

文章编号: 0253-2239(2007)06-1102-5

多波导定向耦合器耦合特性*

梁华伟 石顺祥 李家立

(西安电子科技大学技术物理学院, 西安 710071)

摘要: 利用拉普拉斯变换, 将多波导定向耦合器的耦合模方程组变换为三对角线性方程组, 并采用追赶法求出了该方程组的通解; 进一步, 给定初始条件, 进行拉普拉斯变换反演, 即可严格地求出该耦合模方程组的解。采用该方法研究了 5 波导定向耦合器光从一个波导入射和等光强从 5 个波导入射时的耦合特性, 求出了耦合模方程组解的解析表达式, 给出了每个波导中光功率变化规律曲线。利用该方法, 可很方便地求出任意有限数目波导组成的定向耦合器在任意入射条件下耦合模方程组的解, 因此对于多波导定向耦合器结构的合理设计, 具有非常重要的意义。

关键词: 导波光学; 多波导定向耦合器; 拉普拉斯变换; 耦合; 追赶法

中图分类号: TN256 文献标识码: A

Study on Coupling in a Multi-Waveguides Directional Coupler

Liang Huawei Shi Shunxiang Li Jiali

(School of Technical Physics, Xidian University, Xian 710071)

Abstract: The coupling equation set, which describes coupling characteristics of a multi-waveguides directional coupler, is transformed into a tridiagonal linear equation set by Laplace transform. And then general solution of this equation group is obtained by use of the chase method. Furthermore, given incidence condition, solution of the coupling equation group can be obtained exactly by inversion of the Laplace transform. Coupling characteristics of a five-waveguides directional coupler are studied in this method under two conditions of that light beam incidence upon one waveguide and five waveguides. And then analytic expressions of solution of the coupling equation group are obtained and variation curves of optical power in each waveguide are given. This method, which can be used to solve coupled-mode equations set of a multi-waveguides directional coupler with both any quantity of waveguides and any incidence condition, is significant for structure design of a multi-waveguides directional coupler.

Key words: guided-wave optics; multi-waveguides directional coupler; Laplace transform; coupling; chase method

1 引言

多波导定向耦合器是一种重要的光电子器件^[1], 在光通信和光传感领域中有着广泛的应用。

在光波导理论中, 描述波导耦合特性的耦合模方程的求解问题是一个重要的研究课题, 人们已对其进行了许多研究^[2~6]。本文采用拉普拉斯变换法^[7]和追赶法^[8]求解了弱耦合、无损耗情况下线形排列的多波导定向耦合器耦合模方程组, 并对 5 波导定向耦合器给出了光从中间一个波导入射和等光

强从 5 个波导入射时, 该耦合模方程组解的解析表达式和每个波导中功率变化规律曲线。

2 多波导定向耦合器耦合模方程组的求解

如图 1 所示, 对于线形排列的 n 波导定向耦合器, 在弱耦合、无损耗情况下, 仅考虑相邻波导的耦合作用, 其耦合模方程为^[9]

* 国家自然科学基金(60277006)和国防预研基金(51407010105DZ0130)资助课题。

作者简介: 梁华伟(1981—), 男, 山东人, 博士研究生, 主要从事光电子技术和光波导阵列理论方面的研究。

E-mail: xdlhuawei@163.com

导师简介: 石顺祥(1943—), 男, 山东人, 教授, 博士生导师, 主要从事光电子技术及应用和非线性光学方面的研究。

E-mail: shxshi@mail.xidian.edu.cn

收稿日期: 2006-08-08; 收到修改稿日期: 2006-11-15

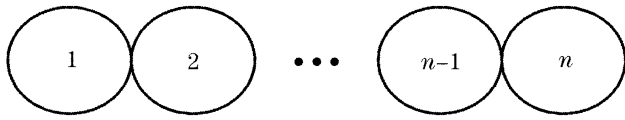


图 1 线形定向耦合器

Fig. 1 Directional coupler in a line

$$\begin{cases} \frac{dE_m(z)}{dz} = -i\kappa E_{m-1}(z) - i\kappa E_{m+1}(z), \\ 1 < m < n \\ \frac{dE_1(z)}{dz} = -i\kappa E_2(z), \\ \frac{dE_n(z)}{dz} = -i\kappa E_{n-1}(z), \end{cases} \quad (1)$$

其中 $E_m(z)$ 为第 m 个波导中的模式振幅, κ 为相邻波导间的耦合系数, 对于二维波导, 若其材料和尺寸相同, 则其大小为^[10]

$$\kappa = \frac{2ph^2}{\beta(\omega + 2/p)(h^2 + p^2)} \exp(-ps), \quad (2)$$

式中 $p^2 = \beta^2 - n_2^2 k^2$, $h^2 = n_1^2 k^2 - \beta^2$, $k = 2\pi/\lambda$, β 为每个波导的传播常量, s 为波导间距, ω 为波导宽度, n_1, n_2 分别为波导芯层和包层材料的折射率。

将(1)式进行拉普拉斯变换^[7], 经过整理可得

$$\mathbf{A}\bar{E}(p) = E(0), \quad (3)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} p & i\kappa & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ i\kappa & p & i\kappa & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & i\kappa & p & i\kappa & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & i\kappa & p & i\kappa \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & i\kappa & p \end{bmatrix},$$

$$\bar{E}(p) = [\bar{E}_1(p), \bar{E}_2(p), \cdots, \bar{E}_n(p)]^T,$$

$$E(0) = [E_1(0), E_2(0), \cdots, E_n(0)]^T,$$

$\bar{E}_m(p)$ 为第 m 个波导中模式振幅的拉普拉斯变换函数, $E_m(0)$ 为第 m 个波导入射端光场模式振幅。

上面的(3)式为三对角线性方程组, 利用追赶法^[8]可求得解为

$$\bar{E}_n(p) = \frac{E_n(0) - i\kappa d_{n-1}}{p - i\kappa \lambda_{n-1}}, \quad (4)$$

$$\bar{E}_m(p) = d_m - \lambda_m x_{m-1},$$

其中 $\lambda_1 = i\kappa/p$, $d_1 = E_1(0)/p$,

$$\lambda_m = \frac{i\kappa}{p - i\kappa \lambda_{m-1}}, \quad (5)$$

$$d_m = \frac{E_m(0) - i\kappa d_{m-1}}{p - i\kappa \lambda_{m-1}}. \quad (6)$$

根据递推公式(5), (6)可以求出任意 λ_m, d_m 值; 由 λ_{n-1} 、可求出 $\bar{E}_n(p)$; 再根据 $\bar{E}_n(p)$ 和(4)式即可以

求出在弱耦合情况下, 任意入射条件、任一波导中光场振幅的拉普拉斯变换函数 $\bar{E}_m(p)$ 。对 $\bar{E}_m(p)$ 进行拉普拉斯变换反演即可求出任一波导中光场振幅沿传播方向变化的情况。

3 线形 5 波导定向耦合器的耦合特性

为使上述求解方法具体化, 现在利用该法研究线形 5 波导定向耦合器的耦合特性。

3.1 光从第一个波导入射到 5 波导定向耦合器时的耦合特性

对于一线形排列的 5 波导定向耦合器, 当光从第一个波导入射即 $E_1(0) = 1, E_2(0) = E_3(0) = E_4(0) = E_5(0) = 0$ 时, 则根据上述方法可得任一波导中光场振幅的拉普拉斯变换函数 $\bar{E}_m(p)$:

$$\begin{cases} \bar{E}_1(p) = \frac{\kappa^4 + 3\kappa^2 p^2 + p^4}{3\kappa^4 p + 4\kappa^2 p^3 + p^5}, \\ \bar{E}_2(p) = -\frac{i\kappa(2\kappa^2 + p^2)}{3\kappa^4 + 4\kappa^2 p^2 + p^2}, \\ \bar{E}_3(p) = -\frac{\kappa^2}{3\kappa^2 p + p^3}, \\ \bar{E}_4(p) = \frac{i\kappa^3}{3\kappa^4 + 4\kappa^2 p^2 + p^4}, \\ \bar{E}_5(p) = \frac{\kappa^4}{3\kappa^4 p + 4\kappa^2 p^3 + p^5}, \end{cases} \quad (7)$$

对(7)式进行拉普拉斯变换反演即可求得只从中间一个波导入射时耦合模方程组的解:

$$\begin{cases} E_1(z) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cos(\kappa z) + \frac{1}{6} \cos(\sqrt{3}\kappa z), \\ E_2(z) = -i \frac{1}{2} \sin(\kappa z) - i \frac{\sqrt{3}}{6} \sin(\sqrt{3}\kappa z), \\ E_3(z) = \frac{1}{3} \cos(\sqrt{3}\kappa z) - \frac{1}{3}, \\ E_4(z) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \cos(\kappa z) + \frac{1}{6} \cos(\sqrt{3}\kappa z), \\ E_5(z) = i \frac{1}{2} \sin(\kappa z) - i \frac{\sqrt{3}}{6} \sin(\sqrt{3}\kappa z), \end{cases} \quad (8)$$

由(8)式可见, 光在定向耦合器中传输时, 同一 z 处模截面上光场是不对称分布的。这是因为尽管边界条件是对称的, 但初始条件不对称, 因而传输过程中的光场分布不对称。令 κ 在常用范围内取一值 $10^{-3} \mu\text{m}^{[9]}$, 则光在 5 个波导中的传输情况如图 2 所示。由图可见, 光在波导中传输时, 光功率 $P_3(z)$ 呈周期性变化, 其周期为 $T = \frac{2\pi}{\sqrt{3}\kappa} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}$ mm, 而光功率

$P_1(z), P_2(z), P_4(z), P_5(z)$ 的变化是非周期性的。这是因为在(8)式中, $E_3(z)$ 表达式的三角函数中只

包含 $\sqrt{3}\kappa z$ 一个变化因子,而在 $E_1(z), E_2(z), E_4(z), E_5(z)$ 表达式的三角函数中包含 κz 和 $\sqrt{3}\kappa z$ 两个变化因子。另外,光场变化的总趋势是光功率先

从第一个波导向另一侧方向转移,达到一定程度后又向第一个波导方向转移,并不断重复这样的过程,但其转移并无严格的周期性。

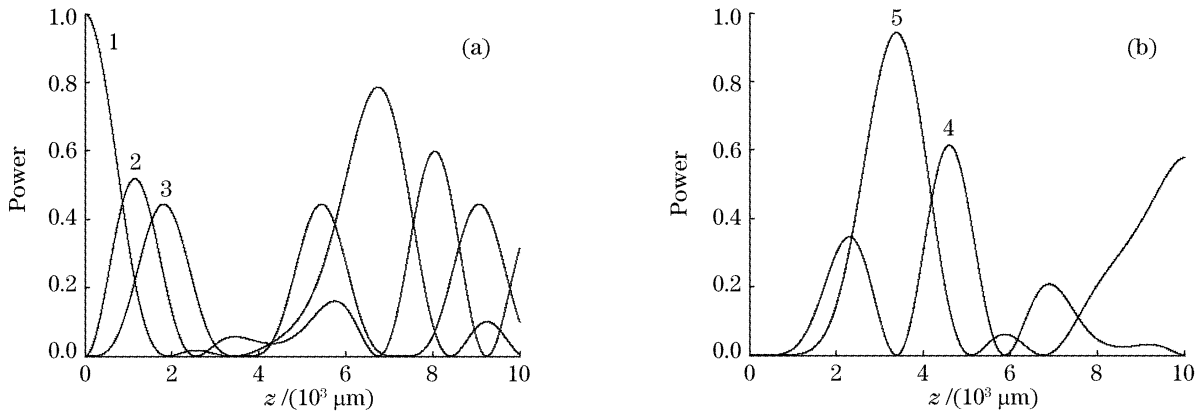


图 2 当光从第一个波导入射到 5 波导定向耦合器时,各个波导中的功率变化情况

Fig. 2 The variation of optical power in each waveguide with beam incidence upon the first waveguide of a directional coupler with 5 waveguides

当光从第二波导入射时,其特性与从第一个波导入射时类似,这里不再赘述。

3.2 光从第三个波导入射到 5 波导定向耦合器时的耦合特性

当光从第三个即中间一个波导入射时, $E_3(0) = 1, E_1(0) = E_2(0) = E_4(0) = E_5(0) = 0$,则根据上述方法可得耦合模方程组的解为

$$\begin{cases} E_1(z) = -\frac{2}{3}\sin^2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\kappa z\right), \\ E_2(z) = i\frac{1}{\sqrt{3}}\sin(\sqrt{3}\kappa z), \\ E_3(z) = \frac{1}{3}[1 + 2\cos(\sqrt{3}\kappa z)], \\ E_4(z) = -\frac{1}{\sqrt{3}}\sin(\sqrt{3}\kappa z), \\ E_5(z) = \frac{2}{3}\sin^2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\kappa z\right), \end{cases} \quad (9)$$

由(9)式可知,光在定向耦合器中传输时,截面上光功率是对称分布的,这是由对称的边界条件和初始条件共同决定的。仍令 $\kappa = 10^{-3} \mu\text{m}^{-1}$,则光在各波导内的传输情况如图 3 所示。由图 3 可知,波导 3 中的光功率先逐渐向两侧波导中分散,经历一个小的起伏后,又逐渐向中间波导汇聚,当光功率汇聚到与初始条件相同后,其光功率转移完成了一个循环。然后,定向耦合器中的光功率转移又重复上一个过程,周期性地向前传输,其光功率转移的周期为 $T = \frac{2\pi}{\sqrt{3}\kappa} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}$ 。在此情况下,每个波导中光功率的变化都是周期性的。

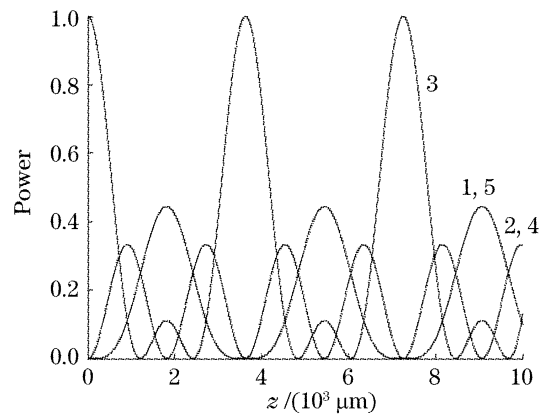


图 3 当光从第三个波导入射到 5 波导定向耦合器时,各个波导中的功率变化情况

Fig. 3 The variation of optical power in each waveguide with beam incidence upon the third waveguide of a directional coupler with 5 waveguides

特别应当指出,上述结论与文献[9]中讨论的无穷单元定向耦合器的结果有明显差别:对于无穷单元定向耦合器,当光从中间某个波导入射时,其光功率会一直向两边波导分散。这种差别在于:对于有限单元定向耦合器,其两侧边界条件对光功率作用,使得当光向两侧分散到一定程度后又向中间汇聚,因而传输过程中光功率在各波导中的分布有周期性。这种特性对于有限波导定向耦合器的设计,有重要指导意义。

当光从第四、第五个波导入射时,其光功率的变换特性分别与从第二、第一个波导入射时一致,只是相当于把定向耦合器翻转了一下。

3.3 光等强度从 5 个波导入射时的耦合特性

当光等强度从 5 个波导入射即 $E_m(0)$ 恒等于 1

时,则根据上述方法可得耦合模方程组的解为

$$\begin{cases} E_1(z) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\cos(\sqrt{3}\kappa z) - i\frac{\sqrt{3}}{3}\sin(\sqrt{3}\kappa z), \\ E_2(z) = \cos(\sqrt{3}\kappa z) - i\frac{2}{\sqrt{3}}\sin(\sqrt{3}\kappa z), \\ E_3(z) = -\frac{1}{3} + \frac{4}{3}\cos(\sqrt{3}\kappa z) - i\frac{2\sqrt{3}}{3}\sin(\sqrt{3}\kappa z), \\ E_4(z) = \cos(\sqrt{3}\kappa z) - \frac{2}{\sqrt{3}}\sin(\sqrt{3}\kappa z), \\ E_5(z) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\cos(\sqrt{3}\kappa z) - i\frac{\sqrt{3}}{3}\sin(\sqrt{3}\kappa z). \end{cases} \quad (10)$$

由(10)式可知,光在定向耦合器中传输时,截面上光功率仍是对称分布的。仍令 $\kappa=10^{-3} \mu\text{m}^{-1}$,则光在各波导内的传输情况如图 4 所示。由图 4 可知,当光等强度入射到 5 波导定向耦合器时,光功率在定向耦合器中周期性地发生转移。两侧波导中的光功率先向中间波导聚拢;当中间波导中的光功率达到最大值后,波导中的光功率又向两侧波导中分散,当光功率分散到与初始条件相同后,其光功率转移完成了一个循环。然后,光功率转移又重复上一个过程,周期性地向前传输,其光功率转移的周期也

为 $T = \frac{2\pi}{\sqrt{3}\kappa} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \text{ mm}$ 。

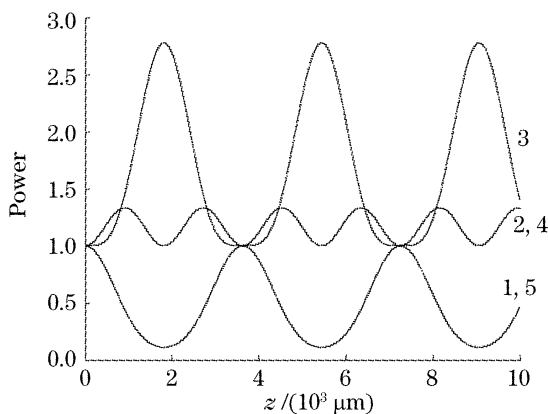


图 4 当光等强度入射 5 波导定向耦合器时,各个波导中的功率变化情况

Fig. 4 The variation of optical power in each waveguide with beam incidence upon all waveguides of a directional coupler with 5 waveguides

上述结论同样与文献[9]中讨论的无穷单元定向耦合器的结果差别明显:对于无穷单元定向耦合器,当光等强度从各个波导入射时,其在不同波导中会一直等强度向前传输。这种差别同样是源于两侧边界条件对光功率的作用。

4 结 论

提出了利用拉普拉斯变换方法和追赶法严格求解弱耦合、无损耗情形下定向耦合器耦合模方程组的方法。并利用该方法研究了 5 波导定向耦合器的耦合特性,其结论与文献[9]中讨论的无穷波导单元定向耦合器的耦合特性有显著差别。特别应当指出,此方法可以求出任意有限波导单元定向耦合器在任意入射条件下的解,这对于更合理地设计多波导定向耦合器的结构具有非常重要的意义。

参 考 文 献

- 1 Meng Yizhao, Tan Weihang, Huang Zhaoming. General solution to directional coupler with coupling between neighbored waveguide only[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(8): 964~969 (in Chinese)
孟义朝,谭维翰,黄肇明. 仅有相邻波导耦合的定向耦合器的一般解法[J]. *光学学报*, 2003, **23**(8): 964~969
- 2 Zhang Rifeng, Ge Chunfeng, Wang Shunhui *et al.*. Fused biconical taper all-wave coupler[J]. *Acta Physica Sinica*, 2003, **52**(2): 390~394 (in Chinese)
张瑞峰,葛春风,王书慧等. 熔锥型全波耦合器[J]. *物理学报*, 2003, **52**(2): 390~394
- 3 Yu Chongyuan, Zhang Xiaoguang, Liu Xiumin. Short optical pulse switching in three-core nonlinear fiber couplers[J]. *Acta Physica Sinica*, 2001, **50**(5): 904~909 (in Chinese)
俞重远,张晓光,刘秀敏. 三芯非线性光纤耦合器中的短脉冲光开关[J]. *物理学报*, 2001, **50**(5): 904~909
- 4 Xu Yanping, Gu Zhengtian, Chen Jiabi. Effect of surface film optical parameters on the characteristic of long-period fiber grating[J]. *Chin. J. Lasers*, 2005, **32**(11): 1519~1524 (in Chinese)
徐艳平,顾铮先,陈家璧. 表面膜层参数对长周期光纤光栅特性的影响[J]. *中国激光*, 2005, **32**(11): 1519~1524
- 5 Wu Jijiang, Shi Bangren, Kong Mei. Exponentially tapered multi-mode interference couplers[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2006, **4**(3): 167~169
- 6 Liu Rui, Qu Ronghui, Cai Haiwen *et al.*. Analysis of the transmission spectral characteristics of fiber bragg grating in photonic crystal fibers[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(7): 1007~1012 (in Chinese)
刘锐,瞿荣辉,蔡海文等. 光子晶体光纤布拉格光栅传输谱特性的分析[J]. *光学学报*, 2006, **26**(7): 1007~1012

- 7 Liang Kunmiao. *Methods of Physics and Mathematics* [M]. Beijing: Higher Education Press, 1998. 114~131 (in Chinese)
梁昆森. 数学物理方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998. 114~131
- 8 Compiling Group of Mathematics Manual. *Mathematics Manual* [M]. Beijing: Higher Education Press, 2004. 150~159 (in Chinese)
《数学手册》编写组. 数学手册[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004. 150~159
- 9 A. Yariv, P. Yeh. *Optical Waves in Crystals* [M]. Yu Rongjin, Jin Feng transl., Beijing: Science Press, 1991. 404~414 (in Chinese)
A. 亚里夫, P. 叶. 晶体中的光波[M]. 于荣金, 金 锋译. 北京: 科学出版社, 1991. 404~414
- 10 Jia Yubin. Coupling among three nonparallel waveguides [J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(9): 1161~1165 (in Chinese)
贾玉斌. 三个非平行波导间的耦合[J]. 光学学报, 2005, **25**(9): 1161~1165

中国科学院上海光学精密机械研究所光学设计高级讲习班教材征订

中国科学院上海光学精密机械研究所光学设计高级讲习班于 2006 年 10 月 27 日胜利闭幕。现有少量讲习班辅导教材征订,数量有限,欲购从速。四本教材主要内容包括:

1) 王之江院士、徐文东研究员主讲光学系统设计

光学设计中的基本概念和问题: 光学系统的基本要求及指标、高斯光学、像差理论、成像质量和发展各种不同结构的光学系统的意义等的阐述,结合现在流行的光学软件设计的基本功能进行介绍,立足于当前具有代表性的产品设计进行实例的分析和讲解。

2) 朱健强研究员主讲光机系统设计和光学加工

本课程的内容涵盖了光机设计的原理、设计方法及常规内容。介绍各类光学元件加工的各个环节及其相关测控技术,培养光学工程师所需掌握的必要光学加工工艺知识。平面、球面、透镜、棱镜等光学加工技术、非球面加工技术,特种光学元件加工技术,光学检测技术。

3) 范正修研究员主讲光学薄膜

从光学薄膜的一般性质出发,讲述光学薄膜在激光系统,光通信系统,显示系统中的应用,介绍极紫外和软 X 射线薄膜,功能性光学薄膜。分析激光对光学薄膜的破坏过程。

教材目录:

《光学加工与检测技术》、《光学机械设计》、《光学设计》、《光学薄膜及其应用》。

征订形式:

- 1) 全套教材或电子版: 400 元
- 2) 全套教材+电子版: 500 元
- 3) 单本教材+电子版: 150 元

优惠办法:

中国光学期刊网会员购买全套教材赠送价值 100 元的期刊阅读卡一张。

征订办法:

联系人: 高老师 电话: 021-69918253 邮箱: gfhai@siom.ac.cn

邮购方法:

请直接汇款到以下地址:

邮编: 201800 地址: 上海市嘉定区清河路 390 号 收款人: 光学期刊联合编辑部