第 27 卷 第 8 期
2007 年 8 月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 27, No. 8
August, 2007

文章编号：0253-2239(2007)08-1419-6

基于二通道不可分加性小波的多光谱图像融合*

刘 斌[1] 彭嘉雄[2]

(1 湖北大学数学与计算机科学学院，武汉 430062
2 华中科技大学图像识别与人工智能研究所，武汉 430074)

摘要： 提出了伸缩矩阵为[1,1;1,−1]的不可分小波的一种构造方法，并把它应用于多光谱图像与高分辨力全色图像的融合中。提出了一种二通道对称的不可分小波滤波器组的构造方法，设计出多组具有紧支撑、对称性和正交性的不可分小波 6×6 滤波器组，利用此类滤波器组中的低通滤波器对图像进行加性分解与重构。采用三种模式 NAWS、NAWRGB 和 NAWL 对 ETM+及其它类多光谱图像与高分辨力全色图像进行融合研究。实验结果表明，该方法对多光谱图像与高分辨力全色图像的融合有较好的融合效果，与传统的融合方法相比，该方法既能保持多光谱图像的光谱信息，又能保持高分辨力全色图像的高分辨力特性，克服了传统张量积小波融合方法不能得到高分辨力图像的不足，并能节约运算量。

关键词： 图像处理；不可分小波；图像融合；滤波器组

中图分类号：TP391.4 文献标识码：A

Multi-Spectral Image Fusion Based on Two-Channel Non-Separable Additive Wavelets

Liu Bin[1] Peng Jiaxiong[2]

(1 *Faculty of Mathematics and Computer Science, Hubei University, Wuhan* 430062
2 *Institute for Pattern Recognition and Artificial Intelligence, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan* 430074)

Abstract: A construction method of non-separable wavelets with dilation matrix of [1,1;1,−1] is proposed and applied to the fusion of multi-spectral images and panchromatic images with high resolution. A construction method of two-channel symmetric non-separable wavelets filter bank is also proposed, and non-separable wavelets 6×6 filter banks with compact support, symmetry, orthogonality are designed. The images are discomposed and reconstructed through additive wavelet mode with low-pass filters of the above filter bank. ETM+ images and other multi-spectral images and panchromatic images with high resolution are fused and studied through NAWS, AWRGB and NAWL wavelet modes. The experimental results show that this method has well fusion performance for multi-spectral images and panchromatic images with high resolution. Compared with other fusion methods, the proposed method preserves the spectral information of multi-spectral images and the high resolution of panchromatic images. It overcomes the shortage of traditional vector product wavelet fusion method, i.e. being incapable of get images with high resolution, and saves computation time.

Key words: image processing; non-separable wavelets; image fusion; filter bank

1 引 言

多光谱(MS)图像与高分辨力全色(PAN)图像的融合是将具有好的光谱信息但分辨力较低的图像与具有高空间分辨力全色图像进行整合，生成一幅既具有好的光谱信息又具有高的分辨力的图像。它是目前遥感图像融合的热点，并有着广泛的应用[1]。

目前关于多光谱图像与高分辨力图像的融合方法主要有亮度、色度和饱和度(LHS)变换方法[2]、主成分分析法(PCA)[3]、基于 Mallat 算法的张量积小波变换方法[4~6]。这些方法都存在一些不足。

* 国家自然科学基金(10477007)、湖北省自然科学基金(2006ABA015)和湖北省教育厅重点项目基金(D200510004)资助课题。

作者简介：刘 斌(1963—)，男，湖北红安人，教授，博士，主要从事小波理论与应用、图像融合、模式识别方面的研究。
E-mail：liubin3318@163.com

收稿日期：2006-10-19；收到修改稿日期：2007-02-08

IHS 变换方法能得到高分辨力的图像，但融合结果图像的光谱信息损失严重。主成分分析方法适合于多光谱图像的所有波段，虽然增加了融合结果图像的空间表现力，但其光谱分辨力受到很大影响，其融合的运算量较大。基于 Mallat 算法的张量积小波变换方法所得融合结果图像有好的光谱信息，但其分辨力低，且由于在对图像进行分解和重构时进行了抽样，使得融合结果图像中有方块效应，另外，张量积小波虽然在图像融合中得到了成功的应用，但在这些应用中，对图像进行分解和重构时所采用的小波大多是由 Daubechies 构造的紧支撑正交小波，二维小波由 Daubechies 一维小波通过张量积生成，而这些小波均不具有对称性(Haar 小波除外)，利用不对称的小波进行图像融合时不可避免地会产生相位失真，相位失真必然产生图像边缘失真。用 Haar 小波重构图像时不会导致边缘失真[7]，但 Haar 小波过于简单，在很多应用情况下，其性能不佳。因此，如何构造具有较好融合性能的对称的或反对称的小波是小波应用于图像融合的一个关键问题。文献[8]提出了一种由 B3 样条小波的张量积所形成的低通滤波器加性小波 átrous 算法多光谱图像与高分辨力图像融合方法，获得了较好的融合效果，该文对融合方法保持光谱信息的能力进行了定量分析，但对融合方法保持高分辨力信息的能力只作了定性说明，没有用客观指标对其进行定量分析。不可分小波图像融合方法能使融合结果图像获得更多的熵信息[7,9,10]，能提高图像的分辨力，使融合结果图像包含更多的细节信息，因此，本文将基于张量积小波的多光谱高分辨力图像融合方法推广到二通道不可分小波的情形，提出一种基于二通道不可分加性小波的多光谱图像与高分辨力图像的融合方法。

2 二维二通道小波的构造与滤波器组

根据二维小波变换及多尺度分析的理论，当抽样矩阵 $\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$ 时，表示对离散栅格的梅花型抽样[11]，对应地有一个尺度函数和一个小波函数(1 个低通滤波器和 1 个高通滤波器)，此时的尺度函数和小波函数都是不可分的。记尺度函数对应的低通滤波器为 $\boldsymbol{H}_0=\{h_0(k)\}_{k\in Z^2}$，小波函数对应的高通滤波器为 $\boldsymbol{H}_1=\{h_1(k)\}_{k\in Z^2}$，则相应于抽样矩阵为 $\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$ 的情形下的 Mallat 算法，有如图 1 的图像二通道小波分解和图 2 的重构过程，其中 A_{j+1}、A_j、A_{j-1} 分别为尺度指标为 $j+1$、j、$j-1$ 时的图像的近似分量，即图像的低频成份，D_j、D_{j-1} 分别为尺度指标为 j、$j-1$ 时的图像的细节分量，即图像的高频成份，$\boldsymbol{D}$ 为抽样矩阵，$\boldsymbol{H}_0$、$\boldsymbol{H}_1$ 分别为二通道小波分解的低通和高通滤波器，$\boldsymbol{H}_0^*$、$\boldsymbol{H}_1^*$ 为分别与 $\boldsymbol{H}_0$、$\boldsymbol{H}_1$ 相对应的二通道小波重构低通滤波器和高通滤波器。图 1、图 2 中只给出了两层分解，实际上还可以进行多层小波分解与重构。

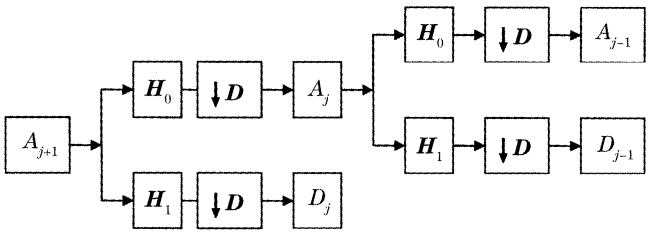


图 1 图像的二通道小波分解

Fig. 1 Two-channel wavelet decomposition of image

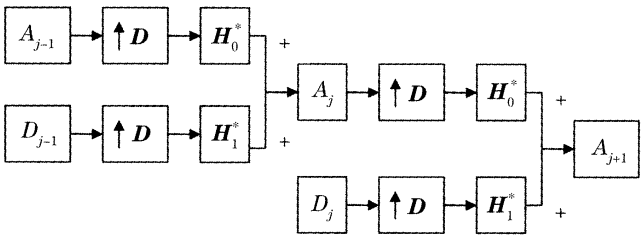


图 2 图像的二通道小波重构

Fig. 2 Two channels wavelet reconstruction of image

从图 1 和图 2 可以看出，二通道小波分解和重构的过程不涉及到尺度函数和小波的具体形式，因此在诸如图像融合等实际应用的问题中，主要关心的是如何构造尺度低通滤波器和小波高通滤波器。

Qiuhui Chen 等[12]提出了高维具有正交性、紧支撑的非张量积小波滤波器组的构造方法，其构造的高维低通滤波器 $\boldsymbol{m}_0(\xi)$ 具有如下频域形式：

$$\boldsymbol{m}_0(\xi)=\frac{1}{s}\boldsymbol{X}(\xi)\prod_{j\in Z_N}[\boldsymbol{U}_j\boldsymbol{D}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\xi)]\times\left(\prod_{j\in Z_N}\boldsymbol{U}_{N-1-j}^{\mathrm{T}}\right)\boldsymbol{V}_0,\quad \xi\in\boldsymbol{R}^d \tag{1}$$

其相应的 $s-1$ 个正交共轭(CQF)滤波器的形式为

$$\boldsymbol{m}_j(\xi)=\frac{1}{s}\boldsymbol{X}(\xi)\prod_{l\in Z_N}[\boldsymbol{U}_l\boldsymbol{D}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\xi)]\times\left(\prod_{l\in Z_N}\boldsymbol{U}_{N-1-l}^{\mathrm{T}}\right)\boldsymbol{V}_j,\quad \xi\in\boldsymbol{R}^d \tag{2}$$

$$(j=1,2,\cdots,s-1)$$

我们在此基础上构造二维二通道滤波器组。

设小波变换时的伸缩矩阵为 $\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$，为构造二维二通道滤波器组，取 $s=2$，构造 $\boldsymbol{X}(x,y)=$

$(1,xy)$，$\boldsymbol{DG}(x,y)=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & xy\end{bmatrix}$，则二维二通道具有紧支撑、正交性的 $2P\times 2P$ 的滤波器组的形式可构造如下：

$$[m_0(x,y),m_1(x,y)]=\frac{1}{2}\boldsymbol{X}(x,y)\prod_{j=1}^{K}[\boldsymbol{U}_j\boldsymbol{DG}(x,y)\boldsymbol{U}_j^{\mathrm{T}}]\boldsymbol{V},\tag{3}$$

其中 $x=\exp(-\mathrm{i}\omega_1)$，$y=\exp(-\mathrm{i}\omega_2)$，$\boldsymbol{U}_j(j=1,2,\cdots,K)$ 为正交阵，$\boldsymbol{V}/2=(\boldsymbol{V}_0,\boldsymbol{V}_1)/2$ 为正交阵，$\boldsymbol{V}_1$ 为 2×1 向量，$\boldsymbol{V}_0=(1,1)^{\mathrm{T}}$。

为构造二通道 6×6 的小波滤波器组，取 $K=4$，构造：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{U}_1&=\begin{bmatrix}\cos\alpha_1 & -\sin\alpha_1\\ \sin\alpha_1 & \cos\alpha_1\end{bmatrix},\\ \boldsymbol{U}_2&=\begin{bmatrix}\cos\alpha_2 & \sin\alpha_2\\ -\sin\alpha_2 & \cos\alpha_2\end{bmatrix},\\ \boldsymbol{U}_3&=\begin{bmatrix}-\sin\alpha_3 & -\cos\alpha_3\\ \cos\alpha_3 & -\sin\alpha_3\end{bmatrix},\\ \boldsymbol{U}_4&=\begin{bmatrix}\sin\alpha_4 & \cos\alpha_4\\ -\cos\alpha_4 & \sin\alpha_4\end{bmatrix},\\ \boldsymbol{V}&=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix},\end{aligned}\tag{4}$$

可以验证，$\boldsymbol{U}_j$ 均为正交矩阵（α_j 为参量），$\boldsymbol{V}/2$ 为正交阵。据此可构造无穷多个滤波器组，α_j 取不同的值得到不同的滤波器组。我们设计了多组具有紧支撑、正交性的小波滤波器组。为了获得具有对称的滤波器组，取 $\alpha_1=3\pi/4$，$\alpha_2=\pi/2$，$\alpha_3=-\pi/4$，$\alpha_4=-\pi/2$，代入(3)式可得

$$\boldsymbol{m}_0(x,y)=-0.125+0.375xy+0.25x^2y^2+0.250x^3y^3+0.375x^4y^4-0.125x^5y^5,$$

其时域形式如下：

$$\boldsymbol{H}_0=\frac{1}{8}\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1\end{bmatrix},\tag{5}$$

显然，此滤波器是不可分的，不能分解为两个一维小波滤波器的张量积，因而它是二通道不可分小波滤波器组。

3　融合算法

利用二维不可分小波低通滤波器(5)对图像进行 átrous 分解，即利用滤波器 $\boldsymbol{H}_0$ 对图像进行卷积，不进行下抽样，得到小波平面系列：

设 p_0 为原图像，则

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{H}_0(p_0)=p_1,\quad w_1=p_0-p_1,\\ &\boldsymbol{H}_0(p_1)=p_2,\quad w_2=p_1-p_2,\\ &\boldsymbol{H}_0(p_2)=p_3,\quad w_3=p_2-p_3,\\ &\cdots\cdots\end{aligned}\tag{6}$$

其中 w_i 即为小波平面，p_i 为小波近似分量。其重构公式为

$$p_0=\sum_{i=1}^{n}w_i+p_{\mathrm{r}},\tag{7}$$

其中 p_{r} 为残余图像。

3.1　替代方法

1）配准多光谱图像与高分辨图像；

2）对多光谱图像的红(R)，绿(G)，蓝(B)分量进行如(6)式的 átrous 分解，则有：

$$R=\sum_{i=1}^{n}w_{Ri}+R_{\mathrm{r}},$$

$$G=\sum_{i=1}^{n}w_{Gi}+G_{\mathrm{r}},$$

$$B=\sum_{i=1}^{n}w_{Bi}+B_{\mathrm{r}},$$

3）对高分辨力全色图像(PAN)进行分解：

$$I_{\mathrm{PAN}}=\sum_{i=1}^{n}w_{\mathrm{PAN}i}+I_{\mathrm{PANr}},$$

4）用全色图像的小波平面分别替代 R、G、B 分解后的小波平面；

5）做小波逆变换：

$$R_{\mathrm{new}}=\sum_{i=1}^{n}w_{\mathrm{PAN}i}+R_{\mathrm{r}},$$

$$G_{\mathrm{new}}=\sum_{i=1}^{n}w_{\mathrm{PAN}i}+G_{\mathrm{r}},$$

$$B_{\mathrm{new}}=\sum_{i=1}^{n}w_{\mathrm{PAN}i}+B_{\mathrm{r}},$$

称此方法为不可分加性小波替代(Non-separable additive wavelet substitution，NAWS)方法。

3.2　相加方法

3.2.1　把全色图像的小波平面叠加到 R、G、B 通道中

1）对高分辨力图像进行分解：

$$I_{\mathrm{PAN}}=\sum_{i=1}^{n}w_{\mathrm{PAN}i}+I_{\mathrm{PANr}},$$

2）把高分辨图像的小波平面分别叠加到 R、G、B 图像中：

$$R_{\text{new}} = \sum_{i=1}^{n} w_{\text{PAN}i} + R,$$

$$G_{\text{new}} = \sum_{i=1}^{n} w_{\text{PAN}i} + G,$$

$$B_{\text{new}} = \sum_{i=1}^{n} w_{\text{PAN}i} + B,$$

称此方法为不可分加性小波 RGB(Non-separable additive wavelet RGB,NAWRGB)方法。

3.2.2 把全色图像的小波平面叠加到 LHS 变换的 L 分量中

1) 对高分辨力图像进行分解：

$$I_{\text{PAN}} = \sum_{i=1}^{n} w_{\text{PAN}i} + I_{\text{PANr}},$$

2) 对多光谱图像进行亮度、色度和饱和度(LHS)变换，设变换后的亮度图像为 L；

3) 把全色图像的小波平面叠加到亮度、色度和饱和度变换的 L 分量中：

$$I_{\text{new}} = \sum_{i=1}^{n} w_{\text{PAN}i} + L,$$

4) 作 LHS 逆变换，得到新的多光谱图像。

称此方法为不可分加性小波 L(Non-separable additive wavelet L,NAWL)方法。

考虑到非张量积小波的能提供融合结果图像较好的高频信息[7,9,10]，为了使融合结果图像能获得较好的光谱信息，以上三种融合方法均未做直方图匹配。

4 实验结果的评价与分析

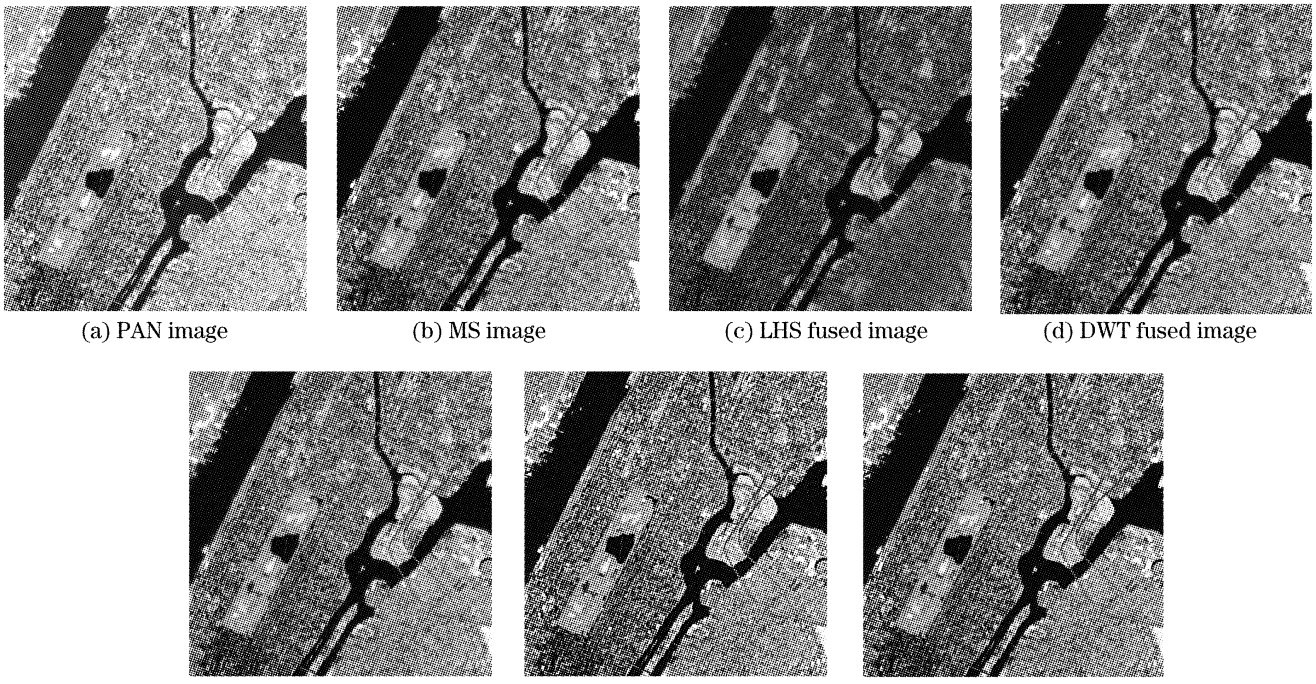
4.1 实验结果

基于以上的原理和融合方法，我们对同一地区(纽约市区)的 Landsat-7 ETM+多波段影像和全色影像进行了融合实验。图 3(a)和图 3(b)为原始图像，其中，图 3(a)是分辨力为 15 m 的 ETM+全色图像，图 3(b)为分辨力为 30 m 的 ETM+band 1、band 2、band 3 合成的多波段图像，对高分辨力全色(PAN)图像和多光谱(MS)图像进行了配准。图 3(c)为 LHS 方法的融合结果图像，图 3(d)为基于张量积小波变换(DWT)的融合结果图像，图 3(e)为 NAWS 方法的融合结果图像，图 3(f)为 NAWRGB 方法的融合结果图像，图 3(g)为 NAWL 方法的融合结果图像。图 3(e)～图 3(g)三种方法的小波分解层数均为 3，实验在 MATLAB7.1 编程环境中实现。为了使(5)式所示的滤波器得到较好的分频特性，采用的均值滤波器 $\boldsymbol{H}$ 对滤波器 $\boldsymbol{H}_0$ 进行低通滤波，即

$$\boldsymbol{H}'_0 = \boldsymbol{H} * \boldsymbol{H}_0,$$

其中，“*”为卷积运算。这样，被 $\boldsymbol{H}'_0$ 滤波后的图像的低频带宽变窄，从而使尺度低通滤波器和小波高通滤波器具有较好的分频特性。

从融合的视觉效果[图 3(e)～图 3(g)]看，本文方法既保留了原多光谱图像的光谱信息，又保持了原高分辨力全色图像的较高的分辨力，亮度、色度和饱和度方法融合图像[图3(c)]虽然有较高的分辨



(a) PAN image (b) MS image (c) LHS fused image (d) DWT fused image

(e) NAWS fused image (f) NAWRGB fused image (g) NAWL fused image

图 3 ETM+多光谱图像与高分辨力全色图像的融合

Fig. 3 Fusion of ETM+ MS image and PAN image

力，但其光谱信息退化较严重，基于张量积小波的融合方法图像[图 3(d)]虽然较好地保留了多光谱图像的光谱信息，但图像较模糊，分辨力不高。

4.2　融合结果客观性能分析

为了衡量融合图像在保持高分辨力全色图像的高分辨力信息和多光谱图像的光谱信息，采用分别计算原多光谱图像的 R、G、B 通道与融合结果多光谱图像的 R、G、B 通道的相关系数来衡量光谱信息的保持程度[8,13]，其值越大，说明光谱信息保持越好。而采用先对高分辨力全色图像、融合后的多光谱图像的 R、G、B 图像分别用如(9)式的高通滤波器滤波，然后分别求滤波后的高分辨力全色图像与 R 图像、高分辨力全色图像与 G 图像、高分辨力全色图像与 B 图像的相关系数，以衡量融合结果图像所含的高分辨力信息[13]，其值越大，说明高分辨信息保持越好。求图像 I 与 J 的相关系数的公式如(8)式所示。

$$\rho=\frac{\sum_{m}^{M}\sum_{n}^{N}[I(m,n)-\bar{I}(m,n)][J(m,n)-\bar{J}(m,n)]}{\sqrt{\sum_{m}^{M}\sum_{n}^{N}[I(m,n)-\bar{I}(m,n)]^2\sum_{m}^{M}\sum_{n}^{N}[J(m,n)-\bar{J}(m,n)]^2}},\tag{8}$$

其中 $M\times N$ 为图像的大小，所使用的高通滤波器为

$$\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix}-1 & -1 & -1\\ -1 & 8 & -1\\ -1 & -1 & -1\end{bmatrix},\tag{9}$$

另外，为了研究本文方法的特点，我们把它与 LHS 变换方法、基于张量积小波融合方法、文献[8]的基于 átrous 算法的融合替代法(AWS)、RGB 相加法(AWRGB)、L 成份相加法(AWL)作比较，有关客观性能指标列于表 1 和表 2 中，表 1 所示的是各种融合方法的融合结果图像的 R、G、B 图像与原多光谱图像的 R、G、B 图像的相关系数，表 2 是原高分辨力全色图像与融合结果多光谱图像通过高通滤波器滤波后的相关系数。

表 1　各方法融合图像与多光谱图像的相关系数

Table 1　Correlation coefficient of fused image and MS image

Fusion method	R	G	B
LHS	0.9470	0.8832	0.9312
DWT	0.9782	0.9719	0.9719
AWS	0.9631	0.9529	0.9522
AWRGB	0.9646	0.9576	0.9587
AWL	0.9871	0.9842	0.9847
NAWS	0.9548	0.9422	0.9395
NAWRGB	0.9546	0.9465	0.9477
NAWL	0.9830	0.9795	0.9800

从表 1 各行的数据可以看出，在我们所研究的八种融合方法中，除 LHS 方法外，其它方法都能较好地保持原多光谱图像的多光谱信息(相关系数均高于 0.9)，其中尤以张量积小波(DWT)方法、AWL 方法和 NAWL 方法保持的光谱信息更好(相关系数均高于 0.97)，而 AWL 方法保持光谱信息的效果最好，NAWL 方法第二、张量积小波方法第三。

从表 2 各行的数据可以看出，在我们所研究的八种融合方法中，LHS 方法、AWS 方法和 NAWS 方法保持的高分辨力信息更好(相关系数均高于 0.92)，而 NAWS 保持原高分辨力全色图像的高分辨力信息的效果最好。

表 2　各方法融合图像与高分辨力图像滤波后的相关系数

Table 2　Correlation coefficient of fused image and PAN image

Fusion method	R	G	B
LHS	0.9719	0.9272	0.9638
DWT	0.6944	0.6577	0.6578
AWS	0.9918	0.9801	0.9891
AWRGB	0.8250	0.7964	0.8168
AWL	0.7185	0.6852	0.7090
NAWS	0.9951	0.9838	0.9930
NAWRGB	0.8320	0.8050	0.8241
NAWL	0.7268	0.6948	0.7175

另外，比较表 1 的第 4 行和第 7 行、第 5 行和第 8 行、第 6 行和第 9 行的数据可以看出，在保持原多光谱图像的光谱信息方面，AWS 方法、AWRGB 方法、AWL 方法分别比 NAWS 方法、NAWRGB 方法、NAWL 方法的效果好；而比较表 2 的第 4 行和第 7 行、第 5 行和第 8 行、第 6 行和第 9 行的数据可以看出，在保持原高分辨力全色图像的高分辨力信息方面，NAWS 方法、NAWRGB 方法、NAWL 方法分别比 AWS 方法、AWRGB 方法、AWL 方法的效果好。说明本文提出的融合方法能提高融合结果图像的分辨力。

另外，由于二通道小波在对参加融合的图像进行融合时只进行两个通道的小波分解与重构，而基

于伸缩矩阵为[2,0;0,2]的张量积小波在对图像进行融合时需要进行四个通道的分解与重构,因此,与基于张量积小波的图像融合方法相比,本文提出融合方法可节约一半的运算量。

5 结 论

本文提出了一种二通道伸缩矩阵为[1,1;1,−1]且具有对称性的不可分小波的构造方法,构造了不可分低通滤波器,并把它应用于高分辨力图像与多光谱图像的融合中。从融合的视觉判读效果看,本文提出的方法有较好的视觉效果,融合结果图像清晰,能保持较好的色彩效果。从客观性能指标看,三种模式 NAWS、NAWRGB、NAWL 既能保持较好的光谱信息(相关系数均高于 0.94),又能保持较高分辨力,特别是在保持原高分辨力全色图像的高分辨力方面,与传统的 LHS 融合方法、基于张量积小波的融合方法及 AWS、AWRGB、AWL 融合方法相比,NAWS 方法具有更高的分辨力。

利用本文提出方法对 SPOT 多光谱图像与 SPOT 高分辨力全色图像的融合、快鸟(Quickbird)图像的融合、SPOT 高分辨力图像与 TM 多光谱图像的融合时,也得到与上述结论相同的结论。另外,利用第 2 节构造的其它低通滤波器进行融合时,也得到相同的结论,说明此类滤波器对高分辨力图像和多光谱图像的融合性能相近。

与基于四通道小波的融合方法相比,本文融合方法可节约一半的运算量。

参 考 文 献

1 Li Zhenhua, Jing Zhongliang, Sun Shaoyuan *et al*.. Remote sensing image fusion based on steerable pyramid frame transform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(5): 598～602 (in Chinese)
李振华,敬忠良,孙韶媛 等. 基于方向金字塔框架变换的遥感图像融合算法[J]. 光学学报, 2005, **25**(5): 598～602

2 Wang Renli, Qi Mingyao, Wang Hui. Comparative study on the method of IHS transform for image fusion[J]. *J. Institute of Surveying and Mapping*, 2000, **17**(4): 269～272 (in Chinese)
王仁礼,戚铭尧,王 慧. 用于图像融合的 IHS 变换方法的比较[J]. 测绘学院学报, 2000, **17**(4): 269～272

3 Wen Dou, Yunhao Chen, Xiaobing Li *et al*.. A general framework for component substitution image fusion: An implementation using the fast image fusion method [J]. *Computers & Geosciences*, 2007, **33**(2): 219～228

4 Wu Yan, Yang Wanhai, Li Ming. Image fusion based on wavelet decomposition and evolutionary strategy[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(6): 671～676 (in Chinese)
吴 艳,杨万海,李 明. 基于小波分解和进化策略的图像融合方法[J]. 光学学报, 2003, **23**(6): 671～676

5 Shutao Li, James T. Kwok, Yaonan Wang. Using the discrete wavelet frame transform to merge Landsat TM and SPOT panchromatic images [J]. *Information Fusion*, 2002, **3** (1): 17～23

6 Lin Hui, Du Peijun, Xiao Jianping. Algorithm and realization of remote sensing multi-spectral image fusion using wavelet transform [J]. *J. Earth Sciences and Environment*, 2006, **28**(1): 75～78,100 (in Chinese)
林 卉,杜培军,肖剑平. 利用小波变换进行遥感多光谱图像融合的算法及实现[J]. 地球科学与环境学报, 2006, **28**(1): 75～78,100

7 Liu Bin, Peng Jiaxiong. Image fusion method based on non-separable wavelet[J]. *Machine Vision and Applications*, 2005, **16**(3): 189～196

8 Jorge Núñez, Xavier Otazu, Octavi Fors *et al*.. Multiresolution-based image fusion with additive wavelet decomposition [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1999, **37**(3): 1204～1211

9 Liu Bin, Peng Jiaxiong. Image fusion based on non-separable orthogonal compact supported wavelet[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(9): 1214～1218 (in Chinese)
刘 斌,彭嘉雄. 具有紧支撑正交非张量积小波的图像融合[J]. 光学学报, 2004, **24**(9): 1214～1218

10 Liu Bin, Peng Jiaxiong. Image fusion method based on short support symmetric non-separable wavelet[J]. *International J. Wavelets, Multiresolution, and Information Processing*, 2004, **2**(1): 87～98

11 Jelena Kovačević, Martin Vetterli. Non-separable multidimensional perfect reconstruction filter bank and wavelet bases for $\mathscr{R}^n$[J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 1992, **38**(2): 533～555

12 Qiuhui Chen, Charles A. Micchelli, Silong Peng *et al*.. Multivariate filter banks having matrix factorizations[J]. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, 2003, **25**(2): 517～531

13 Myungjin Choi, Rae Young Kim, Myeong-Ryong Nam *et al*.. Fusion of multispectral and panchromatic satellite images using the curvelet transform[J]. *IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2005, **2**(1): 136～140