

文章编号: 0253-2239(2007)04-0609-7

双螺旋叠栅条纹检测光束准直性的两种方法*

黄 磊 苏显渝

(四川大学电子信息学院, 成都 610064)

摘要: 介绍双螺旋叠栅条纹检测光束准直性的基本原理, 进一步就双螺旋叠栅条纹的特征参量与被测光束发散角(即光束准直精度)的关系进行分析和推导。在分析双螺旋叠栅条纹进行时, 首先采用频域低通滤波提取纯叠栅条纹, 然后提取纯叠栅条纹的特征参量。提出两种特征参量的提取方法, 一种依次进行傅里叶变换计算相位信息的傅里叶变换方法, 另一种是受传统时间相移算法启发而提出的空间相移算法, 讨论了在两种方法中极坐标的重采样问题和相应的计算公式, 并进行了计算机模拟。结果表明, 傅里叶变换方法和空间相移算法实质都是获取叠栅条纹全场趋势的平均值, 使最终光束发散角的检测具有很高的精度, 对自成像条纹周期的检测误差在 $\pm 2.8\%$ 以内。

关键词: 傅里叶光学; 双螺旋叠栅条纹; 光束准直; 空间相移算法; 极坐标重采样

中图分类号: O438 文献标识码: A

Two Methods in Checking Light Beam Collimation with Double Spiral Moiré Fringes

Huang Lei Su Xianyu

(*Opto-Electronics Department, Sichuan University, Chengdu 610064*)

Abstract: The basic principle to check light beam collimation with double spiral moiré fringes is illustrated, and the relationship of the characteristic parameters of double spiral moiré fringes and the angle of divergence, i. e. collimation accuracy, is further deduced and analyzed. In the double spiral moiré fringes analysis, the pure moiré fringes are extracted by low-pass filter in the frequency domain at first, and then the characteristic parameter of the pure moiré fringes is extracted. Two methods are introduced to extract the characteristic parameter, one is Fourier transform algorithm, in which the phase information is derived by Fourier transform in turn, and another is spatial phase shift arithmetic, enlightened by the traditional temporal phase algorithm. The problems of re-sampling in polar coordinates and relevant formulae in the two methods are also discussed, and the results of computer simulation are presented. The result shows that the essence of the above two methods is acquisition of the average of the whole moiré fringes trend, and at last the angle of divergence is obtained with a high accuracy. The error of the fringes period of selfimaging is within $\pm 2.8\%$.

Key words: Fourier optics; double spiral moiré fringes; collimation of light beam; spatial phase shift arithmetic; re-sampling in polar coordinates

1 引 言

准直光束在光学测量中得到了极为广泛的应用。由于准直误差会传递累积到测量误差之中, 准直光束的准直精度将影响最终的测量精度, 因此光束准直在光学测量中是十分重要的。对光束准直的检测通常是基于塔尔博特(Talbot)自成像效应^[1,2]

和莫尔(Moiré)条纹技术^[3]。运用的叠栅条纹又主要有线性叠栅条纹^[4]和双螺旋叠栅条纹^[5,6]。其中, 双螺旋叠栅条纹因具有检测精度高、简单易行和现象直观等优点而得到较为广泛的关注。

本文介绍了双螺旋叠栅条纹检测光束准直性的基本原理, 对就双螺旋叠栅条纹的特征参量与被测

* 国家自然科学基金(60527001)资助课题。

作者简介: 黄 磊(1984—), 男, 四川资中人, 主要从事光信息处理及光学三维传感方面的研究。

E-mail: huanglei0114@163.com

导师简介: 苏显渝(1944—), 男, 重庆市人, 教授, 博士生导师, 主要从事光学三维传感与光学信息处理。

E-mail: xysu@email.scu.edu.cn

收稿日期: 2006-05-23; 收到修改稿日期: 2006-06-20

光束发散角(即光束准直精度)的关系进行分析和推导,并且提出了两种提取特征参量的方法:傅里叶变换方法和空间相移算法。计算机模拟的实验结果证实了这两种方法的有效性。

2 双螺旋叠栅条纹检测光束准直性

2.1 基本原理

实验光路如图 1 所示,CL 为准直透镜,OP 为观察屏,螺旋光栅 SG_2 放置于螺旋光栅 SG_1 的塔尔博特自成像 SG'_1 处。

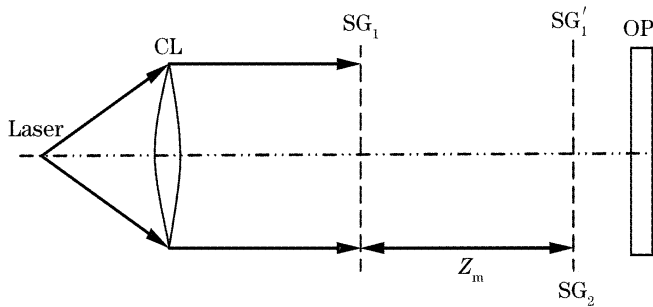


图 1 自成像双光栅叠栅条纹形成系统

Fig. 1 Moiré fringes forming system by selfimaging of two gratings

在准直光束照明下,塔尔博特距离 Z_m 为:

$$Z_m = 2mp^2/\lambda, \quad (1)$$

表 1 不同照明形式下的塔尔博特效应

Table 1 Talbot effect under different kinds of illumination

Illumination form	Talbot distance Z_m	Selfimaging period p'
Divergent spherical wave, $R>0$, Convergent spherical wave, $R<0$	$\frac{RZ_m}{R+Z_m} = \frac{2mp^2}{\lambda}$	$\left(1 + \frac{Z_m}{R}\right)p$
Plane wave	$Z_m = (2m+1)\frac{p^2}{\lambda}$	Minus selfimaging P
	$Z_m = \frac{2mp^2}{\lambda}$	p

由于 $I_m(r, \theta) \propto |t(r, \theta)|^2$, 且 $t(r, \theta) \in [0, 1]$, 所以有

$$\sqrt{I_m(r, \theta)} \propto \cos\left[2\pi\left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2}\right)r - 2N\theta\right]. \quad (6)$$

2.2 叠栅条纹的初步分析

考虑到在光束准直性的检测时总是期望叠栅条纹能实现对准直误差的放大,即微小的准直误差就能引起叠栅条纹的显著变化。因此, SG_1 和 SG_2 选用旋转方向相反且条纹间距相等的螺旋光栅,即 $p_1 = -p_2$ 。

由(6)式知,当 θ 从 0 到 2π 变化时,共有 $2N$ 个条纹,其条纹方程为

$$2\pi\left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2}\right)r - 2N\theta = 2n\pi, \quad (7)$$

其中 p 为光栅周期, λ 为被测光束波长, $m = 0, \pm 1, \dots$, 为塔尔博特像的级次。简洁起见,螺旋光栅 SG_1, SG_2 的振幅透射率函数分别写成

$$t_1(r, \theta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{p_1}r - N\theta\right), \quad (2)$$

$$t_2(r, \theta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{p_2}r - N\theta\right), \quad (3)$$

其中 N 为螺旋线的头数; p_1, p_2 分别为 SG_1, SG_2 的周期,为便于描述,规定 $p_i > 0$ 时,螺旋线逆时针旋转; $p_i < 0$ 时,螺旋线顺时针旋转;

不同照明形式下的塔尔博特效应如表 1 所示。光栅 SG_1 的塔尔博特自成像 SG'_1 的光场为

$$t'_1(r, \theta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{p_1}r - N\theta\right), \quad (4)$$

于是 SG'_1 和 SG_2 所产生的叠栅条纹的等效振幅透射率为

$$t(r, \theta) = t'_1(r, \theta)t_2(r, \theta) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cos\left(\frac{4\pi}{p_1}r - N\theta\right) + \frac{1}{4} \cos\left(\frac{2\pi}{p_2}r - N\theta\right) + \frac{1}{8} \cos\left[2\pi\left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2}\right)r - 2N\theta\right] + \frac{1}{8} \cos\left[2\pi\left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2}\right)r\right], \quad (5)$$

$$(n = 0, 1, \dots, 2N - 1)$$

1) 当光束准直时,即 $\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} = 0$ 时,

$$\theta = -\frac{n}{N}\pi, \quad (n = 0, 1, \dots, 2N - 1) \quad (8)$$

此时,叠栅条纹为放射状直条纹。

2) 当光束非准直时,

$$\frac{2\pi}{p}r - 2N\theta = 2n\pi. \quad (9)$$

因此,叠栅条纹为头数为 $2N$, 旋转方向由

$$p = p_2 p'_1 / (p_2 + p'_1) \quad (10)$$

的符号而定的螺旋状条纹,图 2 是双螺旋叠栅条纹的计算机模拟。

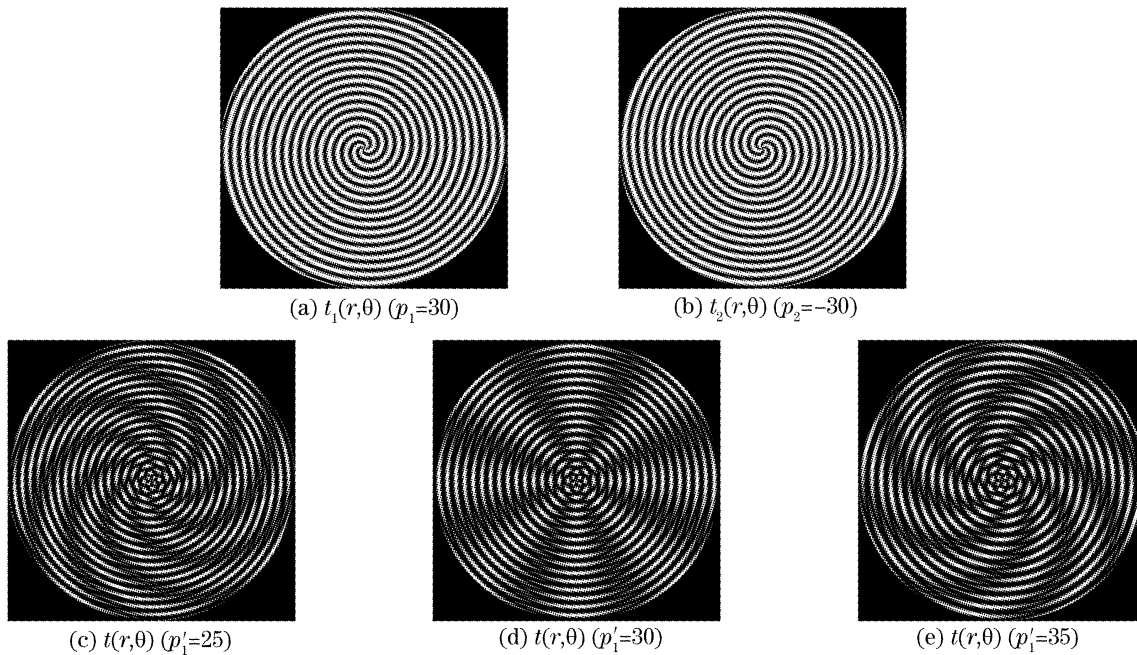


图 2 双螺旋叠栅条纹的计算机模拟

Fig. 2 Simulation of double spiral moiré fringes by computer

进而,我们就以直观的叠栅现象实现了对光束准直性的检测,并可以根据叠栅条纹的旋转方向和旋转程度来调整光源与准直透镜 CL 之间的距离。

3 对叠栅条纹的进一步分析

3.1 被测光束发散角的理论计算

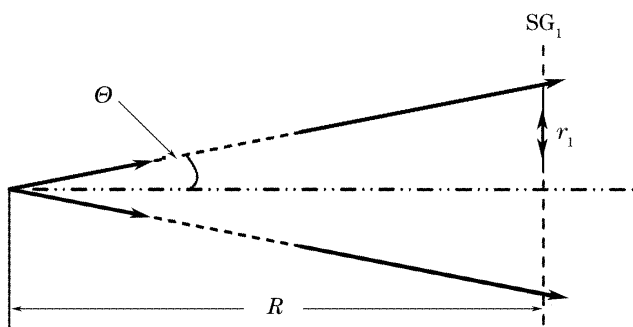
假如我们能够通过叠栅条纹提取出差频条纹的周期 p ,那么利用这一特征参量就能计算出塔尔博特像周期

$$p'_1 = p_2 p / (p_2 - p). \quad (11)$$

实验中可测量出入射到 SG_1 处的半径 r_1 ,再根据表 1 中各种情况下的 Z_m ,计算球面波半径 R ,进而就可以利用图 3 中简单的几何关系得

$$\Theta = \arctan(r_1/R), \quad (12)$$

当被测光束发散时, $R > 0, \Theta > 0$;当被测光束准直时, $R = \infty, \Theta = 0$;当被测光束会聚时, $R < 0, \Theta < 0$ 。

图 3 发散角 Θ 的计算原理图Fig. 3 Schematic diagram for accounting angle of divergence Θ

因此(12)式对会聚光束也是适用的。由发散角 Θ 的符号和大小即可确定光束的准直程度。于是,问题就转变为如何利用所得叠栅条纹提取特征参量差频条纹周期 p 。

3.2 纯叠栅条纹的提取

如(5)式和图 2 所示,所得叠栅条纹中,除了差频螺旋条纹(纯叠栅条纹)外,还含有基频螺旋条纹与和频的同心圆条纹。为便于更深入地分析和准确计算叠栅条纹周期 p ,需要对纯叠栅条纹进行提取。

由于在径向上各频率的条纹均是正弦变化的,因此在频域中各种频率成分应构成一簇同心圆,各圆半径由频率大小而定。用低通滤波的方法(保留差频和零频)即可轻松提取纯叠栅条纹,具体流程如图 4 所示。可以看出,提纯后的叠栅条纹主要只含有差频和零频成分,便于进一步提取特征参量周期 p 。

4 两种计算叠栅条纹周期的方法

根据叠栅条纹方程 $\cos(2\pi r/p - 2N\theta)$ 知,要计算叠栅条纹周期 p ,只需检测出某一 θ 方向上,相位 φ 随 r 的变化率 $2\pi/p$,基于这一想法,本文提出两种周期计算方法。

4.1 傅里叶变换方法

在纯叠栅条纹图中,如图 5 所示,我们从某一个 θ_0 方向开始,分别在点 (r, θ) 处插值,其中, $r = r_i (i = 1, 2, \dots, n), \theta = \theta_0, \theta_0 + \Delta\theta, \dots, \theta_0 + 2\pi - \Delta\theta$,使得这些插值点 (r, θ) 均匀分布在条纹图中,得到 n 组长度为 $2\pi/\Delta\theta$ 的序列:

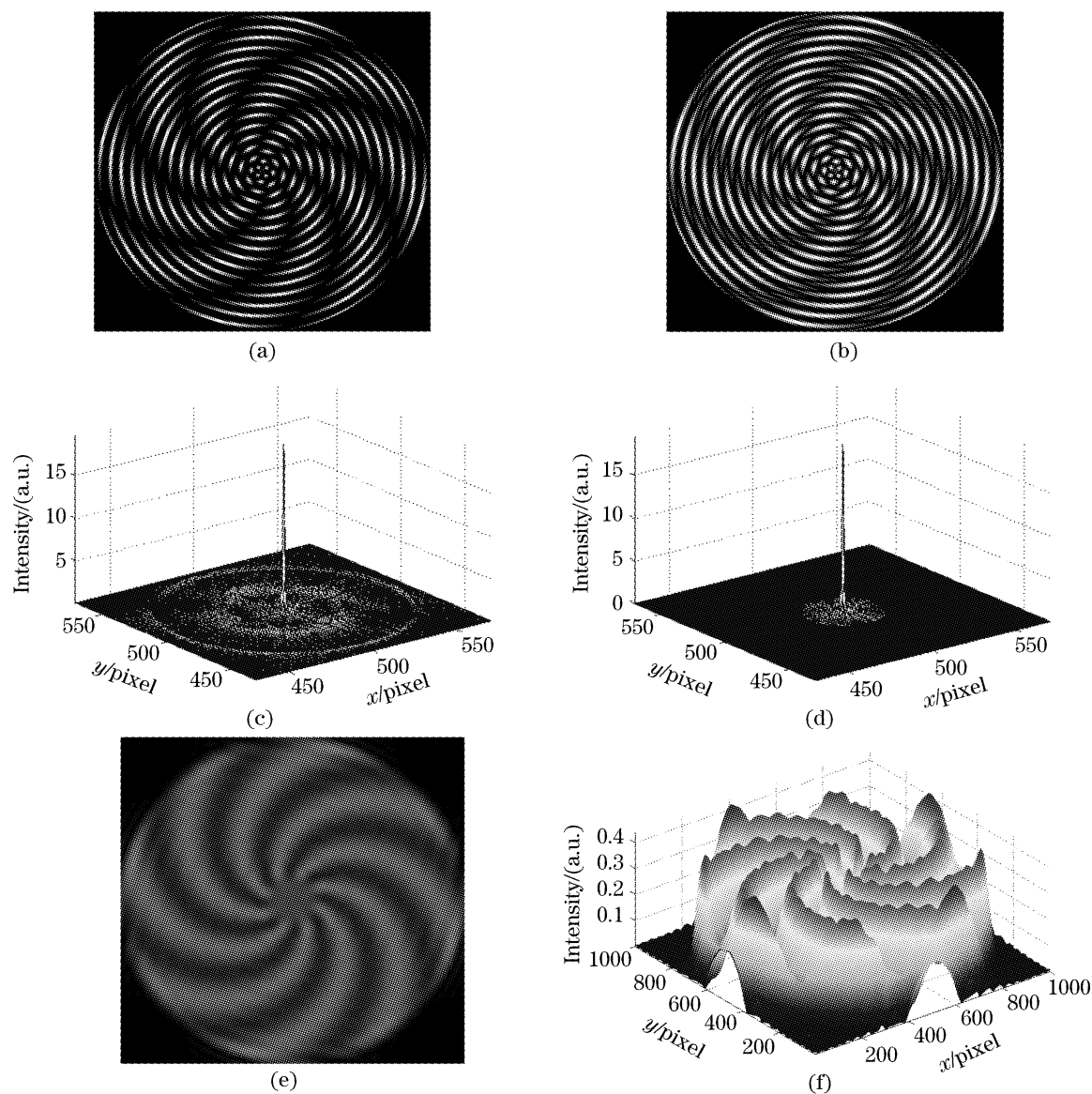


图4 提取纯叠栅条纹的流程图。(a)获取叠栅条纹的光强,(b)将光强开方,得到光场分布,(c)对光场分布函数作二维快速傅里叶变换得到其频谱,(d)低通滤波掉基频和和频成分只保留差频和零频成分,(e)将滤波后的结果作二维逆快速傅里叶变换得到差频纯叠栅条纹,(f)纯叠栅条纹的灰度三维图像

Fig. 4 Flow chart of extracting the pure moiré fringes. (a) Capture the intensity of moiré fringes, (b) obtain the amplitude by extracting the intensity, (c) obtain the frequency spectrum by calculating the FFT with amplitude, (d) filter off the fundamental-frequency and sum frequency component and conserve the difference frequency and zero-frequency components by low-pass filter, (e) obtain the difference frequency pure moiré fringes by calculating the IFFT with the result of filter, (f) 3D gray image of the pure moiré image

$$f_i(\theta) = A_i + B_i \cos(-2N\theta + \varphi_i),$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

其中 A_i, B_i 分别为第 i 个圆 $r = r_i$ 上的背景和振幅, φ_i 为第 i 组序列的初相位。

我们再分别对 $f_i(\theta)$ 作一维离散傅里叶变换,在频域中检测出其基频分量(模最大的频率分量)的相位,得到长度为 n 的相位序列 φ_i ,经相位展开后,得到如图6所示的 $\varphi(r)$ 随 r 的变化关系。可以看出,由于受低通滤波的影响,条纹图中央($r < 100$)和边缘($r > 400$)处计算的 $\varphi(r)$ 误差较大,并不能反映真

实的物理现象,因而仅选取线形度较好的部分 ($100 < r < 400$) 作线性拟合。拟合得出 $\varphi(r)$ 随 r 的变化率 $2\pi/p$,从而计算出差频条纹周期 p 。

值得注意的是,由于我们进行离散傅里叶变换的每一组 $f_i(\theta)$ 序列都是具有整数个周期,并且是首尾相接的,因此离散傅里叶变换的准确度很高。进而,周期 p 的计算同样十分精确。利用傅里叶变换方法甚至还可直接对原始叠栅条纹进行相位计算,从而直接计算出条纹周期 p 。

甚至还可以直接利用傅里叶变换方法对原始非

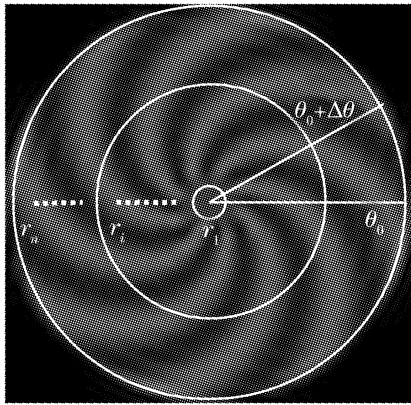


图 5 傅里叶变换方法插值点选取示意图

Fig. 5 Sketch of choosing the interpolation points with Fourier transform method

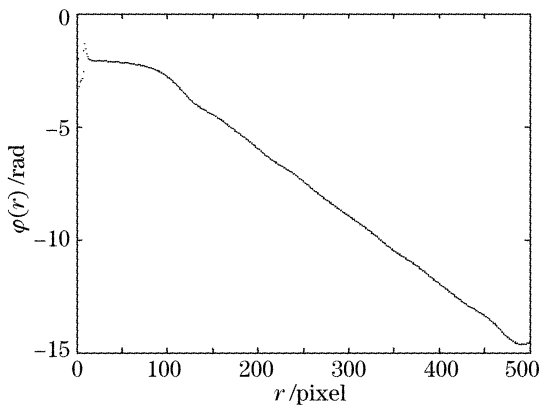


图 6 利用傅里叶变换方法对纯叠栅条纹计算得到的连续相位 $\varphi(r)$

Fig. 6 Consecutive phase $\varphi(r)$ with Fourier transform method on the pure moiré fringes

提纯叠栅条纹进行相位计算。图 7 就是在利用纯叠栅条纹检测出基频位置后,直接利用傅里叶变换方法对原始非提纯叠栅条纹计算得到的连续相位

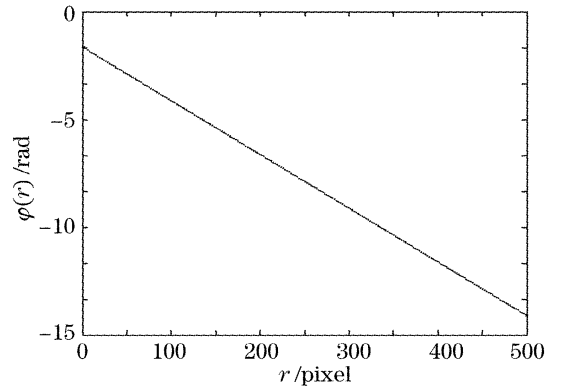


图 7 利用傅里叶变换方法对原始非提纯叠栅条纹计算得到的连续相位 $\varphi(r)$

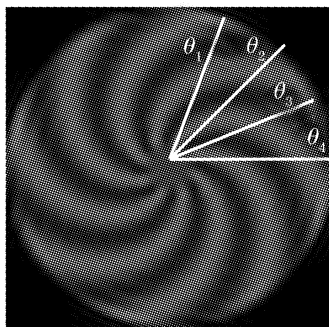
Fig. 7 Consecutive phase $\varphi(r)$ with Fourier transform method using on the initial moiré fringes

$\varphi(r)$,可见由于未受到低通滤波的影响,其线性度相当好。

4.2 空间相移算法

这种空间相移算法的提出是受相位测量剖面术(PMP)中时间相移算法的启发^[7~9]。在相位测量剖面术中,时间相移算法是利用不同时刻投影到被测物面的具有特定相位关系的条纹图像来计算被测物面上各点的截断相位。

在这里,由于观察屏 OP 本身是一个平面,那么可将不同 θ 方向上的一维正弦条纹看作是投影到相同一维物体上的不同相位的一维正弦条纹。因此,我们可以在空间极坐标中以 θ 为一空间变量,将二维螺旋叠栅条纹分解成随 θ 变化的一系列的一维正弦条纹,如图 8 所示。选取一簇初相位在 2π 内均匀分布的径向条纹,从效果上看,相当于得到了时间相移算法中不同时刻的变形条纹图,只不过这里的条



Interpolate point in spatial phase shift

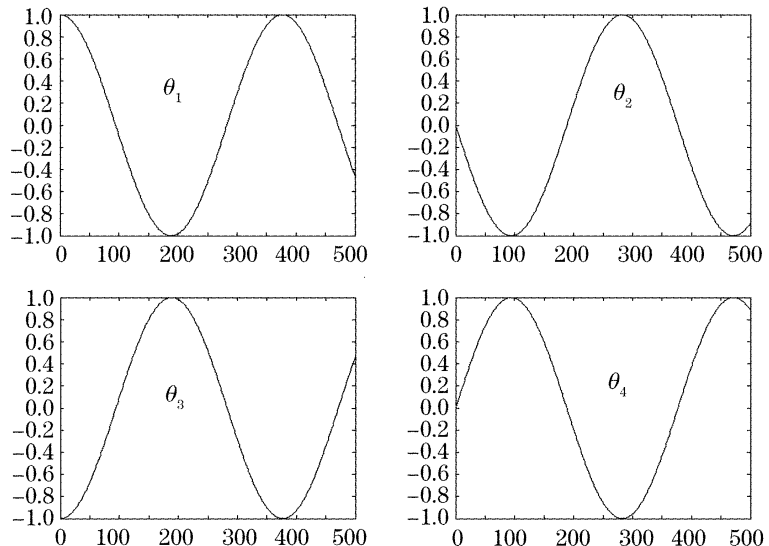


图 8 空间相移原理示意图

Fig. 8 Sketch of spatial phase shift principle

纹图是一维的。

在纯叠栅条纹图中,我们分别在某几个特定的等间距的 θ_i 方向上,在 $r=1,2,\dots,r_{\max}$ 处插值,得到 n 帧一维条纹:

$$g_i(r) = A_i + B_i \cos[\varphi_i(r) - 2N\theta_i], \quad (14)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

其中 $\theta_{i+1} = \theta_i + \Delta\theta (i = 1, 2, \dots, n-1)$ 。为使总相位 $\varphi_i(r, \theta) = \varphi_i(r) - 2N\theta_i$, 在 $\varphi_1 \sim \varphi_1 + 2\pi$ 上均匀增加, θ 转动量 $\Delta\theta = -\pi/(nN)$ 须为一负值。当然,由于螺旋状叠栅条纹具有中心对称性,因此可先取几处

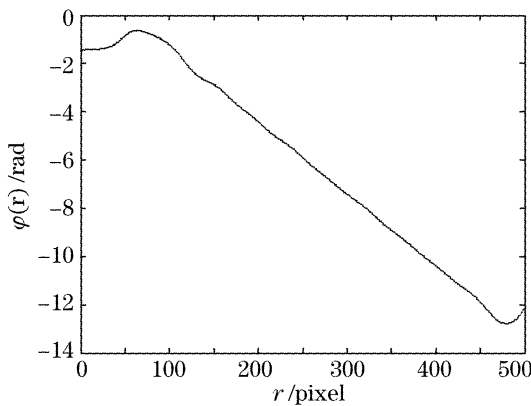


图 9 利用空间相移算法对纯叠栅条纹计算得到的连续相位 $\varphi(r)$

Fig. 9 Consecutive phase $\varphi(r)$ by spatial phase shift arithmetic on the pure moiré fringes

表 2 对纯叠栅条纹进行傅里叶变换法和空间相移算法的模拟计算结果与误差

Table 2 Simulation results and errors of Fourier transform method and spatial phase shift arithmetic on the pure moiré fringes

Illumination form	p'_1/pixel	Theoretical value p/pixel	Fourier transform algorithm		Spatial phase shift arithmetic	
			p/pixel	error /pixel	p/pixel	error /pixel
Divergent spherical wave	35	-210	-209.89	0.11	-209.62	0.38
Plane wave	30	∞	4.44×10^{19}	—	-4.95×10^5	—
Convergent spherical wave	25	150	149.58	-0.42	149.78	-0.22

表 3 用傅里叶变换方法分别对纯叠栅条纹和原始叠栅条纹进行计算机模拟结果与误差

Table 3 Simulation results and errors of Fourier transform method on the pure moiré fringes and the initial moiré fringes

Illumination form	p'_1/pixel	Theoretical value p/pixel	Pure moiré fringes		Initial moiré fringes	
			p/pixel	error /pixel	p/pixel	error /pixel
Divergent spherical wave	35	-210	-209.89	0.11	-210.00	-0.00
Plane wave	30	∞	4.44×10^{19}	—	1.11×10^{18}	—
Convergent spherical wave	25	150	149.58	-0.42	150.01	0.01

由模拟计算的结果看出,傅里叶变换法和相移算法均具有较高的准确度,而利用纯叠栅条纹检测出基频位置后直接用傅里叶变换方法对原始非提纯叠栅条纹进行计算的办法在理论上具有更高的准确度,它们能够计算出较为准确的叠栅条纹周期 p ,进而能较为准确地计算被测光束的球面波半径 R 及

对称位置上的平均值 $g_i(r)$,再参与相位计算。

利用相位测量剖面术中的截断相位计算公式^[10]:

$$\varphi(r) = -\arctan \frac{\sum_{i=1}^n g_i(r) \sin\left(\frac{2\pi i}{n}\right)}{\sum_{i=1}^n g_i(r) \cos\left(\frac{2\pi i}{n}\right)}, \quad (15)$$

计算出初始方向 θ_1 上的相位信息 $\varphi_1(r)$,经相位展开后,得到如图 9 所示的 $\varphi_1(r)$ 随 r 的变化关系。同样地,由于受到低通滤波的影响,仅选取线性度较好的部分 ($100 < r < 400$) 仍然是用线性拟合的办法计算出 $\varphi_1(r)$ 随 r 的变化率 $2\pi/p$,从而计算出周期 p 。

5 计算机模拟及结果分析

模拟计算中取螺旋光栅尺寸大小为 $1001 \text{ pixel} \times 1001 \text{ pixel}$, $p_1 = 30 \text{ pixel}$, $p_2 = -30 \text{ pixel}$, $N = 4$,分别以 $p'_1 = 25 \text{ pixel}$, $p'_1 = 30 \text{ pixel}$, $p'_1 = 35 \text{ pixel}$ 来模拟在发散、准直和会聚光束情况下的 SG_1 的塔尔博特自成像 SG'_1 。

对纯叠栅条纹分别用傅里叶变换方法和相移算法进行计算机模拟计算,结果如表 2 所示。用傅里叶变换方法分别对纯叠栅条纹和原始非提纯叠栅条纹在已利用纯叠栅条纹检测出基频位置后,直接用傅里叶变换方法模拟计算,结果如表 3 所示。

光束发散角 Θ 。

6 结 论

对双螺旋叠栅条纹用于检测光束准直的方法进行了深入仔细的研究和讨论。规定了螺旋线的旋转方向与周期符号之间的关系,提出了利用空间频域滤

波来提取纯叠栅条纹的方法,并提出了两种特征参量(条纹周期)提取的新方法:傅里叶变换方法和空间相移算法。虽然这两种方法的具体实现不同,但其实质都是获取叠栅条纹全场趋势的平均值,因此具有相当高的精度。在计算机模拟实验中取得了十分理想的结果,使最终光束发散角的检测具有很高的精度,从而使双螺旋叠栅条纹用于检测光束准直的应用从以前仅限于感官上定性描述光束准直性提升到定量计算出光束发散角,更为准确地检测光束的准确程度,为后续应用提供高质量的准直光束,使其在光束准直性的检测方面具有良好的应用前景。

参 考 文 献

- 1 Paul Latimer. Talbot plane patterns; grating images or interference effects? [J]. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(7): 1078~1083
- 2 Zu Ziming, Feng Hui, Ruan Yu. A scheme based on Talbot effect for measuring Gaussian beam spot[J]. *Acta Optica Sinca*, 1996, **16**(7): 982~987 (in Chinese)
竺子民,冯 辉,阮 玉. 基于塔尔博特效应的 Gauss 光束尺寸测量[J]. *光学学报*, 1996, **16**(7): 982~987
- 3 Masane Suzuki, Motonori Kanaya. Applications of Moiré topography measurement methods in industry[J]. *Opt. & Lasers Engng.*, 1988, **8**(3): 171~188
- 4 Zhao Hong, Chen Wenyi, Tan Yushan. Automatic shadow Moiré topography[J]. *Acta Optica Sinca*, 1995, **15**(9): 1275~1277 (in Chinese)
赵 宏,陈文艺,谭玉山. 自动的阴影莫尔轮廓术[J]. *光学学报*, 1995, **15**(9): 1275~1277
- 5 Chon-Wen Chang, Der-Chin Su. Collimation method that uses spiral gratings and Talbot interferometry[J]. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(22): 1783~1784
- 6 Jin Guofan, Li Jingzhen. *Laser Metrology* [M]. Beijing: Science Press, 1998. 162~165 (in Chinese)
金国藩,李景镇. *激光测量学* [M]. 北京:科学出版社, 1998. 476~478
- 7 Srinivasan V, Liu H C, Halioua M. Automated phase-measuring profilometry of 3-D diffuse objects[J]. *Appl. Opt.*, 1984, **23**(18): 3105~3108
- 8 Wang Liwu, Su Xianyu, Zhou Libin. Correction algorithm of Random phase shifting errors in phase measuring profilometry[J]. *Acta Optica Sinca*, 2004, **24**(5): 614~618 (in Chinese)
王立无,苏显渝,周利兵. 相位测量轮廓术中随机相移误差的校正算法[J]. *光学学报*, 2004, **24**(5): 614~618
- 9 Li Wansong, Su Xianyu, Su Likun *et al.*. Phase-measuring profilometry in non-constant environmental light[J]. *Acta Optica Sinca*, 2000, **20**(5): 617~623 (in Chinese)
李万松,苏显渝,苏礼坤 等. 非恒定环境光条件下的相位测量剖面术[J]. *光学学报*, 2000, **20**(5): 617~623
- 10 Li Wansong, Su Likun, Su Xianyu. Phase-measuring profilometry in big scale measurement[J]. *Acta Optica Sinca*, 2000, **20**(6): 792~796 (in Chinese)
李万松,苏礼坤,苏显渝. 相位检测面形术在大尺度三维面形测量中的应用[J]. *光学学报*, 2000, **20**(6): 792~796