

文章编号: 0253-2239(2007)03-0555-4

斯塔克效应对两模双光子 J-C 模型腔场谱的影响*

张桂明 李悦科 高云峰

(聊城大学教育传播技术学院, 聊城 252059)

摘要: 研究了斯塔克(Stark)效应对两模双光子 Jaynes-Cummings(J-C)模型腔场谱的影响, 推导计算出了腔场处于光子数态时腔场谱的计算公式和数值结果, 讨论了斯塔克效应和初始场强对腔场谱的影响。发现斯塔克效应在弱场条件下对腔场谱线的频率和强度都有明显的影响, 破坏了谱结构的对称性, 使两模的谱线更加丰富。初始场较强时斯塔克效应对谱线的影响较弱。模 I 为真空场, 模 II 初始场强递增时, 斯塔克效应使模 II 的高频峰受到较强的抑制作用, 其低频峰在初始场较弱时受到抑制, 初始场较强时又有强化作用, 初始场更强时, 模 II 的谱线退化为经典的共振荧光谱, 与无斯塔克效应的情况基本相同。

关键词: 量子光学; 腔场谱; Jaynes-Cummings 模型; 斯塔克效应; 非简并双光子过程

中图分类号: O431.2 文献标识码: A

Effects of Stark Shift on Cavity Field Spectra of Nondegenerate Two-Photon Jaynes-Cummings Model

Zhang Guiming Li Yueke Gao Yunfeng

(College of Educational Technology and Mass medium, Liaocheng University, Liaocheng 252059)

Abstract: The cavity field spectrum of an atom interacting with two-mode fields in the presence of Stark shift is investigated. The cavity field spectrum expression of the system with the cavity fields in photon number state is given. Some numerical results are presented. The effects of Stark shift on the frequency and intensity of the spectrum structure are obvious, when the initial fields are weak. The symmetry of the spectrum was broken by the Stark shift and a complex spectrum structure appears. When the two-mode fields are both strong, the effect of Stark shift on the spectrum is weak. When the field I is vacuum, and the initial intensity of field II is increasing, the higher-frequency peak of field II is heavily depressed by Stark effect. While, lower-frequency peak is depressed for weak initial field, and enhanced for strong initial field. When field I is vacuum and field II is much stronger, mode II spectrum show a single classical resonant fluorescent spectrum.

Key words: quantum optics; cavity field spectrum; Jaynes-Cummings model; Stark shift; nondegenerate two-photon process

1 引 言

研究高 Q 腔内二能级原子与量子化光场相互作用规律是量子光学中的重要课题之一, Jaynes-Cummings(J-C)模型^[1]是精确可解的模型之一, 它可以解释原子与光场相互作用所具有的一些纯量子特性。在实验上对真空场拉比劈裂进行观测获得成功^[2], 表明 J-C 模型不仅具有重要的理论价值, 而且具有真实的物理背景, 使得人们对 J-C 模型的研究更加重视。

原子辐射谱和腔场谱作为获得原子与光场相互作用信息的重要方法得到较深入的研究, 两者从不

同侧面反映了“原子-腔场”系统的光谱特性。关于腔场谱的研究^[3~6], 大多没有考虑斯塔克效应的影响, 而在一定的条件下, 与量子光场作用的多能级原子可以通过绝热消去将其等效为一个具有动态斯塔克位移的二能级原子系统^[7~14], Brun 等^[8]指出, 利用这种动态斯塔克位移不仅可以对微激光器中腔场光子数进行量子非破坏性测量, 而且原子-光场相互作用系统中的量子性质, 如原子粒子布居差的崩塌-回复效应^[9,12]、原子跃迁的线形^[11]、原子的发射谱和偶极压缩效应^[13,14]以及光场的量子性质^[9,12]等也会因斯塔克效应的影响而发生显著变化, 本文研究

* 山东省自然科学基金(Y2004A09)资助课题。

作者简介: 张桂明(1952-), 男, 山东聊城人, 教授, 主要从事量子光学的科研和物理教学工作。E-mail: zhgm@lcu.edu.cn

收稿日期: 2006-05-10; 收到修改稿日期: 2006-09-04

具有一个中间能级的有效二能级原子和双模量子化光场相互作用过程中原子的腔场谱,讨论斯塔克效应在该过程中对腔场谱的影响。

2 模型与理论推导

考虑一个无损耗系统,具有一个中间能级的有效二能级原子通过双光子跃迁与双模量子化光场相互作用,在旋波近似条件下,该系统的有效哈密顿量为^[15,16](令 $\hbar=1$)

$$H = H_0 + H_1,$$

$$H_0 = \frac{1}{2}\omega_0\sigma_z + \sum_{i=1}^2\omega_i\left(a_i^\dagger a_i + \frac{1}{2}\right) + \quad (1)$$

$$g(a_1^\dagger a_2^\dagger \sigma + a_1 a_2 \sigma^\dagger),$$

$$H_1 = \beta_1 a_1^\dagger a_1 |1\rangle\langle 1| + \beta_2 a_2^\dagger a_2 |2\rangle\langle 2|,$$

其中 H_0 表示标准的两模双光子 J-C 模型的哈密顿量, H_1 表示由斯塔克效应引起的哈密顿量, $|1\rangle$ 、 $|2\rangle$ 分别表示有效二能级原子的激发态和基态, a_i 、 a_i^\dagger 分别为第 i 模腔场光子的湮没和产生算符 ($i=1,2$), σ^+ 、 σ 、 σ_z 分别为原子的赝自旋算符, β_1 、 β_2 分别描述基态和激发态与中间能级的耦合所产生的斯塔克移动参量, g 是原子与双模腔场的耦合常量, ω_0 为原子的跃迁频率, ω_i 为第 i 模腔场的频率, 在共振相互作用条件下 $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$ 。

该系统的基矢可取为

$$|\varphi_1^n\rangle = |1, n_1, n_2\rangle, \quad (2)$$

$$|\varphi_2^n\rangle = |2, n_1 + 1, n_2 + 1\rangle,$$

其中的三个量子数分别表示原子所处的能级和模 I、模 II 腔场的光子数, 上标 n 代表 (n_1, n_2) 。(1) 式的本征方程为

$$H|\varphi_i^n\rangle = E_i^n|\varphi_i^n\rangle, \quad (i=1,2) \quad (3)$$

将 $|\varphi_i^n\rangle$ 按基矢 $|\varphi_j^n\rangle$ 展开

$$|\varphi_i^n\rangle = \sum_{j=1}^2 C_{ij}^n |\varphi_j^n\rangle, \quad (4)$$

利用标准的方法可求出 H 的本征能量:

$$E_{1,2}^n = \omega_0 + a +$$

$$\frac{1}{2}(c+d) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(c-d)^2 + 4g^2b}, \quad (5a)$$

其中 $a = \omega_1 n_1 + \omega_2 n_2$, $b = (n_1 + 1)(n_2 + 1)$,

$$c = \beta_1 n_1, \quad d = \beta_2(n_2 + 1), \quad (5b)$$

本征函数 C_{ij}^n 为

$$C_{i1}^n = -\frac{g\sqrt{b}}{L_i^n}, \quad C_{i2}^n = \frac{\omega_0 + a + c - E_i^n}{L_i^n}, \quad (6)$$

其中

$$L_i^n = \sqrt{g^2b + (\omega_0 + a + c - E_i^n)^2}, \quad (i=1,2)$$

按物理谱的定义, 该系统的腔场谱按下式计算^[17]:

$$S_n(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' \exp[-(\Gamma - i\omega)(T - t')] \int_0^T dt \exp[-(\Gamma + i\omega)(T - t)] \langle \varphi(0) | A^\dagger(t') A(t) | \varphi(0) \rangle, \quad (7)$$

其中 Γ 为谱仪带宽, T 为测量时间, $|\varphi(0)\rangle$ 为系统的初态, $A(t) = a_1(t) + a_2(t)$ 。若取初始时刻原子处于激发态而光场处于任意数态, 即 $|\varphi(0)\rangle = |1, n_1, n_2\rangle$, 可以证明 $\langle \varphi(0) | a_1^\dagger(t') a_2(t) | \varphi(0) \rangle$ 和 $\langle \varphi(0) | a_2^\dagger(t') a_1(t) | \varphi(0) \rangle$ 都等于零, 这时(7)式可化为^[4]

$$S = S_1(\omega) + S_2(\omega), \quad (8)$$

其中

$$S_1(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' \exp[-(\Gamma - i\omega)(T - t')] \int_0^T dt \exp[-(\Gamma + i\omega)(T - t)] \langle \varphi(0) | a_1^\dagger(t') a_1(t) | \varphi(0) \rangle, \quad (9a)$$

$$S_2(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' \exp[-(\Gamma - i\omega)(T - t')] \int_0^T dt \exp[-(\Gamma + i\omega)(T - t)] \langle \varphi(0) | a_2^\dagger(t') a_2(t) | \varphi(0) \rangle, \quad (9b)$$

经繁琐运算可得

$$S_1(\omega) = \sum_{r=1}^2 \left| \sum_{k=1}^2 G_{kr}^{(1)} Z_{kr}^{(1)} \right|^2, \quad (10a)$$

其中

$$G_{kr}^{(1)} = \sum_{m=1}^2 C_{k1}^n C_{km}^n C_{m1}^{n-1} b_m^n, \quad (10b)$$

$$Z_{kr}^{(1)} = \frac{\exp\{i[\omega - (E_k^n - E_r^{n-1})T]\} - \exp(-\Gamma T)}{\Gamma + i[\omega - (E_k^n - E_r^{n-1})]}. \quad (10c)$$

$$b_1^n = \sqrt{n_1}, \quad b_2^n = \sqrt{n_1 + 1}, \quad (10d)$$

式中的上标 $n-1$ 表示 (n_1-1, n_2) 。对于 $S_2(\omega)$ 只须将上述公式中的 n_1, n_2 对换即可。

3 结果分析

依据上述公式可以计算双模腔场处于不同强度,斯塔克移动参量 β_1, β_2 取不同数值时的腔场谱。由于计算公式过于复杂,不宜作解析分析,我们采用了数值计算的方法,其结果示于图 1~图 4(本文模 I 为高频峰,在图右侧,其中心频率在 0 处;模 II 为低频峰,在图的左侧,其中心频率在 $-30g$ 处)。

3.1 初始场为真空场、斯塔克效应递增时的腔场谱

当初始场为真空场($n_1 = n_2 = 0$)、斯塔克移动参量递增时的腔场谱如图 1 所示。谱结构由(8)式和(10)式给出,峰位和峰高分别由

$$\omega_{kr} = \omega_0 + (E_k^n - E_r^{n-1})$$

和 G_{kr}^n 决定。该情况下 r 只能取 2, k 可取 1, 2, 故在真空场中每模只有对称于中心频率的 2 个拉比劈裂峰,定位于 $\Delta = \pm g$ 处,这里的 $\Delta = \omega - \omega_1 = \omega - \omega_2$ 。但随着斯塔克效应的增强,峰值缓慢下降,峰位向右有轻微的偏移。说明斯塔克效应对真空场谱的强度有抑制作用,并引起谱线的频率增加。

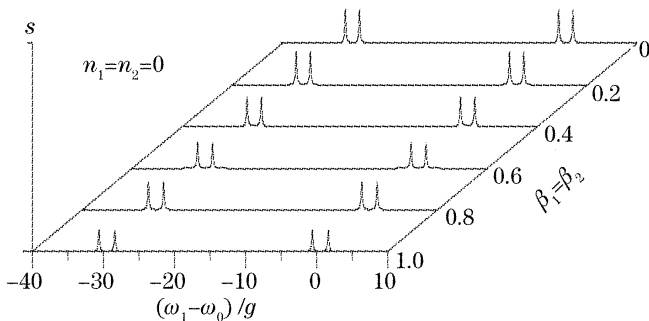


图 1 初始场为真空场($n_1 = n_2 = 0$)、斯塔克移动参量递增时的腔场谱

Fig. 1 Influence of the Stark shift on the cavity field spectra for initial fields in vacuum

3.2 初始场较弱、斯塔克效应递增时的腔场谱

在弱场条件下($n_1 = n_2 = 1$),斯塔克移动参量 $\beta_1 = \beta_2 = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ 时的腔场谱如图 2 所示。在 $\beta_1 = \beta_2 = 0$ 时两模均为对称的 4 峰结构,两侧的边峰较弱,随斯塔克移动参量的增加,模 I 左侧和模 II 右侧的边带峰缓慢递增,而模 I 右侧和模 II 左侧的边带峰很快消失,在 $\beta_1 = \beta_2 \geq 0.4$ 后变为 3 峰。两模左侧的主峰缓慢递增,右侧的主峰缓慢递减。由于斯塔克效应对各峰向右偏移的影响不同,致使模 II 的两个主峰越来越远,模 I 的两个主峰越来越远。由此看出,在弱场条件下斯塔克效应破坏

了谱结构的对称性,对峰的个数和峰位、峰值都有明显的影响,使两模的谱线更加丰富。

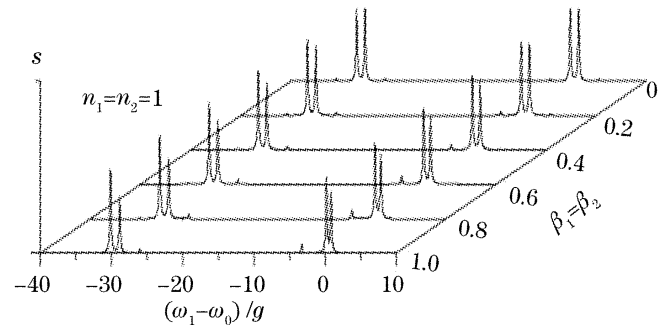


图 2 初始场较弱($n_1 = n_2 = 1$)、斯塔克移动参量递增时的腔场谱

Fig. 2 Influence of the Stark shift on the cavity field spectra for weak initial field

3.3 初始场较强、斯塔克效应递增时的腔场谱

在强场条件下($n_1 = n_2 = 10$),斯塔克移动参量 $\beta_1 = \beta_2 = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ 时的腔场谱如图 3 所示。由于在初始场较强时每模外侧两峰的高度太小以至于无法看到,故两模表现为 2 峰结构,随斯塔克移动参量的增大,左峰缓慢递增,右峰缓慢递减,但模 II 的两峰稍高于模 I 的两峰,说明斯塔克效应对模 I 峰强的抑制作用高于模 II,该情况下的峰位还等值地向右缓慢偏移。与图 2 的情况相比,斯塔克效应对强场的影响较弱,这是由于其自身的能量较强,由外加电场引起的斯塔克效应退化为次要因素所致。

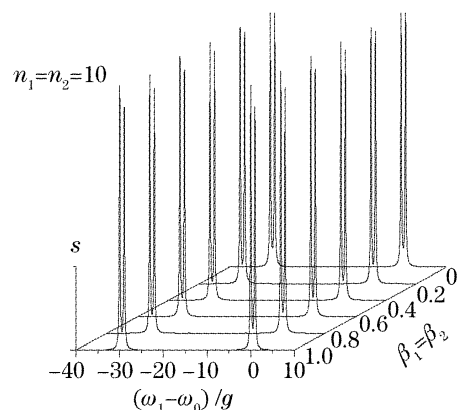


图 3 初始场较强($n_1 = n_2 = 10$)、斯塔克移动参量递增时的腔场谱

Fig. 3 Influence of the Stark shift on the cavity field spectra for strong initial field

3.4 模 I 为真空场、模 II 初始场强递增时的腔场谱

不考虑斯塔克效应($\beta_1 = \beta_2 = 0$)时,模 I 为真空场、模 II 初始场强按 $n_2 = 0, 2, 4, 6, 8, 10$ 的规律递增时的腔场谱如图 4(a)所示。模 I 始终为对称于中心频率的等高的双峰结构,峰高几乎不变,但峰间距

随 n_2 的增大变宽;而模 II 在初始场较弱 ($n_2 < 8$) 时为 2 峰结构,但两峰随初始场的增强逐渐向中心频率靠拢,并且伴随着峰高的增长,当 n_2 足够大后 ($n_2 > 8$) 两峰合并为经典的共振荧光谱,与文献[15]所得结论一致。斯塔克移动参量较强 ($\beta_1 = \beta_2 = 1.0$)、两模的初始光场依次递增时的腔场谱如图 4(b) 所示。受斯塔克效应的影响,模 II 的谱线发生了显著的变化:其一是在 $n_2 > 0$ 后右峰的峰值显著降低;其二是左峰的峰高在 $0 < n_2 \leq 6$ 时受到较强的抑制作用,在 $n_2 = 4$ 时峰值达到最低,在 $n_2 \geq 8$ 后对峰的强度又有增强作用,使峰高略有增长,而且峰位的移动可以忽略不计。对于真空模的影响不大,只是峰的强度更低些。

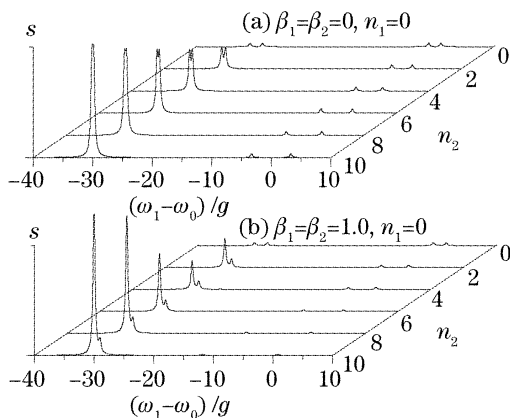


图 4 模 I 为真空场、模 II 初始场强递增 ($n_2 = 0, 2, 4, 6, 8, 10$) 时的腔场谱。(a) $\beta_1 = \beta_2 = 0$; (b) $\beta_1 = \beta_2 = 1.0$

Fig. 4 Effect of the increasing mode II initial field on the cavity field spectra with mode I in vacuum when (a) $\beta_1 = \beta_2 = 0$, (b) $\beta_1 = \beta_2 = 1.0$

4 结 论

斯塔克效应对真空场腔场谱的强度有抑制作用,使峰高缓慢下降,并引起谱的频率增加。在弱场条件下,斯塔克效应破坏谱结构的对称性,对腔场的谱结构产生明显的影响。斯塔克效应对强场的影响较弱。模 I 为真空场、模 II 初始场强递增时,斯塔克效应使模 II 的高频峰受到较强的抑制作用,而对于其低频峰在初始场较弱时受到抑制,当初始场较强时又有强化作用,初始场更强时,模 II 的谱线形成经典的共振荧光谱,斯塔克效应的影响消失。

由(10a)式可知,光场的初态为光子数态的叠加态时,腔场谱也是数态光场腔场谱的叠加结果,它的主要特征可由初始场处于数态的结果反映出来,限于篇幅,本文对叠加态的情况未加讨论。

参 考 文 献

- 1 E. T. Jaynes, F. W. Cummings. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser [J]. *Proc. IEEE*, 1963, **51**(1): 89~109
- 2 R. J. Thompson, G. Rempe, H. J. Kimble. Observation of normal-mode splitting for an atom in an optical cavity[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(8): 1132~1135
- 3 Zhang Guiming, Li Yueke, Gao Yunfeng. Cavity field spectrum of two different atoms interacting with two-mode field through Raman process[J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(11): 3739~3743 (in Chinese)
- 张桂明,李悦科,高云峰. 非等同双原子与双模腔场拉曼相互作用模型的腔场谱[J]. *物理学报*, 2004, **53**(11): 3739~3743
- 4 Gao Yunfeng, Feng Jian, Song Tongqiang. Cavity field spectra of two-atom in a cavity with two-mode radiation field [J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(9): 1194~1200 (in Chinese)
- 高云峰,冯健,宋同强.“两原子-双模腔场”系统的腔场谱[J]. *光学学报*, 2000, **20**(9): 1194~1200
- 5 Li Yueke, Zhang Guiming, Gao Yunfeng. Cavity-field spectrum of two nonidentical atoms interacting with single-mode quantized radiation field[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(8): 1131~1135 (in Chinese)
- 李悦科,张桂明,高云峰. 非等同两原子与光场相互作用系统的腔场谱[J]. *光学学报*, 2005, **25**(8): 1131~1135
- 6 Zhang Guiming, Li Yueke, Gao Yunfeng. Cavity field spectrum of two atoms interacting with two-mode field through Raman process in Kerr medium[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(9): 1414~1418 (in Chinese)
- 张桂明,李悦科,高云峰. 克尔介质中双原子与场拉曼作用系统的腔场谱[J]. *光学学报*, 2006, **26**(9): 1414~1418
- 7 M. Brune, J. M. Raimond, S. Haroche. Theory of the Rydberg-atom two-photon micromaser[J]. *Phys. Rev. A*, 1987, **35**(1): 154~163
- 8 M. Brune, S. Haroche, V. Lefevre *et al.*. Quantum nondemolition measurement of small photon numbers by Rydberg-atom phase-sensitive detection[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **65**(8): 976~979
- 9 R. R. Puri, R. K. Bullough. Quantum electrodynamics of an atom making two-photon transitions in an ideal cavity[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1988, **5**(10): 2021~2028
- 10 Shih-Chuan Gou. Dynamics of the two-mode Jaynes-Cummings model modified Stark shifts[J]. *Phys. Lett. A*, 1990, **147**(4): 218~222
- 11 H. Moya-Cessa, V. Buzek, P. L. Knight. Power broadening and shifts of micromaser lineshapes[J]. *Opt. Commun.*, 1991, **85**: 267~274
- 12 V. Bartzis, N. Nayak. Two-photon Jaynes-Cummings model [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1991, **8**(8): 1779~1786
- 13 Tahira Nasreen, M. S. K. Razmi. Effect of the dynamic Stark shift on dipole squeezing in two-photon processes[J]. *Phys. Rev. A*, 1992, **46**(7): 4161~4166
- 14 Tahira Nasreen. Atomic dipole squeezing and emission spectra of a nondegenerate two-photon Jaynes-Cummings model in the presence of Stark shift[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1994, **11**(2): 386~392
- 15 M. M. Ashraf. Cavity field spectra of the nondegenerate two-photon Jaynes-Cummings model [J]. *Phys. Rev. A*, 1994, **50**(6): 5116~5121
- 16 Li Gaoxiang, Peng Jinsheng. Effects of ac Stark shifts on coherent population trapping in the nondegenerate two-photon Jaynes-Cummings model[J]. *Acta Physica Sinica*, 1996, **45**(1): 38~45 (in Chinese)
- 李高翔,彭金生. 动态 Stark 移位对非简并双光子 Jaynes-Cummings 模型中相干捕获的影响[J]. *物理学报*, 1996, **45**(1): 38~45
- 17 J. H Eberly, K. Wodkiewicz. The time-dependent physicals spectrum of light[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1977, **67**(9): 1252~1261