim S. Sychin, Neset Akozbek *et al.*. Generalized nonlinear Schrödinger equation for dispersive susceptibility and permeability; Application to negative index materials[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **95**(1): 013902
- 15 Shuangchun Wen, Yuanjiang Xiang, Xiaoyu Dai *et al.*. Theoretical models for ultrashort electromagnetic pulse propagation in nonlinear metamaterials[J]. *Phys. Rev. A*, 2007, **75**(3): 033815
- 16 Shuangchun Wen, Youwen Wang, Wenhua Su *et al.*. Modulation instability in nonlinear negative-index material[J]. *Phys. Rev. E*, 2006, **73**(3): 036617
- 17 Shuangchun Wen, Yuanjiang Xiang, Wenhua Su *et al.*. Role of the anomalous self-steepening effect in modulation instability in negative-index material[J]. *Opt. Exp.*, 2006, **14**(4): 1568~1575