

文章编号: 0253-2239(2007)06-0977-4

线性化求解非线性记录光栅耦合波方程

刘秋平¹ 何兴道² 张霭云¹ 余晓光¹

(¹ 井冈山学院数理学院物理系, 吉安 343009)
(² 南昌航空大学自动化学院, 南昌 330063)

摘要: 采用折射率调制特性为上凸型和下凹型的调制曲线, 提出了线性化求解非线性记录全息图耦合波方程的方法。以反射相位型全息光栅为例, 用耦合波理论分析计算了记录介质折射率调制为上凸型和下凹型调制曲线的体全息图的衍射光谱特性。计算结果表明, 折射率调制类型对光栅衍射光谱的带宽有较大影响, 对次峰峰值也有影响, 而对主峰峰值和峰值位置影响不大。这些结果可以解释实验测得的全息光栅衍射光谱带宽较宽和光栅衍射光谱的多样性。

关键词: 衍射与光栅; 体全息光栅; 线性化; 光谱特性; 非线性记录全息光栅

中图分类号: O438.1 文献标识码: A

Linear Solution for Coupled-Wave Equation of Nonlinear Recording Grating

Liu Qiuping¹ He Xingdao² Zhang Aiyun¹ Yu Xiaoguang¹

(¹ Department of Physics, School of Mathematics and Science, Jinggangshan University, Jian 343009)
(² College of Automation, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063)

Abstract: To solve the coupled wave function of nonlinear recording hologram, the linearization method was advanced, and two modulating models of refractive index were adopted, the convex curve and the concave curve. Taking the reflective phase hologram grating as an example, the spectral properties of the gratings were analyzed, for recording material with refractivity modulated in the convex curve and concave curve, by the coupled-wave theory. There is great influence on the bandwidth of the spectral properties from different modulating models of refractive index, and it affects the secondary peak value, but the primary peak value and position. The results can explain the diversity of spectral property and the experimental bandwidth wider than that calculated.

key words: diffraction and gratings; volume hologram grating; linearization method; spectral properties; nonlinear recording of hologram grating

1 引 言

目前解决体全息图问题的主要理论是 H. Kolgenik^[1] 提出的耦合波理论和 M. G. Moharam 等^[2,3] 提出的精确耦合波理论。但这些理论都是假定记录介质记录全息图时记录介质的折射率调制度与曝光量成线性关系, H. Kogelnik 的简单耦合波理论以及严格耦合波理论虽能解释体全息图的一些性质, 但由于都没考虑到介质中折射率的具体分布, 其理论结果与实验测试结果有较大差异, 在计算时都不能涵盖全息图内部的全部信息。

实际记录介质的曝光特性都是非线性的, 不同记录介质的曝光特性差别较大, 即便是同一种记录介质, 干板的处理过程不一样, 它的调制特性也有差别。实验测出的体全息光谱曲线是多样的。因此, 要更全面地分析体全息光谱, 理论上必须考虑记录介质的非线性记录特性。刘大禾^[4] 提出的用法布里-珀罗共振腔模型也可计算这种情况的衍射效率。为了求解非线性记录全息图的耦合波方程, 本文提出了线性化求解非线性记录全息图耦合波方程的方法, 并以反射相位型全息光栅为例, 用 H. Kolgenik

作者简介: 刘秋平(1969—), 男, 江西安福人, 硕士研究生, 讲师, 主要从事信息光学方面的研究。

E-mail: liuqiuping889@yahoo.com.cn

导师简介: 何兴道(1963—), 男, 江西靖安人, 教授, 硕士生导师, 主要从事非线性光学、全息光学、光子晶体方面的研究。

E-mail: xdz@tom.com

收稿日期: 2006-05-24; 收到修改稿日期: 2006-11-09

的耦合波理论分析计算了记录介质折射率调制为上凸型、下凹型调制曲线的体全息图的衍射光谱,得到全息记录介质的这两种折射率调制对光栅衍射光谱有较大影响。

2 线性化方法

在线性记录体全息图时,李普曼光路如图 1 所示,其中 L_0 为光栅厚度, \mathbf{k}_0 为入射光波矢, \mathbf{k}_r 为反射光波矢, θ_r 为反射角。设照明光波和再现光波的复振幅为

$$R(z) = R_0(z) \exp(-j\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r}), \quad (1)$$

$$I(z) = I_0(z) \exp(-j\mathbf{k}_I \cdot \mathbf{r}), \quad (2)$$

其中 $R_0(z)$ 和 $I_0(z)$ 分别为照明光波和衍射光波的振幅, \mathbf{k}_R 为照明光波波矢, \mathbf{k}_I 为再现光波波矢, \mathbf{r} 为位置矢量。在线性记录时,考虑记录介质的吸收后,用耦合波理论可以推导得到^[5]

$$\frac{dR(z)}{dz} + \frac{\alpha_0 + jF(z)}{\cos \varphi_R} R(z) = -j \frac{\chi}{\cos \varphi_R} I(z), \quad (3)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} - \frac{\alpha_0 + [\Gamma + F(z)]}{\cos \varphi_R} I(z) = j \frac{\chi}{\cos \varphi_R} R(z), \quad (4)$$

式中^[6] φ_R 为照明光波于 Z 轴的夹角, α_0 为记录介质的平均吸收系数, $\alpha_0 = \frac{\omega \mu_0 \sigma_0}{2\beta}$, μ_0 为真空磁导率, ω 为角频率, σ_0 为真空电导率, $\beta = 2\pi n_0 / \lambda$, λ 为光波波长, n_0 为介质未曝光折射率调制度, $\Gamma = k_F \cos \varphi_R - \frac{k_F^2 \lambda}{4\pi n_0}$, k_F 为光栅传播矢量的值, $\chi = \frac{\pi \Delta n''}{\lambda} = \frac{\pi C_x}{\lambda} \exp\left(\frac{-\alpha_g L_0}{\cos \theta_r}\right)$, $\Delta n''$ 为 $I = I' + I''$ 中 I' 对折射率的调制度, α_g 为记录介质吸收系数, C_x 为光强转化为折射率调制度的系数, $F(z) = \frac{2\pi \Delta n'}{\lambda} = \frac{2\pi C_y}{\lambda} \exp\left(\frac{-\alpha_g L_0}{\cos \theta_r}\right) \cosh\left(\frac{\alpha_g z}{\cos \theta_r}\right)$, $\Delta n'$ 为 $I = I' + I''$ 中 I'' 对折射率的调制度, C_y 为光强转化为折射率调

制度的系数。对于反射体积全息图,边界条件为

$$R(0) = 1, \quad I(L_0) = 0, \quad (5)$$

设 $l = z/L_0$, $r(l) = I(l)/R(l) = Y_1(l) + jY_2(l)$, 其中 Y_1, Y_2 为中间变量代换,可以得到

$$\frac{dY_1}{dl} = - \left[2\xi + \frac{2F(l)T}{\cos \varphi_R} \right] Y_2 + 2D_0 Y_1 - 2\gamma_r Y_1 Y_2, \quad (6)$$

$$\frac{dY_2}{dl} = \left[2\xi + \frac{2F(l)T}{\cos \varphi_R} \right] Y_1 + 2D_0 Y_2 - \gamma_r (1 + Y_1^2 - Y_2^2), \quad (7)$$

式中^[7]

$$\xi = \frac{\Gamma L_0}{2 \cos \varphi_R}, \quad D_0 = \frac{\alpha_0 L_0}{\cos \varphi_R}, \quad \gamma_r = \frac{\chi L_0}{\cos \varphi_R},$$

边界条件变为

$$Y_1(1) = Y_2(1) = 0, \quad (8)$$

得到衍射效率为

$$\eta = \frac{|I(0)|^2}{|R(0)|^2} = |r(0)|^2 = Y_1^2(0) + Y_2^2(0). \quad (9)$$

以上考虑了有吸收的体全息图的光谱特性耦合波理论分析,都是假定记录介质是线性的,刘大禾^[6]、冯德军等^[7]计算的结果与实验的差别还是比较大,当考虑记录介质的非线性曝光后, C_x, C_y 就不是常量了,而是光强的函数,而求解耦合波方程时记录参量只能是 $\cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ 的线性函数,否则就无法求解,也就是 C_x, C_y 必须为常量。为了在非线性的记录条件下求解耦合波方程,提出非线性记录曲线的分区线性化的方法,也就是把记录介质的非线性记录曲线分成若干区间,每个区间是线性的, C_x, C_y 在每个区间有不同的确定值,这样折射率的实验曲线就可用一条折线来近似。在用计算机进行数值计算解非线性记录的耦合波方程时,只要在每个步长内 C_x, C_y 为常量,则在光栅的每个步长的空间内记录介质对光强的记录是线性的,也就是说,在每个步长内可以按线性条件求解光栅的耦合波方程。显然,只要步长足够小,折射率可以很好地接近实验曲线。

用这种方法来讨论全息记录介质非线性记录对光栅光谱的影响, C_x, C_y 值的确定方法是根据线性情况下折射率调制直线 C_x, C_y 值的方法来确定的。在确定步长内 C_x, C_y 值后,就可以用数值方法编程计算出全息图的光谱特性。

由于同种记录介质的记录折射率调制曲线在不同的条件下有较大的区别,根据姜根山等^[8]得到的银盐干板胶层的折射率曝光特性,考虑记录介质在曝光过程中随曝光量的增加参与光化学反应的介质不断减少,这样折射率的调制度变化率会随曝光量

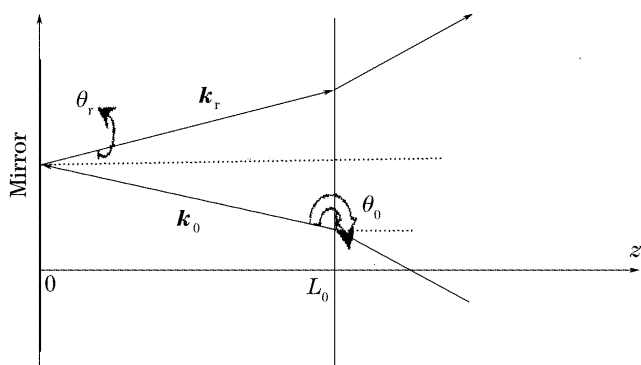


图 1 李普曼光路示意

Fig. 1 Schematics of Lippman light path

的增加而变小，如图 2(a)所示的上凸型的折射率调制特性曲线，其中 H_v 为曝光量。同时考虑有些介质在曝光过程中对光强敏感，光强越大光化学反应的强度越大，这样折射率的调制度变化率会随着光

强的增加而变大，如图 2(b)所示的下凹型的折射率调制特性曲线。由于上凸型、下凹型在曲线类型上具有典型性和广泛性，所以选取这两种特性曲线来分析非线性记录对衍射光栅光谱的普遍影响。

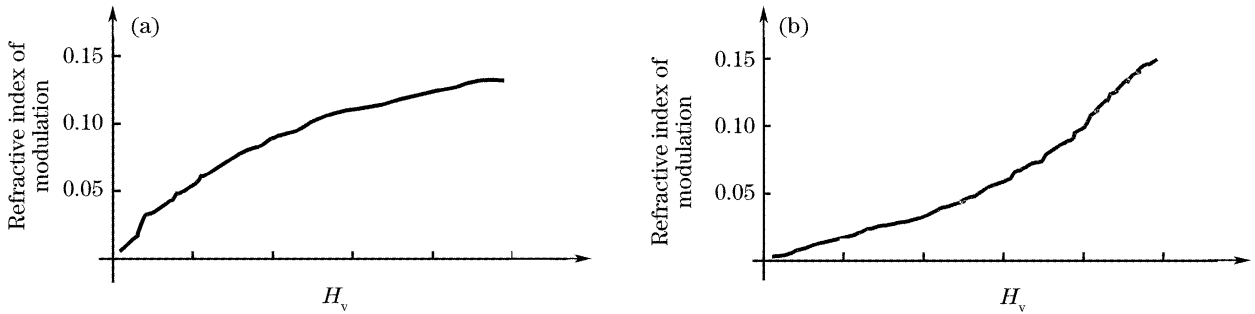


图 2 折射率调制曲线。(a)上凸型，(b)下凹型

Fig. 2 Curve of refractive index modulation. (a) The upper convex, (b) concave-down

3 数值计算结果

在非线性记录曲线的分区线性化后，采用龙格-库塔法解体积全息图耦合波方程的数值计算的结果。

3.1 折射率调制曲线的上凸程度对光栅衍射光谱的影响

根据四条不同上凸曲线计算得到的光谱曲线如图 3 所示。从计算的结果可以看出，在折射率调制度相同的条件下，折射率调制曲线上凸得越大，光谱的带宽越宽，次峰值越高，而主峰的位置基本不变，

主峰值稍有增加，但增加得不大。

3.2 折射率调制曲线的下凹程度对光栅衍射光谱的影响

根据四条不同的下凹曲线，计算得到的光谱曲线，如图 4 所示，从计算的结果可以明显看出，在折射率调制度相同的条件下，折射率调制曲线下凹得越大，光谱的带宽越窄，次峰值越低，而主峰的位置基本不变，主峰值也有下降，但下降得不是很明显。

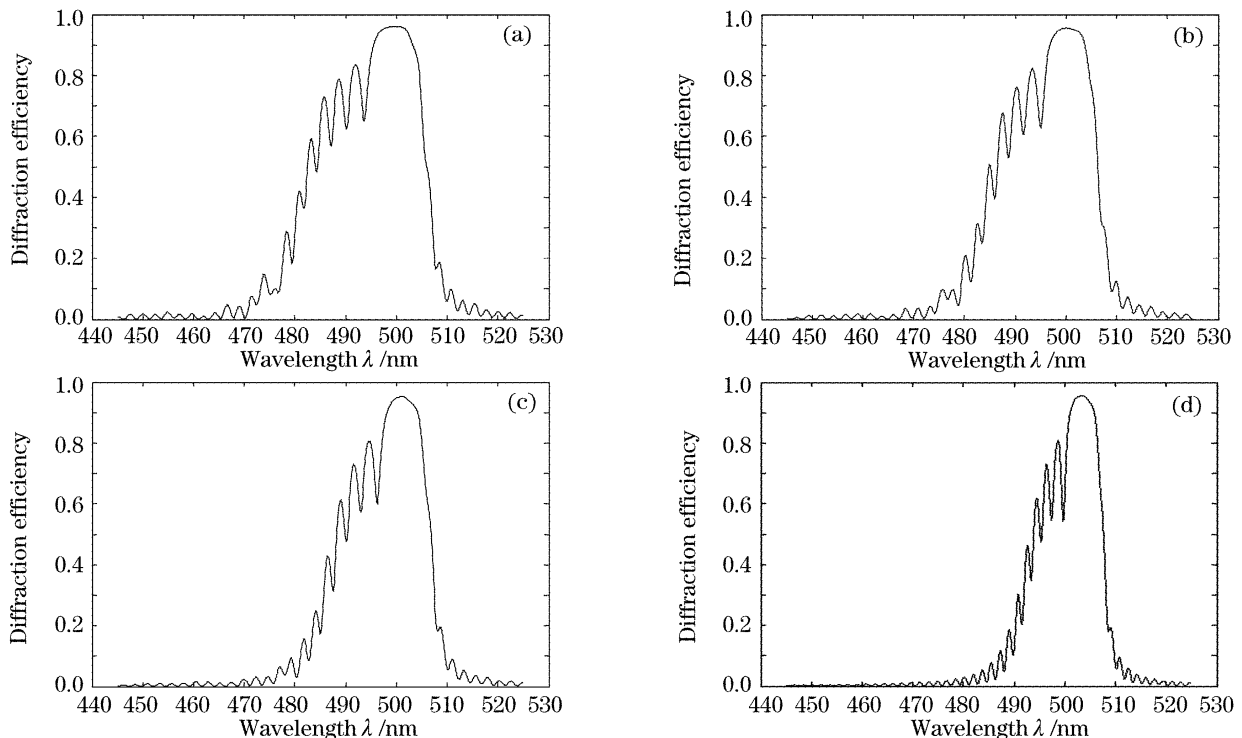


图 3 由图 2(a)得到的折射率调制曲线计算的衍射光谱。(a)~(d)上凸程度依次减小

Fig. 3 Diffraction spectrums calculated from different refractive index modulation. (a)~(d) the degree of upper convex is less one by one

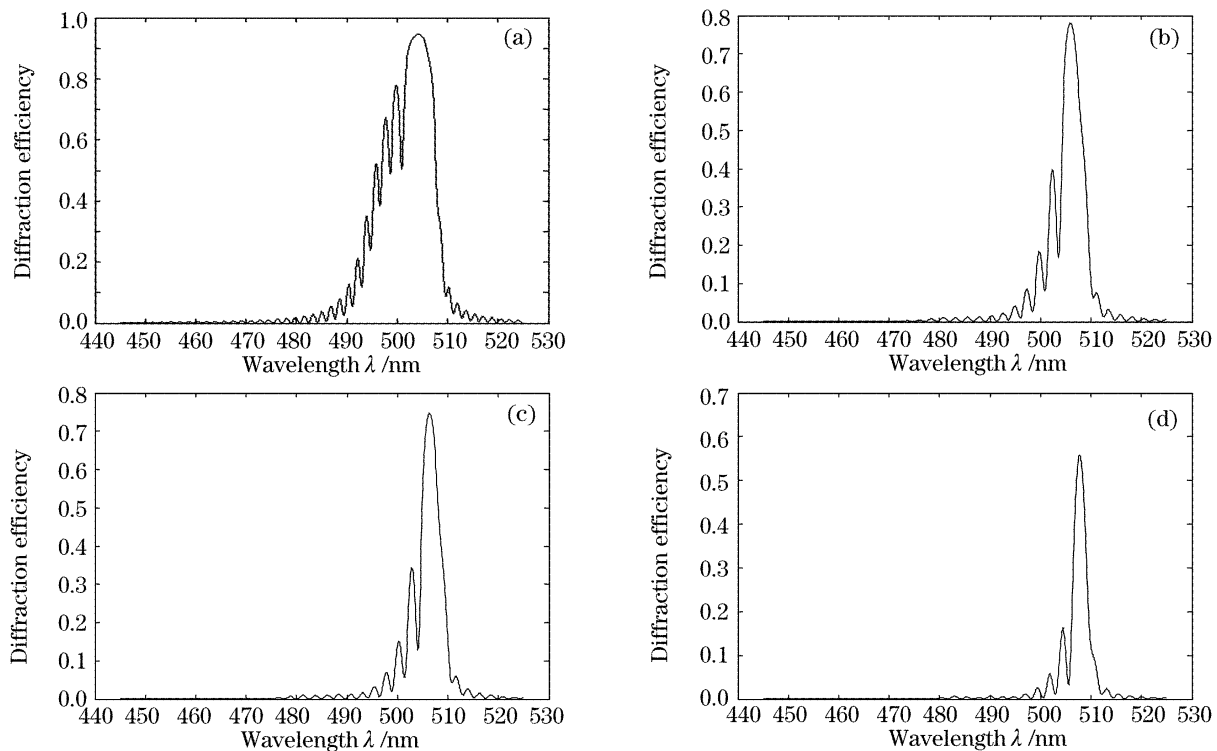


图 4 由图 2(b)得到的折射率调制曲线计算的衍射光谱。(a)~(d)下凹程度依次增大

Fig. 4 Diffraction spectrums calculated from different refractive index modulation. (a)~(d) the degree of concave-down is more one by one

4 结 论

经过实验与理论谱线的比较,在考虑非线性记录后,理论计算的光谱曲线更丰富些,更符合实验的结果,表明线性化求解非线性记录全息图耦合波方程的方法是可行的。通过计算,可以得到:

1) 全息记录介质的非线性记录是光谱多样性原因之一。非线性记录对光栅折射率分布非均匀结构的影响,由非线性记录导致折射率分布曲线的丰富性必然对光栅衍射光谱产生多样的影响。

2) 在折射率调制度相同的条件下,折射率调制曲线上凸越大,光谱的带宽越宽,次峰值越高,而主峰的位置基本不变,主峰值稍有增加,但增加得不大。根据耦合波理论,光栅的光谱带宽越宽,光栅衍射时的角宽度就越大,这和多缝夫琅禾费衍射的结果类似。

3) 在折射率调制度相同的条件下,折射率调制曲线下凹的越大,光谱的带宽越窄,主峰值下降,但下降得不是很明显。

实验上得到的衍射光谱带宽要比线性计算的结果要宽 2~4 倍,是因实际的记录介质的折射率调制曲线大多为上凸型或类似于上凸型,用这种类型的介质制作的光栅衍射光谱的带宽比线性记录的要宽 1~4 倍。

参 考 文 献

- H. Kogelnik. Coupled wave theory for thick hologram grating [J]. *Bell. Syst. Technol. J.*, 1969, **48**(9): 2909~2947
- M. G. Moharam, T. K. Gaylord. Coupled-wave analysis of reflection grating[J]. *Appl. Opt.*, 1981, **20**(2): 240~244
- M. G. Moharam, T. K. Gaylord. Rigorous coupled-wave analysis of planar-grating diffraction[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1981, **71**(7): 811~818
- Liu Dahe, Zhou Jing. Reunderstanding on the mechanism of volume hologram[J]. *Acta Optica Sinica*, 1997, **17**(7): 919~922 (in Chinese)
刘大禾,周 静. 体全息图机制再认识[J]. *光学学报*, 1997, **17**(7): 919~922
- Yu Meiwen. *Holography Optics and Information Processing* [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1984. 35~39 (in Chinese)
于美文. *光学全息及信息处理* [M]. 北京: 国防工业出版社, 1984. 35~39
- Liu Dahe, He Xingdao. Theoretical analysis on inhomogeneous reflection hologram[J]. *Acta Optica Sinica*, 1990, **10**(6): 545~550 (in Chinese)
刘大禾,何兴道. 非均匀反射全息图的理论分析[J]. *光学学报*, 1990, **10**(6): 545~550
- Feng Dejun, Kai Guiyun. Numerical study of non-uniform reflection volume holographic grating[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(4): 417~421 (in Chinese)
冯德军,开桂云. 非均匀反射体全息光栅的数值研究[J]. *光子学报*, 2001, **30**(4): 417~421
- Jiang Genshan, Lü Yueguang, Huang Mingqing. Experimental research on the refractive index modulation of silver-halide plate with dilution developing process[J]. *Chine. J. Lasers*, 2004, **31**(2): 190~194 (in Chinese)
姜根山,吕跃广,黄明强. 银盐干板稀释显影折射率调制特性实验研究[J]. *中国激光*, 2004, **31**(2): 190~194