

文章编号: 0253-2239(2007)05-0848-5

光学干涉图像处理中基于质量权值的 离散余弦变换解包裹相位

朱勇建 栾 竹 孙建锋 阳庆国 刘立人

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘要: 为减少噪声对相位恢复过程的影响, 快速得到正确的解包裹相位, 提出了一种改进的相位解包裹方法——加权离散余弦变换解包裹算法。该方法把离散余弦变换和标识相位数据好坏的质量权值结合起来, 兼有速度快和可靠度高的优势。为验证此算法, 对模拟和实验得到的包裹相位图添加随机噪声和散粒噪声, 同时采用加权与非加权离散余弦变换算法进行处理, 所得到的解包裹结果与未加噪声的解包裹相位值进行比较, 结果表明, 通过加权离散余弦变换算法恢复的相位图比非加权离散余弦变换算法所恢复的相位图更接近于理想值, 而且两种算法的运行速度基本相同, 这证明提出的算法不仅保证了效率高的优点, 而且所恢复的解包裹相位具有较好的噪声免疫能力和可靠度。

关键词: 图像处理; 解包裹相位; 加权离散余弦变换; 质量权值; 噪声
中图分类号: TN911.74 文献标识码: A

Quality Weight Based Discrete Cosine Transform Phase Unwrapping Algorithm in Optical Interferogram Processing

Zhu Yongjian Luan Zhu Sun Jianfeng Yang Qingguo Liu Liren

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, the Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

Abstract: In order to obtain a correct phase unwrapping (PhU) result, as well as to alleviate the effect of noise, a phase unwrapping algorithm —— weighted discrete cosine transform (DCT) algorithm based on phase derivative variance quality weight is proposed. In testifying the validity of the proposed algorithm, the weighted and non-weighted discrete cosine transform algorithms are used to unwrap the simulated and experimental phase maps with artificial random and shot noise, respectively. The two results derived from the different ways are compared with the same unwrapping phase without artificial noise, respectively. It shows that the phase unwrapped by use of weighted discrete cosine transform method is closer to the ideal results. At the same time, the two algorithms are almost equal in computation time. All these prove that in recovering the true phase, our proposed method not only has high efficiency, but also keeps satisfactory noise robustness and reliability.

Key words: image processing, phase unwrapping, weighted discrete cosine transform; quality weight; noise

1 引 言

相位解包裹是分析光学干涉系统相位图的一个关键环节, 其主要任务就是把存在各种噪声、无效区域、低调制度区域、被测轮廓跳变或条纹欠采样等不连续因素的包裹相位 φ 展开为连续的实际相位 ϕ ^[1]。包裹相位 $\varphi(x, y)$ 与解包裹相位 $\phi(x, y)$ 的关

系为

$$\phi(x, y) = \varphi(x, y) + 2k(x, y)\pi, \quad (1)$$

其中 $k(x, y)$ 为整数, 包裹相位 $\varphi(x, y)$ 的范围为 $-\pi \sim \pi$ 。为了重建真实相位图, 必须对主值相位图进行解包裹运算来消除主值相位图中的 2π 跳变。对于无噪声的主值相位图, 只需逐行或逐列比较相邻

作者简介: 朱勇建(1979—), 男, 江西九江人, 博士研究生, 主要从事干涉技术测试方面的研究。

E-mail: zhuyongjian_siom@yahoo.com.cn

导师简介: 刘立人(1942—), 男, 上海人, 研究员, 博士生导师, 主要从事光折变光学、晶体光学和星际激光通信方面的研究。E-mail: lirenliu@mail.shnc.ac.cn

收稿日期: 2006-06-13; 收到修改稿日期: 2006-09-22

两点的相位值,在相位跳变处进行相位补偿。但是,在实际测量中噪声总是存在的。而在存在噪声的情况下,由于噪声积累,这种方法很难得到正确的真实相位图。因此,人们已提出了许多相位解包裹算法^[2~14]来克服主值相位图中噪声的影响,这些算法主要可分为两大类^[2]:依赖路径的局域算法和不依赖路径的全局算法。前者主要包括分支切割(Branch cut)法^[3],质量图导向的路径积分(Quality guided path following)^[4],掩模切割(Mask cut)^[8]等;后者有预处理共轭梯度(Preconditioned conjugate gradient)最小二乘法^[5],最小范数法^[9]等。依赖路径的局域算法执行速度较快,适用于噪声较低的包裹相位图,但当相位图由于噪声而存在密集的残差点时,局域算法在用分支平衡残差点时很容易被这些由噪声引起的残差所误导,生成不合理的分支,有可能会对整个区域的真实相位出现 $2k\pi$ 的累加错误,而且这种错误很可能会难以发现^[11]。全局方法是通过寻求相位解包裹前后相位微分的差最小来获得解包裹相位,这类方法有较好的稳健性,但耗时长、效率低。最近, M. A. Schofield 等^[15]提出了直接采用快速傅里叶变换的相位解包裹算法,这种方法既不产生分支,也不寻求

相位解包裹前后相位微分的最小差值,因此方便、速度快,但噪声抗干扰能力并不理想,而且需要通过原始包裹相位图像进行镜像操作来获取边界条件,这不但引入额外的误差,还增加了算法的复杂度。基于此,我们采用加权的离散余弦变换(Discrete cosine transforms, DCT)来代替快速傅里叶变换来获取真实相位。离散余弦变换不需要对原始包裹相位镜像就能实现边界条件约束,这样既减少误差,又提高算法的效率,同时相位图质量权值^[2,10]的引入(对受噪声和残差点影响的像素赋予低权值,未受噪声污染的像素赋予高权值)大大减小了噪声和残差点对整个相位恢复过程的影响,提高了算法的抗噪声能力和可靠性。

本文首先给出了加权离散余弦变换解包裹算法的推导过程,然后采用传统的相位导数偏差质量值作为此算法的权值,提供模拟图和实验图来验证所提出算法的有效性。

2 加权离散余弦变换解包裹算法

根据文献^[15]所述,获得解包裹相位值的目标是确定(1)式中的 $k(x, y)$ 值。通过对(1)式进行二阶拉普拉斯变换,得

$$k(x, y) = \frac{1}{2\pi} \nabla_{\perp}^{-2} [\nabla_{\perp}^2 \phi(x, y) - \nabla_{\perp}^2 \varphi(x, y)], \quad (2)$$

其中 ∇_{\perp}^2 为拉普拉斯变换算子, ∇_{\perp}^{-2} 为拉普拉斯逆变换算子。对(2)式,可采用离散余弦变换来得到(逆)拉普拉斯算子的表达式

$$\nabla_{\perp}^2 f(x, y) = -\frac{4\pi^2}{N^2} \mathcal{D}^{-1} \{ (p^2 + q^2) \mathcal{D}[f(x, y)] \}, \quad (3)$$

$$\nabla_{\perp}^{-2} g(x, y) = -\frac{N^2}{4\pi^2} \mathcal{D}^{-1} \left\{ \frac{\mathcal{D}[g(x, y)]}{p^2 + q^2} \right\}, \quad (4)$$

其中 \mathcal{D}^{-1} 为逆离散余弦变换, \mathcal{D} 为离散余弦变换, (x, y) 和 (p, q) 分别为实数空间和离散余弦变换空间的像素坐标。 N 为图像的像素大小。同时,根据文献^[15],解包裹相位与包裹相位之间的关系也可以描述为

$$\nabla_{\perp}^2 \phi(x, y) = \cos \varphi(x, y) \nabla_{\perp}^2 [\sin \varphi(x, y)] - \sin \varphi(x, y) \nabla_{\perp}^2 [\cos \varphi(x, y)]. \quad (5)$$

联立(1)式~(5)式,可得真实相位的估计值 $\phi_{\text{est}}(x, y)$ 为

$$\phi_{\text{est}}(x, y) = \mathcal{D}^{-1} \left\{ \frac{\mathcal{D}\{\cos \varphi(x, y) \mathcal{D}^{-1}\{(p^2 + q^2) \mathcal{D}[\sin \varphi(x, y)]\}\}}{p^2 + q^2} \right\} - \mathcal{D}^{-1} \left\{ \frac{\mathcal{D}\{\sin \varphi(x, y) \mathcal{D}^{-1}\{(p^2 + q^2) \mathcal{D}[\cos \varphi(x, y)]\}\}}{p^2 + q^2} \right\}, \quad (6)$$

最终的真实相位值可以按(7)式迭代求解获得:

$$\phi_{j+1}(x, y) = \phi_j(x, y) + 2\pi \text{NINT} \left[\frac{\phi_{\text{est}}(x, y) - \phi_j(x, y)}{2\pi} \right], \quad (7)$$

其中 j 为迭代步数($j=0$ 时为包裹相位图), $\text{NINT}(\dots)$ 表示对数值四舍五入。一般说来,对不

存在噪声、不连续区域或残差点等缺陷的理想包裹相位图,可采用(6)式和(7)式来求得解包裹相位值。

然而实际上,这种理想的包裹相位图是不存在的,所以对于受噪声严重污染的包裹相位图,如果采用非加权的傅里叶变换或离散余弦变换算法,得到的将是与真实相位值有很大偏差的相位估计值。为了减小这种偏差,我们引入了相位导数偏差质量权值。质量权值可以用质量图来描述。

质量图^[2](Quality map)是描述包裹相位图每个像素数据质量好坏的二维数据阵列。在质量图中残差点、噪声或低信噪比等不可靠数据区域的质量值较低,通过识别质量图数据,可以把不可避免的相

位解包裹误差局限在最小的范围内,从而可获得较理想的实际相位结果。在相位解包裹应用中,有三种常用的质量图:伪相关质量图(Pseudocorrelation map)、最大相位梯度(Maximum phase gradient)质量图和相位导数偏差(Phase derivative variance)质量图。其中以相位导数偏差质量图可靠度最高,应用也最为广泛。

相位导数偏差质量图用于描述包裹相位数据导数的统计变化特征,包裹相位图中点 (x, y) 处的相位导数偏差定义为

$$R(x, y) = \frac{\sqrt{\sum_{i=x-n/2}^{x+n/2} \sum_{j=y-n/2}^{y+n/2} (\Delta_{i,j}^x - \bar{\Delta}_{x,y}^x)^2} + \sqrt{\sum_{i=x-n/2}^{x+n/2} \sum_{j=y-n/2}^{y+n/2} (\Delta_{i,j}^y - \bar{\Delta}_{x,y}^y)^2}}{n \times n}, \quad (8)$$

其中 n 是以点 (x, y) 为中心的窗口大小, $\Delta_{i,j}^x$ 和 $\Delta_{i,j}^y$ 为相位的偏导数, $\bar{\Delta}_{x,y}^x$ 和 $\bar{\Delta}_{x,y}^y$ 是以点 (x, y) 为中心的 $n \times n$ 窗口内相位偏导数的均值,

$$\Delta_{i,j}^x = W\{\varphi(i+1, j) - \varphi(i, j)\}, \quad (9)$$

$$\Delta_{i,j}^y = W\{\varphi(i, j+1) - \varphi(i, j)\}, \quad (10)$$

其中 W 为包裹算子。联立(6)式和(8)式,可以得到由加权离散余弦变换算法的真实相位的估计值 $\phi_{\text{est}}^w(x, y)$ 为

$$\phi_{\text{est}}^w(x, y) = \mathcal{D}^{-1} \left\{ \frac{\mathcal{D}\{R(x, y) \cos \varphi(x, y)\} \mathcal{D}^{-1}\{(p^2 + q^2) \mathcal{D}[R(x, y) \sin \varphi(x)]\}}{p^2 + q^2} \right\} - \mathcal{D}^{-1} \left\{ \frac{\mathcal{D}\{R(x, y) \sin \varphi(x, y)\} \mathcal{D}^{-1}\{(p^2 + q^2) \mathcal{D}[R(x, y) \cos \varphi(x)]\}}{p^2 + q^2} \right\}. \quad (11)$$

3 模拟和实验结果

图1(a)是通过计算机模拟得到的含有大量随机噪声和散粒噪声的包裹相位图(8位灰度图),图的大小为 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$,共有256个灰度级,灰度值范围在 $[0, 255]$ 。图1(b)是无任何噪声污染的理想包裹相位图。与图1(b)比较,图1(a)的均方根(RMS)偏差为2.291 rad,所包含的残差点为

5123个。图1(c)是图1(a)的相位导数偏差质量图(图中黑色像素点表示相位图中低质量的不可靠区域),可看出包裹相位图受到噪声的严重污染。我们对包裹相位图1(a)分别采用加权和非加权的离散余弦变换算法,得到解包裹相位图,如图2(a)和图2(b)所示,图2(c)是由图1(b)得到的理想解包裹相位图。

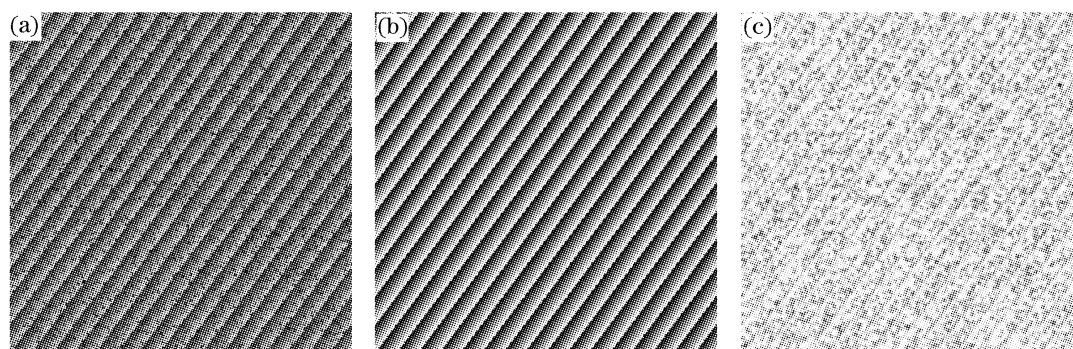


图1 (a)带噪声的模拟包裹相位图,(b)无任何噪声污染的理想包裹相位图,(c)图(a)的相位导数偏差质量图
Fig.1 (a) Numerical wrapped phase map with noise, (b) ideal wrapped phase map with no noise present, (c) phase derivative variance quality map of (a)

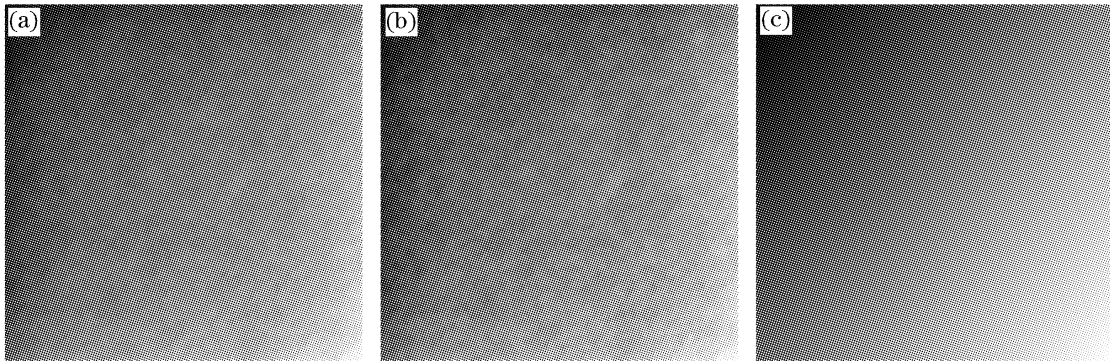


图 2 (a)加权离散余弦变换解包裹相位图,(b)非加权离散余弦变换方法,(c)由图 1(b)得到的理想解包裹图
 Fig. 2 Phase map unwrapped (a) weighted discrete cosine transform method, (b) non-weighted discrete cosine transform method, (c) ideal unwrapped phase map of Fig. 1(b)

我们分别比较图 2(a)和图 2(b)与理想的解包裹相位图 2(c)的均方根偏差值,得到图 2(a)的偏差为 1.1801 rad,图 2(b)的偏差为 2.6505 rad,由此可知,由加权离散余弦变换方法得到的解包裹相位图更接近于理想值,其抗噪性能要比非加权离散余弦变换算法好得多。

图 3(a)是从实验采集到的干涉数据提取的包裹相位图,其大小为 512 pixel×512 pixel,灰度等级

为 256 个,添加随机噪声和散粒噪声在图 3(a)上以验证算法对此类噪声抗干扰能力,图 3(b)是添加噪声后的包裹相位图,与图 3(a)的均方根偏差为 2.0616 rad,包含的残差点为 8187 个。图 3(c)是图 3(b)的导数偏差质量图。同样采用加权和非加权离散余弦变换解包裹算法,得到解包裹结果如图 4(a)和图 4(b)所示。

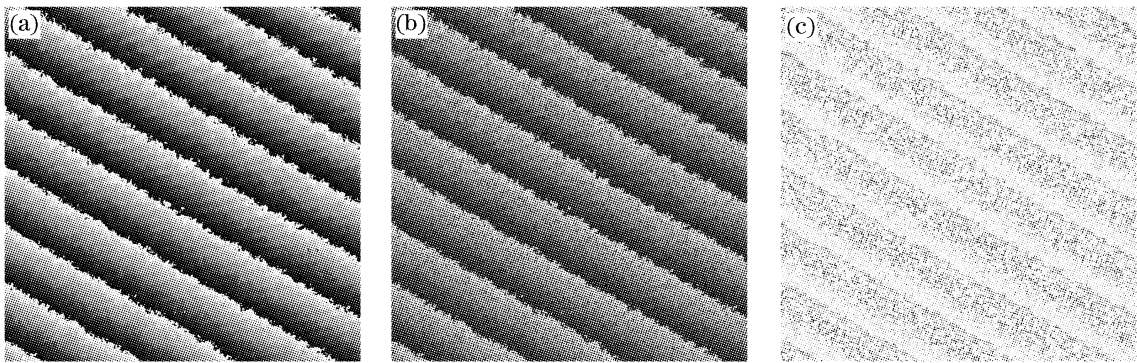


图 3 (a)实验得到的包裹相位图和(b)添加噪声后的包裹相位图以及(c)相位导数偏差质量图
 Fig. 3 (a) Experimental wrapped phase map, (b) wrapped phase with man-made noise, (c) phase derivative variance quality map

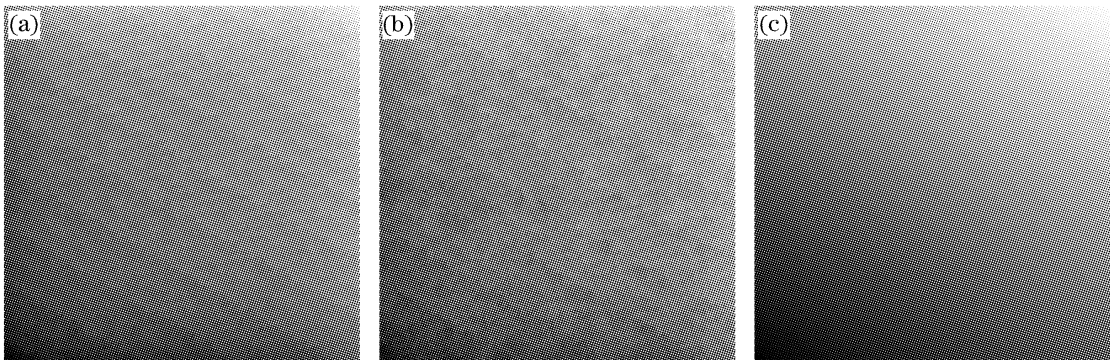


图 4 解包裹相位图(a)加权离散余弦变换方法得到的解包裹相位图,(b)非加权离散余弦变换方法,(c)由图 3(a)得到的
 Fig. 4 Phase map unwrapped (a) weighted discrete cosine transform method, (b) non-weighted discrete cosine transform method, (c) unwrapped phase map of Fig. 3(a)

图 4(c)是图 3(a)的解包裹相位图。一般说来, 希尔伯特空间角度可以用来测量两幅图的差异。我们采用希尔伯特空间角度来比较图 4(a)~图 4(c)之间的差异大小, 如果两幅图的希尔伯特角越小, 说明这两幅图像越接近, 反之亦然。希尔伯特空间角 θ 的余弦表达式为

$$\cos \theta = \frac{\sum_{x,y \in R} F(x,y)G(x,y)}{\left[\sum_{x,y \in R} F^2(x,y) \right]^{1/2} \left[\sum_{x,y \in R} G^2(x,y) \right]^{1/2}}, \quad (12)$$

其中 R 为图像大小区域, $F(x,y)$ 和 $G(x,y)$ 为要比较的两幅图像值。通过计算, 得到图 4(a)与图 4(c)的夹角为 7.9039° , 而图 4(b)与图 4(c)的夹角为 13.5078° 。可知, 图 4(a)与图 4(c)更为接近, 从而证明了加权离散余弦变换解包裹算法的噪声免疫力较之未加权的离散余弦变换算法有很大提高。

在处理大小为 $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 的实验图时, 这两种算法均在内存为 512 MB, 主频为 2667 MHz 的计算机上运行, 加权离散余弦变换算法运行时间约为 6.7 s, 非加权离散余弦变换运行时间约为 6.58 s。

4 结 论

基于快速傅里叶变换算法, 提出了一种改进的快速相位解包裹算法——加权离散余弦变换法。该方法不对原图像镜像操作就能实现边界条件约束, 避免了额外的操作引入的误差, 提高了运行效率; 反映像素好坏的质量权值的引入提高了算法的噪声免疫力, 使得到的解包裹相位图更具可靠性。对模拟和实验图添加随机噪声和散粒噪声来验证所提算法的性能, 并与非加权离散余弦变换算法进行比较, 结果显示由本文提出的算法得到的解包裹相位图更接近理想值, 而且运行时间几乎与非加权离散余弦变换算法相等, 这些均证明, 新算法不仅运行效率高, 而且有着令人满意的可靠性和噪声抗干扰能力。

目前, 鉴于实验条件的限制, 还不能对加权离散余弦变换算法进行全面的测试, 今后可进一步通过增加实际图像对比(实际上欠曝光量成像、过曝光量、不同的低质量的 CCD、改用互补金属氧化物半导体成像等就有不同的噪声)改变噪声形式来测试

算法的性能。

参 考 文 献

- 1 V. V. Volkov, Y. Zhu. Deterministic phase unwrapping in the presence of noise[J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(22): 2156~2158
- 2 D. C. Ghiglia, M. D. Pritt. *Two-Dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms, and Software* [M]. New York: A Wiley-Interscience Publication, 1998
- 3 B. Gutmann, H. Werber. Phase unwrapping with the branch-cut method; Role of phase-field direction[J]. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(26): 4502~4516
- 4 D. J. Bone. Fourier fringe analysis: the two-dimensional phase unwrapping problem[J]. *Appl. Opt.*, 1991, **30**(25): 3627~3632
- 5 D. C. Ghiglia, L. A. Romero. Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, **11**(1): 107~117
- 6 J. L. Marroquin, M. Rivera. Quadratic regularization functionals for phase unwrapping[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1995, **12**(11): 2393~2400
- 7 J. A. Quiroga, A. Gonzalez-Cano, E. Bernabeu. Phase-unwrapping algorithm based on an adaptive criterion[J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(14): 2560~2563
- 8 T. J. Flynn. Consistent 2-D phase unwrapping guided by a quality map[C]. *Proc. of the 1996 International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, Lincoln NE, May 27~31, 1996, IEEE, Piscataway, NJ, 2057~2059
- 9 D. C. Ghiglia, L. A. Romero. Minimum L^p -norm two-dimensional phase unwrapping[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1996, **13**(10): 1999~2013
- 10 Zhu Yongjian, Liu Liren, Luan Zhu *et al.*. New quality map based on modulation for phase unwrapping algorithm[J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(5): 667~672 (in Chinese)
朱勇建, 刘立人, 栾竹等. 相位解包裹算法中基于调制度的新质量图[J]. *中国激光*, 2006, **33**(5): 667~672
- 11 Peng Zhenjun, Qian Feng, Wang Xuefeng *et al.*. Phase unwrapping algorithm based on simulated annealing[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(7): 845~849 (in Chinese)
彭震君, 钱锋, 王学锋等. 基于模拟退火的相位展开方法[J]. *光学学报*, 2003, **23**(7): 845~849
- 12 Hui Mei, Wang Dongsheng, Li Qingxiang *et al.*. Phase unwrapping method based on the solution of discrete poisson equation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(10): 1245~1249 (in Chinese)
惠梅, 王东生, 李庆祥等. 基于离散泊松方程解的相位展开方法[J]. *光学学报*, 2003, **23**(10): 1245~1249
- 13 Kang Xin, He Xiaoyuan, C. Quan. Phase unwrapping using the least cross-section-difference [J]. *Chin. J. Lasers*, 2002, **A29**(7): 647~651 (in Chinese)
康新, 何小元, C. Quan. 基于最小截面差的相位展开[J]. *中国激光*, 2002, **A29**(7): 647~651
- 14 Wang Ming, Ma Li, Li Dacheng *et al.*. Ordered phase unwrapping method[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(11): 1524~1527 (in Chinese)
王鸣, 马力, 李达成等. 级数相位去包裹方法[J]. *光学学报*, 2000, **20**(11): 1524~1527
- 15 M. A. Schofield, Y. Zhu. Fast phase unwrapping algorithm for interferometric applications[J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(14): 1194~1196