

文章编号: 0253-2239(2007)05-0771-5

基于零级贝塞尔光束干涉产生的局域空心光束*

薛冬梅 刘婷婷 国承山

(山东师范大学物理与电子科学学院, 济南 250014)

摘要: 通过对由两个零级贝塞尔光束相干叠加形成的三维衍射光场的理论分析和计算机模拟, 发现当双零级贝塞尔光束的有关参量满足一定条件时, 会在光轴上形成一系列高质量的局域空心光束。在此基础上, 进一步分析了这种阵列局域空心光束的大小、阵列周期及局域空心光束的质量与双零级贝塞尔光束和光路参量的定量关系。推导出双零级贝塞尔光束叠加时在中心暗斑位置达到完全干涉相消的条件是通过两个环缝的能量要相同, 以及产生最佳局域空心光束的内外环缝光源半径的比值为 0.465。该研究为进一步设计制备基于双零级贝塞尔光束干涉实现阵列局域空心光束的新型衍射光学元件提供了理论依据和设计参量。

关键词: 衍射光学; 局域空心光束; 贝塞尔光束; 干涉

中图分类号: O438 文献标识码: A

Localized Hollow Beams Generated through Interference of Double Zero-Order Bessel Beams

Xue Dongmei Liu Tingting Guo Chengshan

(College of Physics and Electronics, Shandong Normal University, Jinan 250014)

Abstract: Three-dimensional (3D) intensity distribution of double zero-order Bessel beams is theoretically analyzed and simulated in computer. It is found that a chain of three-dimensional localized hollow beams can be generated by interference of the double zero-order Bessel beams. Dependence of the size, the spatial period and the quality of these localized hollow beams on the parameters of the double zero-order Bessel beams are discussed quantitatively. The condition for zero intensity at the central points of the localized hollow beams is given. We also found that the optimal localized hollow beams can be generated only when the radial ratio of the inner to outer rings is taken as a special value. This research is significant for design of new diffractive optical elements to generate localized hollow beams based on interference of the double zero-order Bessel beams.

Key words: diffractive optics; localized-hollow beams; Bessel beams; interference

1 引言

局域空心光束^[1]是指具有中心暗斑且该中心暗斑在三维空间被强光场完全包围的一类特殊光场, 它就像一个特殊的“密闭容器”, 因此也形象地将这种光场称为“瓶光束”(Bottle beam)^[2,3]或“光泡”(Optical bubble)^[4]。由于局域空心光束具有特殊光场分布, 使它有很高的实用价值, 目前已经在冷原子捕捉^[5]和光学微操纵^[6]等领域得到实际应用。

已报道的产生局域空心光束的方法主要有:

1) 采用径向分布的 π 相位板^[7,8]; 2) 基于高斯光束

和拉盖尔高斯光束的干涉^[2]; 3) 采用特殊抽运光束和限制孔径的端面抽运固体激光器^[3]等。

最近, Yiqiong Zhao 等^[9]又提出了一种利用径向偏振光束照明的衍射光学元件产生轴向阵列局域空心光束(或“光链”)的方法。这种阵列局域空心光束在实现对多个粒子的轴向三维俘获和可控性传输方面有实用价值。但在实验中, 由于需要特殊的偏振照明, 这种衍射光学元件在使用常用的液晶空间光调制器实现动态操控方面受到一定的限制。

本文通过对由两个零级贝塞尔光束^[10]相干叠

* 国家自然科学基金(60678207)资助课题。

作者简介: 薛冬梅(1982-), 女, 山东临沂人, 硕士研究生, 主要从事衍射不变光场及其应用等方面的研究。

E-mail: xuedongmei@163.com

导师简介: 国承山(1958-), 男, 山东济南人, 教授, 博士生导师, 主要从事信息光学方面的研究。

E-mail: guochsh@ sdn. edu. cn

收稿日期: 2006-06-26; 收到修改稿日期: 2006-10-17

加形成的三维衍射光场的理论分析和计算机模拟,发现当双零级贝塞尔光束的有关参量满足一定条件时,也会在光轴上形成一系列高质量的局域空心光束。在此基础上,进一步分析了这种阵列局域空心光束的大小、阵列周期及局域空心光束的质量与双零级贝塞尔光束和光路参量的定量关系。

2 双零级贝塞尔光束的空间衍射特性

零级贝塞尔光束是一种典型的空间衍射不变光场(通常又称为“无衍射光束”)^[11~13]。虽然实验产生零级贝塞尔光束的方法有多种,如环缝法、圆锥透镜法^[10]和计算全息法^[1]等,但从零级贝塞尔光束所特有的环状空间频谱结构的角度考虑,所有这些方法产生的贝塞尔光束都可以等效成一个置于透镜前焦面的环状相干光源所生成。因此,两个具有不同参数的零级贝塞尔光束可以看作是由位于一透镜前焦面上的两个不同半径的环状相干光源(或双环缝)

生成,如图1所示。

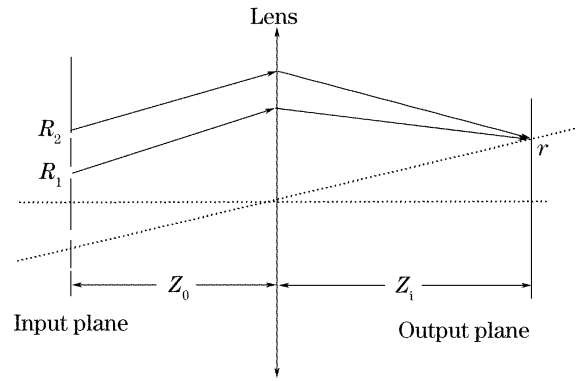


图1 产生双零级贝塞尔光束的光路几何示意图
Fig. 1 Schematic arrangement for generating double zero-order Bessel beams

在图1所示的光路中,一般设两个半径分别为 R_1 和 R_2 的环缝位于会聚透镜前 Z_0 处的输入面上。其透射率分别为 t_1 和 t_2 ;缝宽均为 ΔR 。当用一垂直平面波照明时,透过双环缝的光场的复振幅为

$$u_i(r, \theta) = t_1 \left[H\left(\frac{r}{R_1 + \Delta R}\right) - H\left(\frac{r}{R_1}\right) \right] + t_2 \left[H\left(\frac{r}{R_2 + \Delta R}\right) - H\left(\frac{r}{R_2}\right) \right] \exp(j\Delta\phi), \quad (1)$$

其中 (r, θ) 为系统输入面上的极坐标, $\Delta\phi$ 为双环缝的初始相位差。 $H(r/R)$ 表示半径为 R 的圆孔函数。由菲涅耳衍射积分公式,在会聚透镜后距离 Z_i 的输出平面上的衍射光场可近似表示为(在 $\Delta R \rightarrow 0$ 的近似条件下)

$$E(r, Z_i) = Ct_1 R_1 \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda} a r^2\right) \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda} b R_1^2\right) J_0\left[\frac{2\pi R_1 r f}{\lambda(fZ_i - Z_0 Z_i + Z_0 f)}\right] + Ct_2 R_2 \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda} a r^2\right) \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda} b R_2^2 + j\Delta\phi\right) J_0\left[\frac{2\pi R_2 r f}{\lambda(fZ_i - Z_0 Z_i + Z_0 f)}\right], \quad (2)$$

$$\text{式中 } a = \frac{-Z_0 f}{(fZ_i - Z_0 Z_i + Z_0 f)Z_i} + \frac{1}{Z_i}, \quad b = \frac{-Z_i f}{(fZ_i - Z_0 Z_i + Z_0 f)Z_i} + \frac{1}{Z_0}, \quad (3)$$

C 为积分常数式, λ 为入射光波的波长, f 为透镜焦距, $J_0(x)$ 为零级贝塞尔函数。由(1)式可见,一般情况下,经透镜聚焦的双环缝光源的衍射光场是由两个宗量不同的零级贝塞尔函数叠加而成。并且,两个贝塞尔函数的宗量是衍射距离 Z_i 的函数。但当 $Z_0 = f$,即将双环缝放在透镜前焦面上时,(1)式中的两个贝塞尔函数的宗量变得与衍射距离无关。此时,每个环缝在会聚透镜后所产生的贝塞尔光束具有空间衍射不变特性。此时(2)式可简化为

$$E(r, Z_i) = Ct_1 R_1 J_0\left(\frac{2\pi R_1 r}{\lambda f}\right) \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda} \frac{f - Z_i}{f^2} R_1^2\right) + Ct_2 R_2 J_0\left(\frac{2\pi R_2 r}{\lambda f}\right) \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda} \frac{f - Z_i}{f^2} R_2^2 + j\Delta\phi\right), \quad (4)$$

虽然此时两个环缝产生的零级贝塞尔光束各自空间传播不变,但由于两者的相位差随着传播距离的变化是不同的,因此其总的衍射光场将不再保持传播不变特性。总衍射光场的空间强度分布为

$$I(r, Z_i) = |E(r)|^2 = t_1^2 R_1^2 J_0^2\left(\frac{2\pi R_1 r}{\lambda f}\right) + t_2^2 R_2^2 J_0^2\left(\frac{2\pi R_2 r}{\lambda f}\right) + 2t_2 t_1 R_1 R_2 J_0\left(\frac{2\pi R_1 r}{\lambda f}\right) J_0\left(\frac{2\pi R_2 r}{\lambda f}\right) \cos(\Delta\theta), \quad (5)$$

$$\text{式中 } \Delta\theta = \frac{\pi}{\lambda} \frac{f - Z_i}{f^2} (R_1^2 - R_2^2) + \Delta\phi.$$

由(5)式可见,该衍射光场的强度分布随传播距离 Z_i 呈周期性变化,其变化周期为

$$\Delta Z = \frac{2\lambda f^2}{R_2^2 - R_1^2}. \quad (6)$$

为了更直观地考察双零级贝塞尔光束的三维空间分布特性,在图2中给出了该三维衍射光场强度

分布的轴向剖面图。考虑到贝塞尔光束的径向对称特性,图 2 揭示出了双零级贝塞尔光束的一个重要特性,就是其沿光轴附近的三维光场分布是由一系列局域空心光束串联而成。由(5)式可知,每个局域空心光束的中心位置为

$$Z_K = f + \frac{\lambda f^2}{R_2^2 - R_1^2} \left(2K + 1 - \frac{\Delta\phi}{\pi} \right), \quad (7)$$

式中 K 取零或整数。上述分析表明,利用两个零级贝塞尔光束的干涉可以生成沿轴向排列的阵列(或链状)局域空心光束。

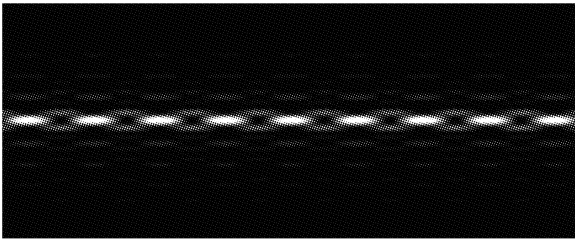


图 2 双零级贝塞尔光束三维衍射光场的轴向剖面图
Fig. 2 Axial section of the three-dimensional intensity distribution generated by double zero-order Bessel beams

3 局域空心光束的空间结构分析

在许多实际应用中都要求局域空心光束的中心暗斑处的光强越小越好,因此先讨论使该局域空心光束的暗斑中心光强为零的条件。

在由双零级贝塞尔光束干涉形成的局域空心光束中,要想使中心暗斑处的光强保持为零,必须适当选择双环缝的参量,使双贝塞尔光束在中心暗斑位置达到完全干涉相消。由(2)式可知,使暗斑中心光强保持为零的条件是

$$t_1 R_1 = t_2 R_2, \quad (8)$$

即两环缝透射率与相应环缝的半径之积相等,也就是要求通过两个环缝的光能量要相同。

下面详细讨论该局域空心光束的三维光场结构特点。

将(8)式代入(5)式并(5)式中的 r 为零,经化简得到沿光轴的纵向光场强度分布为

$$I(0, Z_i) = 4t_2^2 R_2^2 \cos^2 \left[\frac{\pi}{2\lambda} \frac{f - Z_i}{f^2} (R_1^2 - R_2^2) + \frac{\Delta\phi}{2} \right], \quad (9)$$

可见,由双零级贝塞尔光束干涉形成的阵列局域空心光束沿光轴的纵向强度分布为衍射距离 Z_i 的平方余弦函数。函数的零点位置就是局域空心光斑的中心位置。空心光斑阵列的周期就是(6)式所示的 ΔZ 。在通过局域空心光束中心零点且垂直光轴的平

面上,光场的强度分布为

$$I(r, Z_K) = t_2^2 R_2^2 \left[J_0 \left(\frac{2\pi R_1 r}{\lambda f} \right) - J_0 \left(\frac{2\pi R_2 r}{\lambda f} \right) \right]^2, \quad (10)$$

即在该平面上的光强度分布正比于两个零级贝塞尔函数差值的平方,并且是圆对称的。图 3 给出了(10)式所表示光强度沿径向坐标的分布情况。其中曲线 B, C 分别表示对应 R_1, R_2 两个环缝的零级贝塞尔光束的强度分布,曲线 A 则对应这两个零级贝塞尔光束的差值的平方。为了定量分析局域空心光束的空间尺度大小,定义局域空心光束的横向尺度 Δr 为沿横向两个相邻最大光强间的距离。由(10)式和图 3 可见,该横向尺度主要取决于由较大环缝 R_2 所产生的贝塞尔光束的第一次极大值的位置,并且可以由两个第一次极大之间的距离近似表征,即

$$\Delta r \approx x_{01} \lambda f / (\pi R_2), \quad (11)$$

其中, $x_{01} = 3.832$, 对应零级贝塞尔函数 $J_0(x)$ 的第一次极大位置。由(9)式可见,该局域空心光束的横向尺度与较大环缝的半径 R_2 成反比,与会聚透镜的焦距 f 成正比,而与 R_1 的取值几乎没有关系。

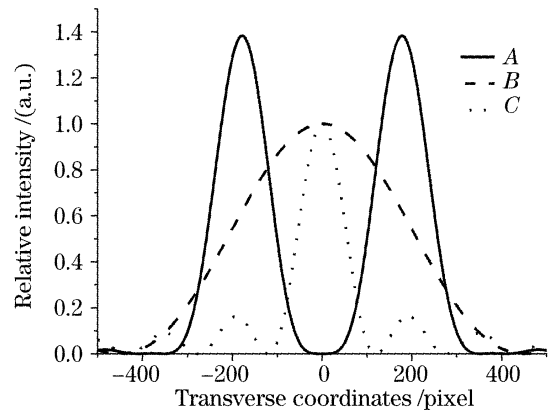


图 3 两个双零级贝塞尔光束及其干涉沿横向的强度分布
Fig. 3 Transverse intensity of two zero-order Bessel beams and their interference

由于轴向的最大光强是在两个贝塞尔光束的零级主极大位置干涉加强形成的,该局域空心光束轴向的最大光强值要比横向的最大光强值大许多。因此,像定义横向尺度那样定义该局域空心光束的轴向尺度为轴向两个相邻最大光强间的距离是不合适的。考虑到这一因素,定义该局域空心光束的轴向尺度 ΔZ_L 为光轴上强度等于横向最大光强时的轴上两点间距离。由(9)式和(10)式可以求出

$$\Delta Z_L = \frac{(\pi - 2a)2\lambda f^2}{\pi(R_1^2 - R_2^2)} = \frac{(\pi - 2a)}{\pi} \Delta Z, \quad (12)$$

其中, $a = \arccos \left\{ \left[J_0 \left(\frac{x_{01} R_1}{R_2} \right) - J_0(x_{01}) \right] / 2 \right\}$ 。

由于在 R_2 一定的情况下,局域空心光束横向

的最大光强处的取值是随 R_1 取值的变化而变化的。为了定量确定能使局域空心光束横向最大光强处的取值尽可能大的参量,具体计算了在保持局域空心光束暗斑中心的光强为零[见(8)式]的条件下横向最大光强值随 R_1 取值的变化情况。计算结果如图4所示。通过对(9)式的定量分析可知,只有当 R_1 的取值满足

$$R_1/R_2 \approx 0.465 \quad (13)$$

时,横向最大光强处的取值最大。将此优化条件代入(12)式得此时的纵向尺度为

$$\Delta Z_L \approx 0.6274\lambda f^2/R_2^2, \quad (14)$$

可以看出,在波长一定的情况下,其轴向尺度与

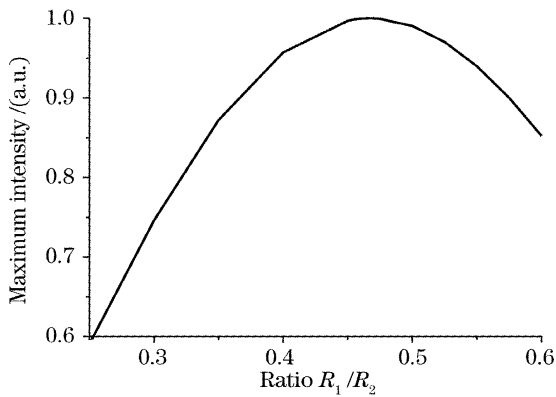


图4 横向最大光强值随 R_1/R_2 取值的变化情况
Fig. 4 Dependence of the maximum intensity in transverse direction on the ratio R_1/R_2

聚透镜焦距 f 的平方成正比,而与较大环缝光源半径的平方成反比。局域空心光束的纵向与横向尺度之比(纵横比)可由(11)式和(12)式直接得出

$$\frac{\Delta Z_L}{\Delta r} = \frac{0.514f}{R_2}, \quad (15)$$

可见,在优化条件下,局域空心光束的纵横比与会聚透镜的焦距成正比,而与外环缝光源的半径成反比,与波长无关。

4 讨 论

由以上分析可见,由双贝塞尔光束干涉产生的阵列局域空心光束的大小、阵列周期及空心光束的质量与双贝塞尔光束或实现光路的参量有关。对于双环缝模型情况,可以利用(6)式~(10)式来定量确定双环缝的半径、透射率、入射光波长及会聚透镜焦距。例如,当较大环缝的半径 R_2 限定为 10 mm 时,较小环缝的半径 R_1 就应设定为 4.65 mm;两个环缝的透射率则必须满足 $t_2/t_1 = 0.465$ 。此时,就能得到较好的中心为零光强的局域空心光束及其阵列。若光源波长为 $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$,所用会聚透镜焦距 $f = 60 \text{ mm}$,则所产生的局域空心光束的横向尺度约为 $4.63 \mu\text{m}$,其轴向尺度约为 $14.3 \mu\text{m}$ 。此时,局域空心光束的纵横比约为 3。图5给出了上述参量条件下用双环缝光源产生的阵列局域空心光束轴

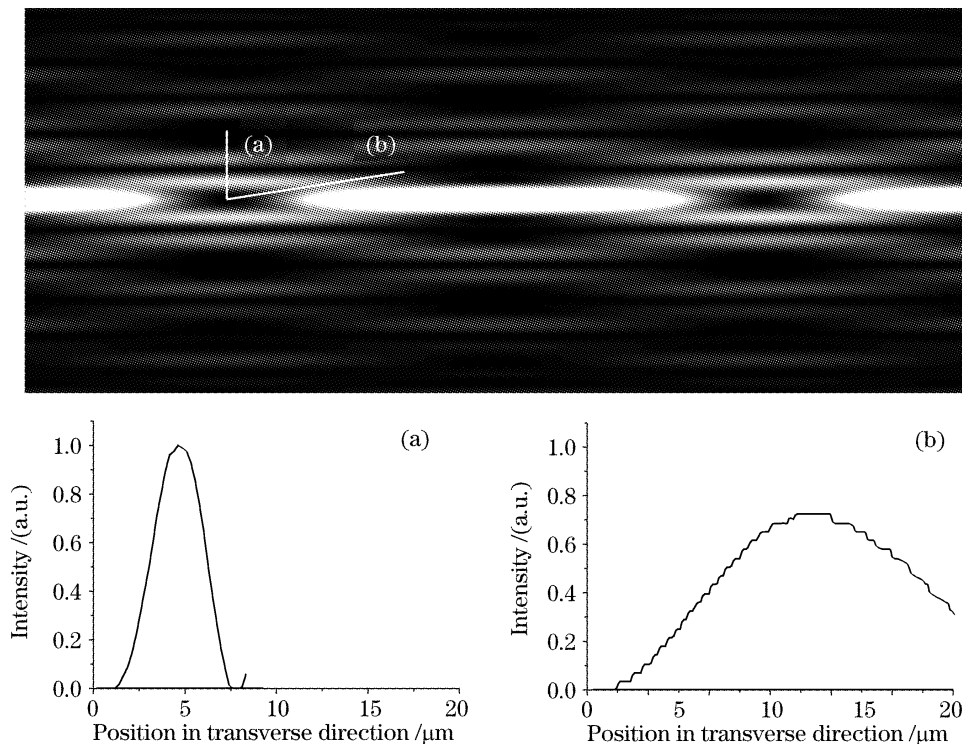


图5 优化参量下产生的局域空心光束的轴向剖面强度分布图(a)沿横向,(b)沿最小强度方向

Fig. 5 Intensity distribution of the localized hollow beams generated by double zero-order Bessel beams at axial section (a) along the transverse direction, (b) along the direction of the minimal intensity

向剖面图的计算机模拟结果。图 5(a)和图 5(b)分别给出了在一个局域空心光束的轴向剖面图上沿横向和沿对角线方向(即具有最小强度的“弧向”)的强度分布曲线。由图 5 可见,每个局域空心光束的中心暗斑的光强几乎为零,中心暗斑四周被强光场完全包围,具有较好的三维封闭性。但中心暗斑周围的光强分布并不均匀,特别是在对角线方向[如图 5(b)所示],其最大光强明显小于沿横向的最大光强。这种不均匀性是现有基于干涉和衍射产生的局域空心光束存在的一个不足。模拟结果表明,通过上述参量的优化已使局域空心光束“弧向”的最大光强达到了横向最大光强的 70%。减小会聚透镜的焦距,所产生的局域空心光束的尺度和纵横比也减小,反之则增加。例如,在上述条件下,当透镜焦距减小到 $f=40\text{ mm}$ 时,局域空心光束的横向尺度减小为 $3.08\text{ }\mu\text{m}$,纵向尺度则减小到 $6.35\text{ }\mu\text{m}$,纵横比约为 2;而当透镜焦距增加到 $f=200\text{ mm}$ 时,其横向尺度和纵向尺度分别增加到 $15.44\text{ }\mu\text{m}$ 和 $158.8\text{ }\mu\text{m}$,纵横比则达到 10。

另外,由(4)式可见,阵列局域空心光束各暗斑中心的位置除与双环缝光源半径及会聚透镜焦距有关外,还与双环缝光源的初始位相差 $\Delta\phi$ 有关。利用这种关系,还有可能在保持光路系统不变的情况下,通过动态改变两环缝光源的初始位相差实现局域空心光束的轴向平移。例如,可以根据上述分析结果设计能够产生具有不同初始位相差 $\Delta\phi$ 的双环缝光源计算全息图,可利用程控动态全息技术^[14,15]来达到这一目的,这在基于动态波面变换的光学微操纵应用中非常有用。

5 结 论

对由两个零级贝塞尔光束相干叠加形成的三维衍射光场的理论分析和计算机模拟证明了当双零级贝塞尔光束的有关参量满足一定条件时,会在光轴上形成一系列高质量的局域空心光束。分析了这种阵列局域空心光束的大小、阵列周期及局域空心光束的质量与双零级贝塞尔光束和光路参量的定量关系,给出了实现最佳阵列局域空心光束的条件是内外环缝光源半径的比值为 0.465,局域空心光束的纵横比与会聚透镜的焦距成正比,而与外环缝光源的半径成反比,与波长无关。该结论为进一步设计制备基于双零级贝塞尔光束干涉实现阵列局域空心光束的新型衍射光学元件提供了理论依据和设计参量。虽然分析结果是在双环缝模型基础上得出的,

但在实际实验过程中双环缝光源也可通过衍射光学元件如双零级贝塞尔锥面镜高效生成。

参 考 文 献

- 1 Yin Jianping, Liu Nanchun, Xia Yong *et al.*. Generation of hollow laser beams and their applications in modern optics[J]. *Progress in Physics*, 2004, **24**(3): 336~380 (in Chinese)
印建平,刘南春,夏勇等. 空心光束的产生及其在现代光学中的应用[J]. *物理学进展*, 2004, **24**(3): 336~380
- 2 J. Arlt, M. J. Padgett. Generation of a beam with a dark focus surrounded by regions of higher intensity; the optical bottle beam[J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(4): 191~193
- 3 Po-Tse Tai, Wen-Feng Hsieh, Ching-Hsu Chen. Direct generation of optical bottle beams from a tightly focused end-pumped solid-state laser[J]. *Opt. Exp.*, 2004, **12**(24): 5827~5833
- 4 Zhao Yiqiong, Zhan Qiwen, Li Yongping. Design of DOE for the control of optical “bubble” generated by highly focused radially polarized beam[C]. *Proc. SPIE*, 2004, **5514**: 616~625
- 5 S. Kulin, S. Aubin, S. Christe *et al.*. A single hollow-beam optical trap for cold atoms[J]. *J. Opt. B: Quant. Semiclass. Opt.*, 2001, **3**: 353~357
- 6 D. McGloin, V. Garcés-Chávez, K. Dholakia. Interfering Bessel beams for optical micromanipulation[J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(8): 657~659
- 7 Yin Jianping, Gao Weijian, Xia Yong. The Sisyphus cooling of neutral atoms in a singly localized-hollow beam[J]. *Acta Sinica Quantum Optica*, 2002, **B09**: 26 (in Chinese)
印建平,高伟建,夏勇. 中性原子在单束局域空心光束中的 Sisyphus 冷却[J]. *量子光学学报*, 2002, **B09**: 26
- 8 Yin Jianping, Gao Weijian. Intensity-gradient cooling of atoms in a localized-hollow beam[J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(12): 4157~4162 (in Chinese)
印建平,高伟建. 局域中空光束中原子的强度梯度冷却[J]. *物理学报*, 2004, **53**(12): 4157~4162
- 9 Yiqiong Zhao, Qiwen Zhan, Yanli Zhang *et al.*. Creation of a three-dimensional optical chain for controllable particle delivery[J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(8): 848~850
- 10 Zhao Bin. Theory and experiments of coaxial di-nondiffracting beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(12): 1460~1463 (in Chinese)
赵斌. 同轴双无衍射光的理论与实验[J]. *光学学报*, 2003, **23**(12): 1460~1463
- 11 Yang Xingyu, Song Jien. The propagation model of Bessel beams[J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 2002, **13**(8): 853~856 (in Chinese)
杨性愉,宋继恩. Bessel 光束的传输模型[J]. *光电子·激光*, 2002, **13**(8): 853~856
- 12 Xie Xinglong, Chen Shaohe, Deng Ximing. Light diffraction and diffraction-free beams[J]. *Chin. J. Lasers*, 1999, **A26**(1): 65~69 (in Chinese)
谢兴龙,陈绍和,邓锡铭. 关于衍射与无衍射光束[J]. *中国激光*, 1999, **A26**(1): 65~69
- 13 Wang Peng, Xu Yuguang, Yu Qinyue. Analytic expression for disk (sphere) and annular aperture Fresnel diffraction[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(3): 351~356 (in Chinese)
王鹏,徐毓光,余勤跃. 圆屏(球)和圆环菲涅耳衍射的解析表达式[J]. *光学学报*, 2000, **20**(3): 351~356
- 14 J. E. Curtis, B. A. Koss, D. G. Grier. Dynamic holographic optical tweezers[J]. *Opt. Commun.*, 2002, **207**: 169~175
- 15 Rong Zhenyu, Guo Chengshan, Zhang Li *et al.*. Computer-generated holographic phase shifter with liquid crystal display[J]. *Chin. J. Lasers*, 2004, **30**(6): 693~697 (in Chinese)
荣振宇,国承山,张莉等. 液晶光调制计算全息相移器[J]. *中国激光*, 2004, **30**(6): 693~697