

文章编号: 0253-2239(2007)03-0540-5

# 实现均匀照明的自由曲面反射器

丁 毅 顾培夫

(浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 杭州 310027)

**摘要:** 通过单个自由曲面反射器的反射, 令光源发出的能量重新分布, 在特定照明面上实现所需照明, 从而简化了投影设备中的照明系统, 使设备的进一步小型化成为可能。根据给出的光源辐射特性和所需实现的照明面上的能量分布, 可得到一组偏微分方程, 数值差分求解直接得到自由曲面反射器。光源采用发光面积  $1\text{ mm} \times 1\text{ mm}$  朗伯体发光的 LED, 视角为  $120^\circ$ , 照明面为 4:3 的均匀矩形光斑。设计了两种自由曲面反射器, 并用软件对得到的曲面进行了照明模拟, 模拟得到的照明均匀性接近 90%。两种反射器在光轴方向上的投影尺寸均小于 25 mm, 垂直光轴方向上投影长度均小于 22 mm, 照明系统总长均小于 40 mm, 结构紧凑, 适用于小型 LED 投影设备。

**关键词:** 应用光学; 自由曲面反射器; 偏微分方程组; 照明系统; 均匀矩形照明

中图分类号: TN94 文献标识码: A

## Freeform Reflector for Uniform Illumination

Ding Yi Gu Peifu

(State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

**Abstract:** The energy from the source was rearranged through the reflection by a freeform reflector, and the desired illumination on a certain plane was got, which simplified the illumination system in the projectors and provided a choice to minimize the device further. A partial differential equations set was presented according to the character of the light source and the desired energy distribution on the illumination plane. The numerical results of the partial differential equations set were investigated to obtain a freeform reflector. LED with a Lambertian light emitting surface of  $1\text{ mm} \times 1\text{ mm}$  and a viewing angle of  $120^\circ$  was applied as the light source, and the desired illumination on certain face was a 4:3 rectangular. Two kinds of free reflectors were designed, and the simulated results showed a uniform illumination near to 90%. The projection lengths on the optical axis of both free form reflectors are less than 25 mm, and the projection lengths on the axis perpendicular to the optical axis are both less than 22 mm. The total lengths of the illumination system are both less than 40 mm, so this system is very compact and suitable for the portable LED projectors.

**Key words:** applied optics; freeform reflector; partial differential equation set; illumination system; uniform rectangular illumination

## 1 引 言

目前投影设备的照明光学系统中, 一般采用方棒、复眼等提高其照明均匀性<sup>[1]</sup>, 但是这些设备增加了照明系统的复杂度, 同时光线在方棒内表面的多次反射以及通过复眼时的损耗会降低系统光能利用率。为了在提高光能利用率同时简化照明系统的结

构, 本文采用单一自由曲面反射器来实现均匀照明, 即光源出射光经过自由曲面反射器的一次反射之后, 在特定的平面上实现均匀矩形照明。

为实现特定的照明, 传统的设计步骤是先有自由曲面反射器的初始面形, 然后反复优化, 最终得到满足要求的设计, 费时费力。另一种方法是拼接多块均

作者简介: 丁 毅(1983-), 女, 浙江绍兴人, 博士研究生, 主要从事自由曲面反光器在以 LED 为光源的小型投影设备照明系统中的应用研究。E-mail: basaraer@163.com

导师简介: 顾培夫(1944-), 男, 浙江绍兴人, 教授, 博士生导师, 主要从事光学与光电子薄膜的方面研究。  
E-mail: gupeifu@zju.edu.cn

收稿日期: 2006-08-08; 收到修改稿日期: 2006-11-07

匀 B 样条曲面 (Uniform B-spline surfaces)<sup>[2,3]</sup>, 此时需考虑各 B 样条曲面之间的拼接以保证曲面的光滑。为了直接得到连续光滑的自由曲面反射器面形, 本文采用了利用自由曲面反射器处的入射光与反射光矢量来确定曲面斜率的裁剪 (Tailored) 方法<sup>[4~7]</sup>, 结合立体坐标系思想<sup>[8]</sup> 以及能量守恒定律, 根据光源的发光特性和所需的照明要求, 推导出一组用于计算自由曲面的偏微分方程。利用差分方法数值求解, 这些解代表了自由曲面反射器的面形。并且当光源或照明分布变化时, 偏微分方程组也会有所变化, 从而得到不同的自由曲面反射器。

本文针对两种不同的照明分布方案来设计自由曲面反射器, 光源采用 LED (Light emitting diode)。方案一中自由曲面在光轴方向上的投影长度为 23.64 mm, 垂直光轴方向上的投影长度为 11.62 mm。方案二自由曲面在光轴方向上的投影长度为 21.29 mm, 垂直光轴方向上的投影长度为 21.34 mm。两种照明系统自由曲面与 LED 光源均相距 10 mm。最后用软件进行了模拟, 模拟结果验

证了理论设计的正确。

## 2 构造自由曲面的偏微分方程组

光源采用发光面积 1 mm × 1 mm 朗伯体发光的 LED, 设其发光范围为 120°, 照明面为 4:3 的均匀矩形光斑, 而光学系统即为本文所求的自由曲面反射器。

在根据光源以及照明面得到偏微分方程组之前, 首先需确定光源、自由曲面以及照明面的坐标<sup>[8]</sup>。在直角坐标系下, 设光源发光面的中心位于坐标系的原点, 照明面 T 为一 4:3 的矩形, 其法线矢量为  $N_t$ 。

理论上照明面 T 可以为空间中任意平面, 为计算简便, 将其设为垂直于某一坐标轴的平面。为了使整个照明系统结构更为紧凑, 光源的能量能全部被自由曲面反射器反射并不会被光源遮挡, 采取图 1 所示的结构<sup>[9]</sup>。根据照明面位置的不同, 设计了 (a)、(b) 两种方案。

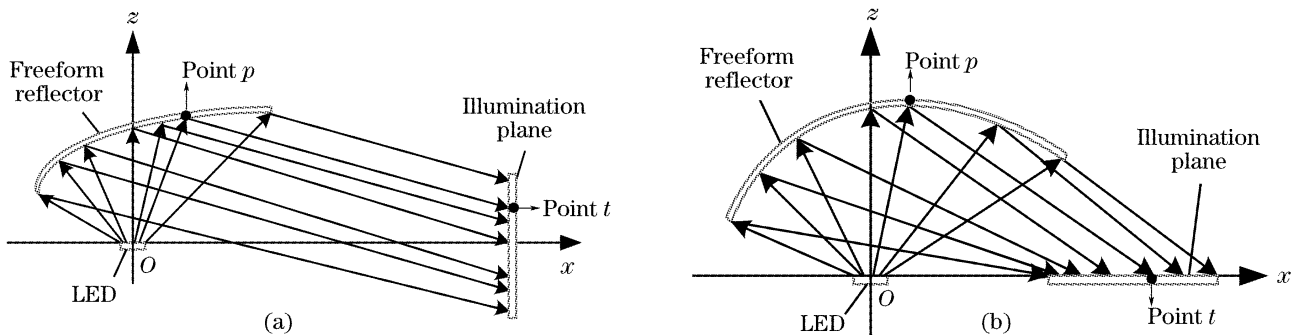


图 1 光源、自由曲面、照明面相对位置图

Fig. 1 Relationship of the light source, freeform surface and illumination plane

自由曲面反射器上的点采用球坐标表示, 球坐标原点与上述直角坐标系重合。曲面上点  $p$  处的法向矢量为  $N$ , 离原点距离为  $\rho$ , 是  $\theta$  和  $\phi$  的函数。

### 2.1 位置公式

剪裁方法中关键需找出光源出射光、目标面上入射点以及自由曲面反射器上对应点的斜率三者之间的联系<sup>[5,6]</sup>。设入射光线的方向矢量  $I$  入射到空间自由曲面表面的  $p$  点上, 经其反射之后的出射光线方向矢量  $O$  落在照明面的  $t$  点处。易知  $I$ 、 $O$  以及  $N$  三者满足反射定律:

$$[2 - 2(\mathbf{O} \cdot \mathbf{I})]^{1/2} \mathbf{N} = \mathbf{O} - \mathbf{I}, \quad (1)$$

所使用的 LED 光源发光面积与自由曲面反射器的尺寸相比, 可将光源发出的光线视为原点发出, 此时自由曲面  $P = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid p = \rho(\theta, \phi) = \rho \times \mathbf{I}\}$ 。经反射器反射之后的出射光线法矢表示为

$$\mathbf{O} = \mathbf{t} - \mathbf{p} / |\mathbf{t} - \mathbf{p}|, \quad (2)$$

由此可以用自由曲面的参量表示照明面坐标<sup>[8]</sup>, 即  $t = t(x, y, z) = t[x(\rho, \theta, \phi), y(\rho, \theta, \phi), z(\rho, \theta, \phi)]$ 。

方案一中照明面垂直于  $x$  轴, 两边分别与  $y$  和  $z$  轴平行, 其中矩形长边与  $z$  轴平行, 且其中心点坐标为 (30, 0, 0), 单位 mm, 如图 1(a) 所示, 则平面上点的坐标为

$$y = \frac{(\rho_\theta \cos \theta + \rho_\phi \sin \phi \cos \phi \sin \theta - \rho \sin^2 \phi \sin \theta)[30 - (\rho + |\mathbf{t} - \mathbf{p}|) \sin \phi \cos \theta] - \rho_\theta \sin \theta + \rho_\phi \sin \phi \cos \phi \cos \theta - \rho \sin^2 \phi \cos \theta}{(\rho + |\mathbf{t} - \mathbf{p}|) \sin \phi \sin \theta}, \quad (3)$$

$$z = \frac{(-\rho_\phi \sin^2 \phi - \rho \sin \phi \cos \phi) [30 - (\rho + |t - p|) \sin \phi \cos \theta]}{-\rho_\theta \sin \theta + \rho_\phi \sin \phi \cos \phi \cos \theta - \rho \sin^2 \phi \cos \theta} + (\rho + |t - p|) \cos \phi, \quad (4)$$

$-3.81 \text{ mm} \leq y \leq 3.81 \text{ mm}$ ,  $-5.08 \text{ mm} \leq z \leq 5.08 \text{ mm}$ 。参量的下标分别代表对  $\rho(\theta, \phi)$  在  $\theta$  和  $\phi$  方向上的求导。

方案二中照明面垂直  $z$  轴, 两边分别与  $x$  和  $y$  轴平行, 其中矩形长边与  $y$  轴平行, 且其中心点坐标为  $(15, 0, 0)$ , 单位  $\text{mm}$ , 如图 1(b) 所示, 则平面上点的坐标为

$$x = \frac{-(\rho_\theta \sin \theta - \rho_\phi \sin \phi \cos \phi \cos \theta + \rho \sin^2 \phi \cos \theta)(\rho + |t - p|) \cos \phi}{\rho_\phi \sin^2 \phi + \rho \sin \phi \cos \phi} + (\rho + |t - p|) \sin \phi \cos \theta, \quad (5)$$

$$y = \frac{-(-\rho_\theta \cos \theta - \rho_\phi \sin \phi \cos \phi \sin \theta + \rho \sin^2 \phi \sin \theta)(\rho + |t - p|) \cos \phi}{\rho_\phi \sin^2 \phi + \rho \sin \phi \cos \phi} + (\rho + |t - p|) \sin \phi \sin \theta, \quad (6)$$

$9.92 \text{ mm} \leq x \leq 20.08 \text{ mm}$ ,  $-3.81 \text{ mm} \leq y \leq 3.81 \text{ mm}$ 。

## 2.2 照度公式

由于光线入射到照明面之前经过了自由曲面反射器的反射, 因此光源的照度分布不再遵守平方反比定律。需对原有的照度公式进行变形<sup>[4]</sup>, 此时的照度公式应为

$$\mathbf{E}(t) = \frac{I[\mathbf{I}(\phi)]}{\rho^2(\phi)} \times |\mathbf{N}_i \cdot \mathbf{O}| \times \frac{1/C_1 \times 1/C_2}{(|t - p| + 1/C_1)(|t - p| + 1/C_2)}, \quad (7)$$

其中  $\mathbf{E}(t)$  表示在照明面上  $t$  点处的照度, 均匀照明时,  $\mathbf{E}(t)$  为一常量。  $I[\mathbf{I}(\phi)]$  为入射光矢方向上的光强, 体现了 LED 的光强分布。  $\mathbf{N}_i$  为目标面的法矢。  $C_1$ 、 $C_2$  分别为经反射器反射之后的出射波面对应于午焦线和弧矢焦线的主曲率, 并且与曲面的二阶导数有关<sup>[10]</sup>, 可通过曲率张量公式用  $p_{\theta\theta}$ 、 $p_{\phi\phi}$ 、 $p_{\theta\phi}$  来表示, 其下标表示对  $\rho(\theta, \phi)$  的二次求导。

## 2.3 能量守恒

设反射器为全反射, 且光源出射光经其反射之后在照明面上为一照度均匀的矩形光斑, 理论上来说照明面上的能量可以等于光源输出的能量, 即实现能量守恒。

由于 LED 发出的光将被反射器全部反射到照明面上, 因此 LED 的辐射通量  $\Phi_1$  应等于目标面上的辐射通量  $\Phi_2$ 。设照明面上的均匀照度为  $E$ , 考虑到光源为朗伯发光的 LED, 且发光范围为  $120^\circ$ , 则有

$$\Phi_1 = \int I \cos \phi d\Omega = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi/3} \cos \phi \sin \phi d\phi,$$

$$\Phi_2 = \int E dA = E \times A.$$

其中  $A$  为照明面的面积, 满足能量守恒则  $\Phi_1 = \Phi_2$ , 可得最大的光能利用率。

除微分方程之外, 还需确定边界条件。边界条件是由照明面的形状和光源的能量分布决定的。LED 发光轴垂直发光面, 发光特性绕发光轴旋转对称。为使光源发出的光被自由曲面反射器全部反射到照明面上, 显然, 反射器的边界在  $x-y$  平面上的投影也应该是旋转对称的。这里, 反射器的边界被

定义在一个顶角为  $120^\circ$  的圆锥面上。需要注意的是, 由于照明面非旋转对称, 所以自由曲面反射器也非旋转对称, 只是边界在圆锥面上。

## 3 数值求解

采用差分法求解偏微分方程组, 首先对原偏微分方程进行离散, 以照明面垂直  $z$  轴的情况为例。已知照明面为一矩形, 在  $x-y$  平面上作两组分别平行于矩形两边的直线, 直线间距分别为  $x_i$  和  $y_i$ , 直线的交点坐标设为  $(x_n, y_n)$ , 这些交点分别对应与自由曲面上的点。将交点坐标值代入上述偏微分

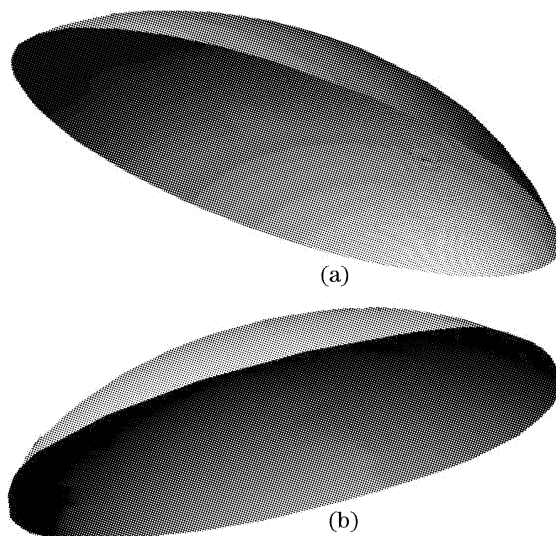


图 2 两种设计方案中的自由曲面反射器。(a) 照明面垂直  $x$  轴, (b) 垂直  $z$  轴的情况

Fig. 2 Freeform surface reflectors of two design methods. (a) Illumination plane is perpendicular to  $x$  axis, while in (b) the plane is perpendicular to  $z$  axis

方程中,并且用差分格式来代替偏微分<sup>[11]</sup>,就可以得到偏微分方程的差分表示,方程组便变成  $x$ 、 $y$ 、 $\theta$ 、 $\phi$  以及  $\rho$  的非线性方程组。通过编程求得的非线性方程的解,即为自由曲面反射器相应上一点的面形数据。将最后得到的所有面形数据输入软件建模,可得自由曲面反射器的面形,如图 2 所示。

在两种照明系统设计方案中,自由曲面与 LED 均相距 10 mm。方案(a)中自由曲面在光轴方向上的投影长度为 23.64 mm,垂直光轴方向上的投影长度为 11.62 mm。方案(b)中自由曲面在光轴方

向上的投影长度为 21.29 mm,垂直光轴方向上的投影长度为 21.34 mm。

## 4 模拟结果

将该自由曲面导入照明设计软件进行光学模拟,考虑到 LED 的特性,模拟光源选用朗伯发光的矩形面光源,模拟结果如图 3 所示。模拟计算 100 万条光线,耗时约 1 个半小时。在计算过程中引入了平滑算法。

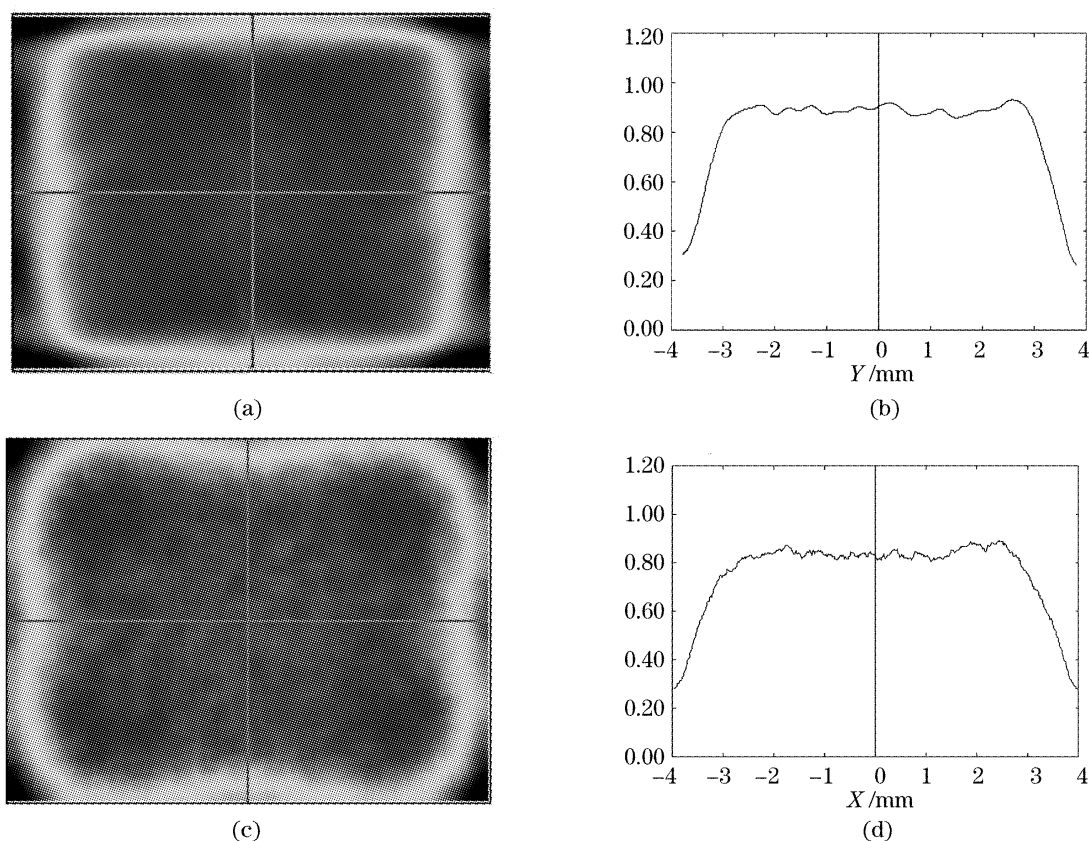


图 3 软件模拟结果

Fig. 3 Simulated results

图 3(a)、图 3(b)为根据方案图 3(a)得到的模拟结果,而图 3(c)、图 3(d)为根据方案图 3(b)得到的模拟结果。图 3(b)、图 3(d)所示为过矩形中心且平行矩形短边的直线方向上的照度分布。从图 3 可以看出,方案(a)得到的照度均匀性约为 90%,方案(b)约为 85%。光斑周围有一亮圈,其照度要低于中心区域,这是由于在计算过程中将 LED 近似为点光源,以及模拟计算时引入的平滑算法所致。

## 5 结 论

提出了一种自由曲面反射器的设计方法,已知光源发光特性以及所需的照明要求,推导出一组可计算自由曲面面形的偏微分方程,并利用数值解法

直接得到自由曲面。采用 LED 作为光源,设计了两种方案,均具有较好的照度均匀性。在以 LED 为光源的投影仪中,用于照明数字微镜器件(Digital micro device, DMD)或者液晶显示器(Light crystal display, LCD)面板,可以省去方棒以及复眼等结构,从而进一步简化其照明系统,缩小投影仪的体积。如果用三色 LED 代替单个 LED,通过驱动电路使其顺序发光,还可以替代色轮,实现彩色显示,该技术的应用前景非常诱人。

## 参 考 文 献

- 1 Kuang Lijuan, Zhai Jinhui, Ruan Yu *et al.*. Characteristics of fly eye lens in uniform illumination system [J]. *Optics & Optoelectronic Technology*, 2005, 3(6): 29~31(in Chinese)

匡丽娟, 翟金会, 阮 玉 等. 复眼透镜阵列应用于均匀照明系统的特性研究[J]. 光学与光电技术, 2005, 3(6): 29~31

2 Yang Bo, Wang Yongtian. Computer aided design of free form reflector[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, 24(6): 721~724 (in Chinese)

杨 波, 王涌天. 自由曲面反射器的计算机辅助设计[J]. 光学学报, 2004, 24(6): 721~724

3 Yang Bo, Liu Yichao, Wang Yongtian. Automatic design and optimization of segmented free form reflector[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, 33(8): 970~973 (in Chinese)

杨 波, 刘一超, 王涌天. 多曲面反射体的计算机辅助设计及优化[J]. 光子学报, 2004, 33(8): 970~973

4 Ries H, Muschaweck J. Tailored freeform optical surfaces[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, 19(3): 590~595

5 J. M. Gordon, Harald Ries. Tailored edge-ray concentrators as ideal second stages for Fresnel reflector[J]. *Appl. Opt.*, 1993, 32(13): 2243~2251

6 Ries H, Winston R. Tailored edge-ray reflectors for illumination

[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, 11(4): 1260~1264

7 Roland Winston, Harald Ries. Nonimaging reflectors as functionals of the desired irradiance[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1993, 10(9): 1902~1908

8 Schruben J. Formulation of a reflector design problem for a lighting fixture[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1972, 62: 1498~1501

9 Won Yong L, Young Chol Lee, Kirill Sokolov *et al.*. LED projection displays[C]. *Proc. SPIE*, 2004, 5529: 1~6

10 Chen Weiheng. *Introduction of Differential Geometry* [M]. Beijing: Beijing University Press, 1990. 101~109 (in Chinese)

陈维桓. 微分几何初步[M]. 北京: 北京大学出版社, 1990. 101~109

11 Su Yucheng, Wu Qiguang. *Numerical Solutions of Partial Differential Equations* [M]. Beijing: Weather Press, 1989. 2~16 (in Chinese)

苏煜城, 吴启光. 偏微分方程数值解法[M]. 北京: 气象出版社, 1989. 2~16

· 广 告 ·



www.HRTlaser.com

专业的激光全息解决方案提供商和系统集成商

条纹相机

可至2ps的时间分辨率  
8-35mm的光阴极  
高至4MHz的触发扫描  
高至250MHz的同步扫描

全息干板

单色和全色全息材料可选  
分辨率大于3000线对/毫米  
45%-75%的衍射效率  
乳胶颗粒大小8-40纳米

激光器

可同时输出多段波长  
TEM00基模辐射  
低至20ps的脉冲宽度  
最大输出能量120毫焦

主要提供: 条纹相机、全息干板、科研级皮秒激光器、超高速CCD相机、光电子设备、全息3D打印机等



HRT — 卓越创新 高效规范

Tel: +86-755-83460 457/597  
Fax: +86-755-83460 401  
E-mail: sales@hrtlaser.com  
www.hrtlaser.com