

文章编号: 0253-2239(2007)04-0603-6

通过相移条纹图差分测定相移量的方法^{*}

吕晓旭¹ 钟丽云² 张以谟³

{ 1 华南师范大学信息光电子科技学院, 广州 510006
2 暨南大学生命科学技术学院, 广州 510632
3 天津大学精密仪器与光电子工程学院, 天津 300072 }

摘要: 提出一种通过两幅相移条纹图相减来确定它们之间相移量的方法,进行了理论分析和实验验证。两幅相移条纹图相减并归一化后,得到的相移差分函数是振幅只与相移量有关的正弦函数,可以通过确定该函数最大极值的方法得到振幅,进而计算出相移量。介绍了极值直接查找法和平均法两种实现最大极值测量的方法。由于不使用傅里叶变换,减少了运算时间,既可以用于高空间频率条纹,也可以用于稀疏平行条纹,以及任意花样的条纹。在衬比度因子确定后,用这种方法就能够直接在空域内确定两幅条纹图之间的相移量,通过大量采样点进行统计计算,使结果达到很高的精度。将所得到的结果与用傅里叶变换方法得到的结果进行了比较,表明两种方法得到的结果具有完全相同的精度。

关键词: 光信号处理; 光学相位测量; 相移差分函数; 相移差分幅度; 条纹图

中图分类号: TH741 文献标识码: A

A Method of Phase-Shifting Measurement by the Difference of Phase-Shifting Interferograms

Lü Xiaoxu¹ Zhong Liyun² Zhang Yimo³

{ 1 School of Information and Optoelectronic Science and Engineering, South China Normal University, Guangzhou 510006
2 College of Life Science and Technology, Jinan University, Guangzhou 510632
3 School of Precision Instrument and Optoelectronic Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072 }

Abstract: A method of phase-shifting measurement of interferograms is proposed by the difference between two interferograms. In this method a phase-shifting interferogram is subtracted from the other one, and then the phase-shifting difference function, in which the amplitude is correlated only with the phase-shifting value, is obtained and normalized, so the phase-shifting value can be calculated by the maximum extremum of phase-shifting difference function, meanwhile two methods including the direct search method and the average method are introduced to determine the maximum extremum of the normalized function. Experimental and analysis results show the phase-shifting value between two interferograms can be obtained when contrast function of interferogram is determined and the results are not affected by the measured phase. And as a statistical analysis for many sampling points in spatial domain is used in calculation, the high-precision phase-shifting measurement can be achieved. For another, as Fourier transform is not used in above proposed method, and it can be used in analyzing the high spatial frequency fringes, sparse parallel fringes, even arbitrary form fringes. Meanwhile the measuring precision of the proposed method is compared with that of Fourier transform method, and it is proved the measuring precision of two methods is identical.

Key words: optical signal processing; optical phase measurement; phase-shifting difference function; phase-shifting difference amplitude; interferogram

^{*} 国家自然科学基金(60467003,60277032)资助课题。

作者简介: 吕晓旭(1959—),江西人,教授,主要从事光学相位测量、数字全息、光学全息等方面的研究。

E-mail: xiaoxulu48@sina.com

收稿日期: 2006-04-20; 收到修改稿日期: 2006-06-26

1 引 言

在光学相位测量中,通过时域调制的相移法^[1,2]和通过空域调制的傅里叶变换法^[3,4]是两种基本的方法。相移相位测量方法具有背景和衬比度等空间不均匀因素对测量精度影响小、噪声抑制能力强、算法简捷、测量精度高、测量速度快等优点,而傅里叶变换相位测量方法的最大优点是可以从单幅条纹图中求解出相位。为弥补各自的不足,常将两种方法结合起来应用^[5,6]。当系统的参量和性能确定以后,相移误差将成为影响测量精度变化的主要因素^[7]。为了降低相移相位测量中相移误差对测量结果的影响,可以采取三个方面的措施^[8~11]。

傅里叶变换方法是确定相移量的常用方法,一般需要经过傅里叶变换、滤波、逆傅里叶变换运算^[3,4],计算过程多,运算量大。Kenneth A. Goldberg 等^[11]提出了一种巧妙的傅里叶变换确定相移量方法,只需要计算空间载频处单频率点的傅里叶变换就能够确定相移量,简化了计算并提高了测量精度,但应用的条件是已调制信号的空间频率与背景的空间频率完全分离。罗印龙等^[12]最近提出了一种用空间相关实现相移测定的方法,可以应用于比较稀疏的平行条纹情况,但要求条纹周期、条纹图的背景和衬比度均为常量,在实际应用中仍受限制。本文根据相移条纹图中存在整体相移量的特点,采用了一种通过两幅相移条纹图相减得到的相移差分函数确定它们之间相移量的新方法,提出了两种实现算法并进行了实验验证,并将所得到的结果与用傅里叶变换方法得到的结果进行了比较。

2 原 理

相移相位测量中第 i 幅相移条纹图可以表示为

$$I_i(x, y) = B(x, y) + A(x, y) \cos[\varphi(x, y) + \varphi_{psi}], \quad (1)$$

式中 $B(x, y)$ 为条纹图背景, $A(x, y)$ 为条纹图的变化幅度,它反映条纹图衬比度大小, $\varphi(x, y)$ 为待测相位, φ_{psi} 为第 i 幅相移条纹图相对于没有相移时条纹图(第一幅相移条纹图)的相移量。

为了从(1)式表示的相移条纹图序列中计算出任意两个相移状态之间的相移量,研究第 i 幅与第 k 幅相移条纹图的差:

$$I_i(x, y) - I_k(x, y) = A(x, y) \{ \cos[\varphi(x, y) + \varphi_{psi}] - \cos[\varphi(x, y) + \varphi_{psk}] \},$$

运用三角公式经过简单运算得到

$$\Delta I_{ik}(x, y) = A(x, y) 2 \sin\left(\frac{\Delta\varphi_{psik}}{2}\right) \sin\left[\varphi(x, y) + \frac{\varphi_{psi} + \varphi_{psk}}{2}\right], \quad (2)$$

其中 $\Delta\varphi_{psik} = \varphi_{psi} - \varphi_{psk}$ 为需要测定的相移量。由于(2)式已经不是代表能量意义的图像,我们用“相移差分函数”表示两幅相移条纹图相减后结果的分布情况。如果可以求解出 $A(x, y)$, 则可以得到归一化的相移差分函数:

$$\Delta_{ik}\hat{I}(x, y) = 2 \sin\left(\frac{\Delta\varphi_{psik}}{2}\right) \sin\left[\varphi(x, y) + \frac{\varphi_{psi} + \varphi_{psk}}{2}\right]. \quad (3)$$

注意到每一幅相移条纹图中的附加相移是全局性的,即整幅相移条纹图中的相移量在图中各点都是相同的,根据正弦函数的性质,(3)式中无论待测相位 $\varphi(x, y)$ 如何分布,只要变化大于 π , 就可以保证(3)式的相移差分函数中一定出现最大极值,且全部由相移差分函数中的固定因子所决定,即

$$C(\Delta\varphi_{psik}) = 2 \sin\left(\frac{\Delta\varphi_{psik}}{2}\right), \quad (4)$$

我们把(4)式称为相移差分函数的相移差分幅度。通过适当的方法把最大极值确定出来,继而可由(4)式计算出相移,确定两幅相移条纹图之间相移量的问题又从时域转换到空域。由于相移差分幅度与待测相位没有关系,待测相位的分布情况对相移量的确定不产生任何影响。

3 实现方法

用相移差分函数实现相移测定的方法,主要是如何准确方便地确定 $A(x, y)$ 和最大极值。在理想条件下,如果条纹图的衬比度因子 $A(x, y)$ 已经确定,再从(3)式中求出任何一个最大极值,就可以从(4)式确定任意两幅相移条纹图之间的相移量,下面介绍两种从统计的角度来得到 $A(x, y)$ 和 $C(\Delta\varphi_{psik})$ 的方法。

3.1 衬比度因子的确定方法

用于确定衬比度因子方法有参物光强度分别测定法、傅里叶变换算法和多步相移算法,这三种方法各有优缺点。参物光强度分别测定法是一种直接测量法,算法简单,但在测量时需要分别遮挡物光和参考光,在一些有机箱封闭和参物光共路的干涉仪中使用不方便;傅里叶变换算法只需要一幅条纹图就可以计算出衬比度因子,但需要有附加调制,计算量

大,傅里叶变换计算过程和滤波窗口均会带来误差;多步相移算法是一种统计平均方法,运算速度比较快、精度高,虽然相移误差会对衬比度因子的计算结果带来误差,但只要一个周期内相移的步数足够多,相移误差不超过所设计的相移间隔,所得到的衬比

度因子就可以达到足够高的精度^[13]。

由于多步相移算法的精度高于傅里叶变换算法的精度^[14],本文采用了前者来计算衬比度因子,其算法为

$$A(x, y) = \frac{2}{N} \left\{ \left[\sum_{i=0}^{N-1} I_i(x, y) \cos \varphi_{psi} \right]^2 + \left[\sum_{i=0}^{N-1} I_i(x, y) \sin \varphi_{psi} \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad (5)$$

式中 N 为一个周期内等步长的相移步数。

3.2 相移差分幅度的确定方法

为了在实际应用中方便而准确地确定相移差分幅度,可以采用附加空间频率的方法.附加空间频率的大小可以根据待测量相位分布变化的大小来选择,原则是附加的空间频率与待测量相位的最大空间变化率相比足够大,使总相位沿 x 轴或 y 轴方向呈单调变化,这样从相移差分函数的一维方向就可以确定极值点的位置和大小,而且所确定的极值点就是最大极值点.这样(1)式和(3)式分别表示为

$$I_i(x, y) = B(x, y) + A(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y) + \varphi_{psi}], \quad (6)$$

$$\Delta_k \hat{I}(x, y) = 2 \sin\left(\frac{\Delta \varphi_{psik}}{2}\right) \sin\left[2\pi f_0 x + \varphi(x, y) + \frac{\varphi_{psi} + \varphi_{psk}}{2}\right], \quad (7)$$

其中 f_0 为仅沿 x 方向的附加空间频率, $2\pi f_0 x$ 为附加空间频率带来的附加相位.当附加的空间频率远大于待测量相位的最大空间变化率时,(6)式和(7)式给出近似平行等间距的条纹图,可以根据附加空间频率的大小,采用极值直接查找法或平均法来确定相移差分幅度。

极值直接查找法是把相移差分函数中的最大极值 $C_i(\Delta \varphi_{psik})$ 点全部确定下来,再通过求它们的平均值来得到提高相移差分幅度,即

$$C(\Delta \varphi_{psik}) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M C_i(\Delta \varphi_{psik}), \quad (8)$$

其中 M 为相移差分函数中最大极值点的数目,相移量由(4)式求得.我们把这种通过相移差分函数直接确定最大极值从而确定相移量的方法称为直接法。

平均法是用全波整流三角函数平均值与其振幅的关系来确定相移差分幅度,即

$$C(\Delta \varphi_{psik}) = \frac{\pi}{2N_T T_s} \int_0^{N_T T_s} |\Delta_k \hat{I}(x, y)| dx, \quad (9)$$

其中 T_s 为附加调制的空间周期,等于附加空间频率的倒数, N_T 是用于计算的周期数,相移量仍然由(4)式求得.我们把这种通过空间平均确定最大极值的方法称为平均法.平均法中重要的一点是要准确地确定附加周期的大小和周期数,直接查找(7)式过零点的位置就可以方便地确定附加空间周期 T_s 。

4 实 验

为了验证本文提出的方法,我们采用自己研制的一套相移系统,通过泰曼-格林干涉光路,采集了一套平面波干涉相移条纹图序列,一个周期内的相移步数为 29 步.实验所用 CCD 型号为 MTV-1802CB,其像素大小为 $0.0100 \text{ mm} \times 0.0108 \text{ mm}$,图像采集卡为 V2A,采集卡分辨力为 8 位,光源是波长 632.8 nm 的氦氖激光器.为了使相移图差分得到的结果能够与傅里叶变换方法得到的结果进行比较,条纹图中条纹的空间频率为 7.8 条/mm ,保证傅里叶变换后信号与背景的分隔.图 1 是系列条纹图中没有相移的第 1 幅及该条纹图第 100 行的灰

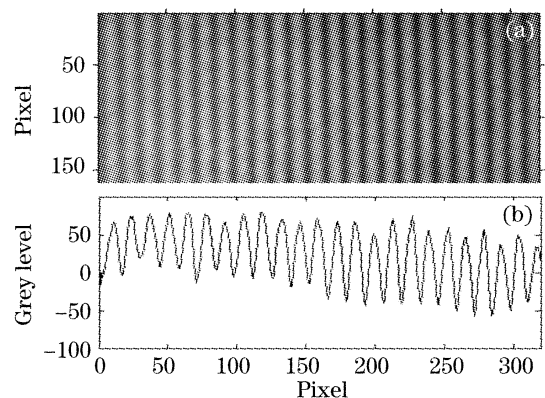


图 1 系列条纹图中(a)的第 1 幅和(b)该条纹图第 100 行的灰度分布

Fig. 1 (a) Initial interferograms of phase-shifting interferograms sequence and (b) its gray level distribution along 100th row

度分布图,可以看出条纹图中各点的背景和衬比度分布都是不均匀的,但单峰性很好。

我们用相移图差分方法计算了所有相移条纹图与第一幅条纹图之间的相移量。图 2 和图 3 以第 7 幅与第 1 幅相移条纹图的差分为例,分别给出了其相移差分函数和归一化相移差分函数的结果。

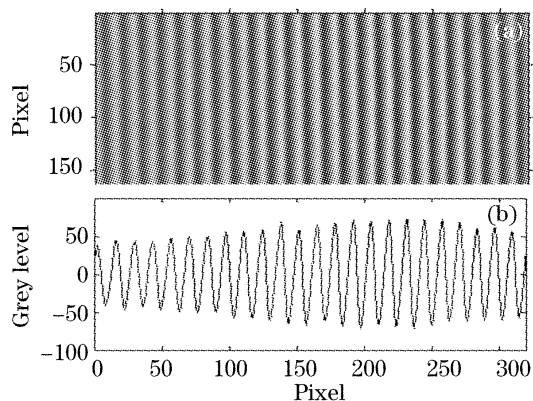


图 2 系列相移干涉图中(a)第 7 幅与第 1 幅相减后差分函数的灰度显示及(b)第 100 行的分布

Fig. 2 (a) Phase-shifting difference function between 7th and first interferograms shown as gray level and (b) its distribution along 100th row

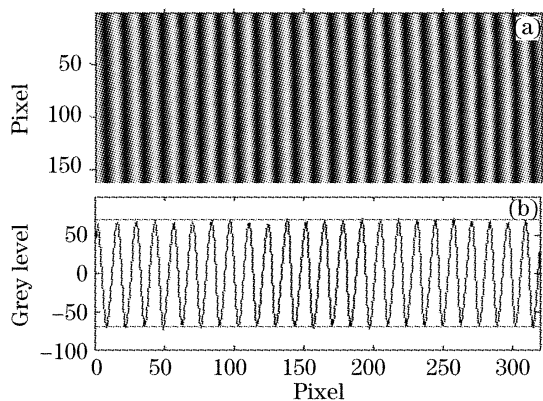


图 3 图 2 所示差分函数的(a)归一化差函数的灰度显示及(b)第 100 行的分布

Fig. 3 (a) Normalized phase-shifting difference function of Fig. 2 shown as gray level and (b) its distribution along 100th row

图 2 显示两幅相移条纹图的差分结果,相移差分函数的平均值接近零,说明背景已经基本被消除;图 3 是图 2 的结果与用(5)式得到的衬比度因子 $A(x,y)$ 相除后的归一化相移差分函数,可见衬比度不均匀已经基本消除,最大峰值几乎相等。分别采用(8)式和(9)式所表示的两种方法计算出相移差分幅度,再由(4)式就可得到它们之间的相移量。为了验证用本文方法得到的结果的精度和可靠性,还采用两种傅里叶变换确定相移量的算法进行了计算。

由于几种算法结果之间的差别很小,难以用图形表示,我们把它列在表 1 中。

表 1 第 1 行是用公式(8)的极值直接查找法得到的结果,计算的过程为: I) 由(5)式求衬比度因子 $A(x,y)$, II) 计算相移图条纹图与第一幅条纹图的差分并用 $A(x,y)$ 进行归一化, III) 查找出所有最大极值并由(8)式求出它们的平均值, IV) 由(4)式计算相移, V) 循环计算至最后一幅相移条纹图。

表 1 第 2 行是用(9)式的平均法得到的结果,计算的过程为除需预先确定周期和第三)需改为根据(9)式取尽可能多的周期来计算相移差分函数绝对值的平均值外,与第 1 行计算的方法相同。

表 1 第 1 行和第 2 行结果的详细计算过程见图 4。

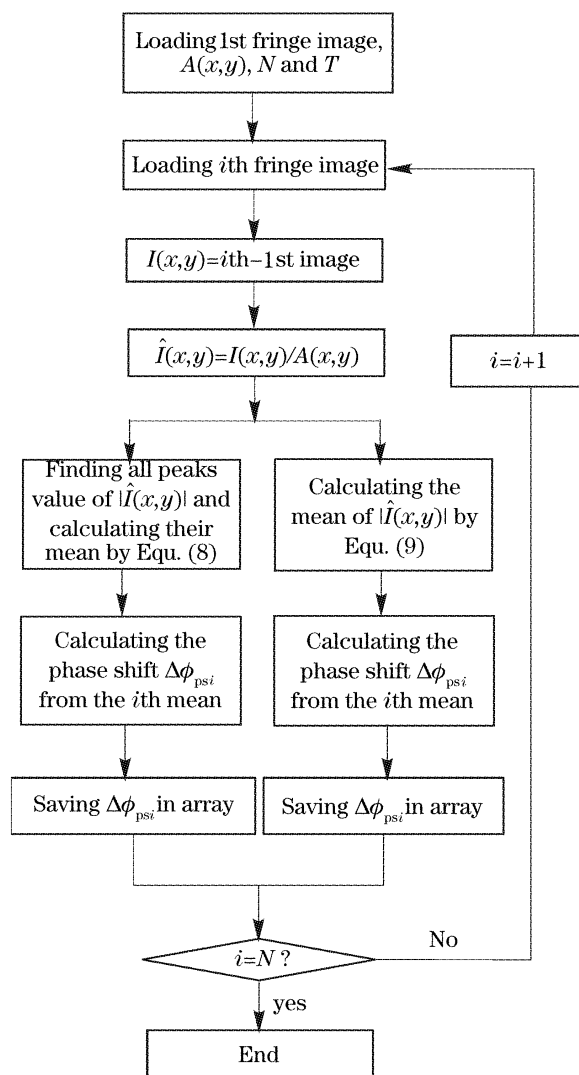


图 4 采用两种相移差分函数法计算的相移流程图
Fig. 4 A flow chart of phase shifts calculation by two phase-shifting difference function methods

表 1 中第 3 行是用通常的傅里叶变换法得到的结果,计算的过程为: I) 从第一幅条纹图开始对条纹图直接做傅里叶变换, II) 以傅里叶变换图中第一

级极大位置(附加频率 f_0 处)为中心选择滤波窗口(采用的是 7×7 的矩形窗口),并让窗口以外的数据全部为零,Ⅲ)对滤波后的傅里叶变换图进行傅里叶逆变换,Ⅳ)求出包裹相位和去包裹相位图,Ⅴ)循环计算至最后一幅相移条纹图,Ⅵ)每一幅相位图与第一幅相位图相减求平均得到相移量。

表 1 分别采用相移差分方法和傅里叶变换方法计算的相移结果(单位:rad)

Table 1 Results of phase shifts calculation by phase-shifting difference function and Fourier transformation respectively

Phase shift steps	By equation (8)	By equation (9)	7×7 window filtered around f_0 of FT and then by IFT	By value at f_0 of FT of phase shifting fringe
0	0	0	0	0
1	0.1277	0.1335	0.1301	0.1300
2	0.5202	0.5070	0.5029	0.5020
3	0.6146	0.6006	0.5971	0.5953
4	0.9931	0.9756	0.9736	0.9698
5	1.1993	1.1806	1.1815	1.1761
6	1.5539	1.5371	1.5475	1.5390
7	1.6183	1.6086	1.6141	1.6052
8	1.8643	1.8415	1.8520	1.8404
9	2.1364	2.1096	2.1202	2.1058
10	2.4721	2.4426	2.4496	2.4323
11	2.7244	2.6916	2.6957	2.6765
12	2.8941	2.8571	2.8582	2.8381
13	3.123	3.0738	3.0700	3.0487
14	3.2132	3.1623	3.1584	3.1368
15	3.4575	3.3925	3.3823	3.3606
16	3.6548	3.5708	3.5589	3.5372
17	3.7376	3.7341	3.7553	3.7343
18	3.9345	3.9486	3.9716	3.9515
19	4.1383	4.1602	4.1880	4.1692
20	4.4039	4.4353	4.4634	4.4473
21	4.5380	4.5725	4.604	4.5861
22	4.7766	4.8108	4.8341	4.8224
23	4.9943	5.0262	5.0462	5.0372
24	5.1525	5.1822	5.1986	5.1914
25	5.4217	5.4451	5.4565	5.4518
26	5.5714	5.5881	5.5972	5.5936
27	5.8768	5.8882	5.8928	5.8907
28	6.0248	6.0268	6.0301	6.0283
29	6.2342	6.2328	6.2569	6.2552

从表 1 可以看出,对实际采集的 30 幅相移条纹图分别用 4 种算法得到的结果之间差异很小,说明用相移图差分方法可以确定相移条纹图之间的相移量。其中后三行对应相移量的最大误差小于 0.032 rad (即小于 2°),可以认为相移图差分方法与傅里叶方法

表 1 中第 4 行是用文献[11]介绍的傅里叶变换法得到的结果,与通常傅里叶变换方法的区别是Ⅱ)、Ⅲ)、Ⅳ)步合并为直接计算第一级极大位置(附加频率 f_0)处复数值的相位值,且循环计算完毕后直接将每一幅相位值与第一幅相位值相减就得到相移量。

表 1 第 3 行和第 4 行的详细计算过程见图 5。

的精度是完全一致的。第一行计算结果的误差相对大一点,最大误差为 $0.12 \text{ rad}(6.8^\circ)$,这与(8)式的算法只利用了图像的最大极值,而没有利用图像的全部数据有关,因此实际应用时采用(9)式的算法能够达到更高的精度。

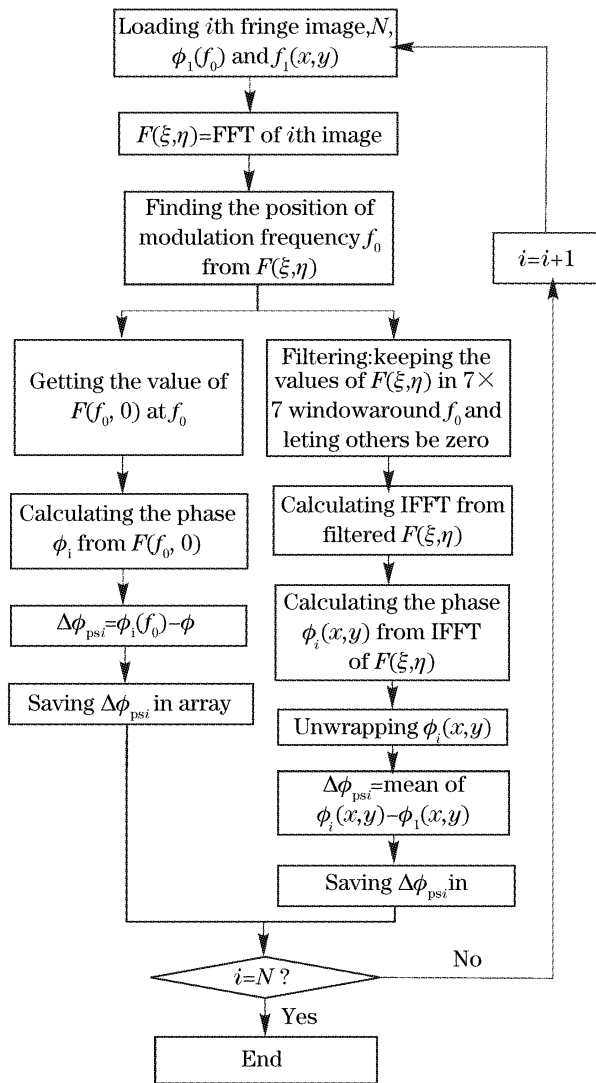


图5 采用两种傅里叶方法计算的相移流程图

Fig. 5 A flow chart of phase shifts calculation by two Fourier transformation methods

5 结 论

在理论分析的基础上,我们提出一种通过任意两幅相移条纹图相减的相移差分函数来确定它们之间相移量的新方法,通过对实验数据的计算得到了与傅里叶变换方法完全相同的结果和精度。这种方法根据相移条纹图中存在整体相移量的特点,当相移条纹图的衬比度因子确定后,在原理上就能够确定两幅条纹图之间的相移量,而且待测量相位的变化对相移量的测定不产生任何影响。方法只在空域进行计算,不需要进行傅里叶变换,提高了运算速度,既可以用于高空间频率条纹也可以用于稀疏平行条纹,以及任意

花样的条纹。与傅里叶变换方法比较,由于采用了正弦函数形式的相移差分函数,需要采用分段方法确定相移量,以保证计算的精度和满足正弦函数的定义域要求。

参 考 文 献

- Robert Crane. Interference phase measurement [J]. *Appl. Opt.*, 1969, **8**(3): 538~542
- J. H. Bruning, D. R. Herriott, J. E. Gallagher *et al.*. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses[J]. *Appl. Opt.*, 1974, **13**(11): 2693~2703
- Mitsuo Takeda, Hideki Ina, Seiji Kobayashi. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**(1): 156~160
- Thomas Kreis. Digital holographic interference-phase measurement using the Fourier-transform method[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1986, **3**(6): 847~855
- Jian Li, Xianyu Su, Lurong Guo. Improved Fourier transform profilometry for the automatic measurement of three-dimensional object shapes[J]. *Opt. Engng.*, 1990, **29**(12): 1439~1444
- Guanming Lai, Toyohiko Yatagai. Generalized phase-shifting interferometry[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1991, **8**(5): 822~827
- Chiayu Ai, Jams C. Wyant. Effect of piezoelectric transducer nonlinearity on phase shift interferometry[J]. *Appl. Opt.*, 1987, **26**(6): 1112~1116
- In-Bok Kong, Seung-Woo Kim. General algorithm of phase-shifting interferometry by iterative least-squares fitting[J]. *Opt. Engng.*, 1995, **34**(1): 183~188
- Wang Liwu, Su xianyu, Zhou Libing. Correction algorithm of random phase shifting errors in phase measuring profilometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(5): 614~618 (in Chinese)
王立无, 苏显渝, 周利兵. 相位测量轮廓术中随机相移误差的校正算法[J]. *光学学报*, 2004, **24**(5): 614~618
- James Millerd, Neal Brock, John Hayes *et al.*. Pixelated phase-mask dynamic interferometer[C]. *Proc. SPIE*, 2004, **5531**: 304~314
- Kenneth A. Goldberg, Jeffrey Bokor. Fourier-transform method of phase-shift determination[J]. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(17): 2886~2894
- Luo Yinlong, Lü Xiaoxu, Zhu Yue *et al.*. Real-time high accuracy phase-shifting calibrating method based on one-dimensional spatial digital correlation[J]. *Chin. J. Lasers*, 2005, **32**(8): 1117~1122 (in Chinese)
罗印龙, 吕晓旭, 朱越等. 基于一维空间数字相关的实时相移标定方法[J]. *中国激光*, 2005, **32**(8): 1117~1122
- Lü Xiaoxu, Zhong Liyun, Zhang Yimo. The holographic reconstructing algorithm and its error analysis about phase-shifting phase measurement[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(9): 1367~1371 (in Chinese)
吕晓旭, 钟丽云, 张以谟. 相移相位测量的全息再现算法及测量误差分析[J]. *光学学报*, 2006, **26**(9): 1367~1371
- Shao Shuangyun, Su Xiangyu, Wang Hua *et al.*. Calibration of the measurement system based on modulation measurement profilometry [J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(2): 203~206 (in Chinese)
邵双运, 苏显渝, 王华等. 调制度测量轮廓术的系统标定[J]. *光学学报*, 2005, **25**(2): 203~206