

文章编号: 0253-2239(2007)03-0471-6

相干模表示的部分相干高斯-谢尔光束的 相位-空间积

鲁 伟^{1,2} 刘立人¹ 孙建锋¹ 阳庆国^{1,2} 李大汕^{1,2}

(¹ 中国科学院上海光学精密机械研究所 信息光学实验室, 上海 201800)
(² 中国科学院研究生院, 北京 100039)

摘要: 与传统的相干激光光束的评价不同,对部分相干光束质量进行评价时,不仅要反映其远场发散特性,而且还要能体现光源本身的部分相干性。根据部分相干光的相干模表示法,推导了由部分相干光源所产生光束的相位-空间积 Q 。与前人在相干光源情形下得到的结论相比,得出的相位-空间积 Q 不仅包含各个全相干模基元线性组合的贡献,而且还有来自不同的全相干模基元之间相互作用的贡献。

关键词: 激光光学; 部分相干光源; 光束质量; 相干模表示; 高斯-谢尔模型光束; 互谱密度; 角度相关函数
中图分类号: O436 文献标识码: A

Phase-Space Product of Beam from Gaussian Schell-Model Source by Using Coherent-Mode Representation

Lu Wei^{1,2} Liu Liren¹ Sun Jianfeng¹ Yang Qingguo^{1,2} Li Dashan^{1,2}

(¹ *Laboratory of Information Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, the Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800*
² *Graduate University of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039*)

Abstract: Unlike traditional coherent laser beams, the beam quality evaluation of partially coherent beams involves not only its far-field radiation characteristic but also partial coherence of the light source itself. The generalized expression for the phase-space product Q of a beam generated from a partially coherent source is presented by using coherent-mode representation of partially coherent beams. Compared with the result for the fully coherent light source obtained in previous works, the derived expression for Q includes not only contributions directly from the linear combination of each individual elementary fully coherent modes but also interactions between different elementary modes.

Key words: laser optics; partially coherent source; beam quality; coherent-mode representation; Gaussian Schell-model beam; cross-spectral density, angular correlation function

1 引 言

在大气湍流中传输的部分相干光具有比相干光更好的抗湍流能力,这使得大气中的部分相干光传输成为大气光通信及激光雷达等应用研究中的热点^[1~12]。在前人的研究中^[6, 13~17],广泛采用辐射强度空间和角度分布的二阶矩来表征部分相干光的光

束质量,由此计算得到的光束横截面和传统 M^2 因子一样被用于评价部分相干光束的光束质量。我们认为在评价部分相干光束质量时,评价因子不仅要反映光束在远场的发散情况,而且还要能体现光源本身的部分相干性。然而上述的这种光束横截面仅反映光束在远场的发散情况,而与光源的相干性无

作者简介: 鲁 伟(1980—),男,河南沈丘人,博士研究生,主要从事激光在随机散射介质中的传输、空间光通信及信息光学处理方面的研究工作。E-mail: lzc229@gmail.com

导师简介: 刘立人(1942—),男,上海人,研究员、博士生导师,主要从事卫星激光通信、信息光学、光学测量和仪器、晶体和光致折射率变化光学、微结构光学、激光技术及其激光测距应用等领域的研究工作。E-mail: lirenliu@mail.shcnc.ac.cn

收稿日期: 2006-07-05; 收到修改稿日期: 2006-07-18

关,在评价部分相干光束质量时不能有效地反映光源自身相干性的信息^[17,18]。为了有效地表征具有任意相干性光束的相位-空间性质, Sergey A. Ponomarenko 等^[17]引入一个基于相关的评价因子 Q ,光源的辐射强度和相干性质都能通过该因子得到体现。所谓“相关”是指部分相干光源的空间相关和由该光源所产生光束的角度相关。他们假定光源和辐射场是完全相干的,经过分析得到相位-空间积在完全相干情形下的表达式。然而,他们并没有针对光源为部分相干光的情形展开分析。我们认为相位-空间积的表达式应该在前人的基础上进一步推广,使其能应用于光源具有任意相干态的情况。我们选取高斯谢尔模(Gaussian Schell-model, GSM)光源作为部分相干光源,并根据部分相干光的相干模表示法来表示部分相干光源的互谱密度,从而对部分相干光源出射光束的相位-空间因子 Q 进行分析。

2 互谱密度的归一化宽度

对于一个统计稳态的、平坦的、二次部分相干光源^[17,19], Sergey A. Ponomarenko 等^[17]定义了相位-空间积 Q 以评价具有任意相干性质的光束质量。它基于光束角度相关与光源相干性在空间上的相互关联:

$$Q = \left(\frac{\pi}{\lambda}\right) \delta_w \delta_A, \quad (1)$$

其中 λ 为波长, δ_w 表示频率为 ν 的光在光源平面上两个矢量对 $\boldsymbol{\rho}_1$ 和 $\boldsymbol{\rho}_2$ 之间互谱密度 $W_Q(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu)$ 的归一化宽度,而 δ_A 则表示在远场上由单位矢量 \boldsymbol{s}_1 和 \boldsymbol{s}_2 指向的远场上两点 P_1 和 P_2 之间角度相关函数 $A(\boldsymbol{s}_1, \boldsymbol{s}_2, \nu)$ 的归一化宽度,如图 1 所示。图 1 中点 O 为光源平面的原点, P_1 和 P_2 为单位矢量 \boldsymbol{s}_1 和 \boldsymbol{s}_2 指向在远场平面 z 上的两个对应点, $\overline{OP}_1 = r\boldsymbol{s}_1$, $\overline{OP}_2 = r\boldsymbol{s}_2$ 。下标 Q 表示光源平面。 δ_w 和 δ_A 分别定义为

$$\delta_w^2 = \frac{\int d^2\rho_1 \int d^2\rho_2 (\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)^2 |W_Q(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu)|^2}{\int d^2\rho_1 \int d^2\rho_2 |W_Q(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu)|^2}, \quad (2)$$

$$\delta_A^2 = \frac{\int d^2s_{1\perp} \int d^2s_{2\perp} (s_{1\perp} - s_{2\perp})^2 |A(\boldsymbol{s}_1, \boldsymbol{s}_2, \nu)|^2}{\int d^2s_{1\perp} \int d^2s_{2\perp} |W_Q(\boldsymbol{s}_1, \boldsymbol{s}_2, \nu)|^2}, \quad (3)$$

其中 $\boldsymbol{s}_{1\perp}$ 和 $\boldsymbol{s}_{2\perp}$ 分别是单位矢量 \boldsymbol{s}_1 和 \boldsymbol{s}_2 在光源平面上的投影。在光源平面上,辐射场的角度相关函数 $A(\boldsymbol{s}_1, \boldsymbol{s}_2, \nu)$ 与光源的互谱密度 $W_Q(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu)$ 之间存

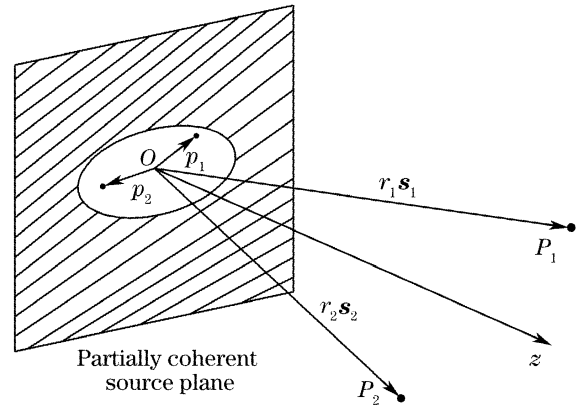


图 1 部分相干的高斯谢尔光束光源的远场辐射
Fig. 1 Illustration of the far-field radiation of partially coherent Gaussian Schell model sources

在如下关系:

$$A(\boldsymbol{s}_1, \boldsymbol{s}_2, \nu) = k^4 \widetilde{W}_Q(-k\boldsymbol{s}_{1\perp}, k\boldsymbol{s}_{2\perp}, \nu), \quad (4)$$

其中 k 为波数, $\widetilde{W}_Q(-k\boldsymbol{s}_{1\perp}, k\boldsymbol{s}_{2\perp}, \nu)$ 为互谱密度 $W_Q(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu)$ 的四维傅里叶变换,表示为

$$\widetilde{W}_Q(-k\boldsymbol{s}_{1\perp}, k\boldsymbol{s}_{2\perp}, \nu) = \iint \frac{d^2\rho d^2\rho'}{(2\pi)^2} W_Q(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu) \times \exp[-i(-k\boldsymbol{s}_{1\perp}\boldsymbol{\rho}_1 + k\boldsymbol{s}_{2\perp}\boldsymbol{\rho}_2)], \quad (5)$$

从(1)式~(5)式可以看出, δ_w 和 δ_A 均可以由互谱密度 $W_Q(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu)$ 推导出。因此,我们将互谱密度 $W_Q(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu)$ 作为分析推导部分相干光束空间-相位积的起点。

文献[17]讨论了光源和辐射场完全相干时的特殊情形,光源互谱密度 $W_Q(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu)$ 可分解因式为^[19]

$$W_Q^{\text{coh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu) = V^*(\boldsymbol{\rho}_1, \nu)V(\boldsymbol{\rho}_2, \nu), \quad (6)$$

其中标注 coh 表示完全相干。由于 $W_Q^{\text{coh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu)$ 在完全相干情形下是参量可分离的,因此使用光强的一阶矩和二阶矩即可对(2)式和(3)式进行简单计算进而得出相位-空间积的简洁表达式。

然而,当光源和辐射场均为部分相干的情形时,这里选用高斯-谢尔模光源为例,则互谱密度表示为^[19]

$$W_Q^{\text{pcoh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu) = V^*(\boldsymbol{\rho}_1, \nu)V(\boldsymbol{\rho}_2, \nu)g(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2, \nu), \quad (7)$$

其中,标注 pcoh 表示部分相干。光源的相干度 $g(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2, \nu)$ 定义为

$$g(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2, \nu) = \exp[-(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)^2 / 2\sigma_g^2], \quad (8)$$

式中矢量差 $\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2$ 的高斯分布使得 $W_Q^{\text{pcoh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu)$ 不能像(6)式那样进行因式分离。Leonard Mandel 等^[20]曾证明部分相干光可看作是诸多相干模基元的线性叠加,则部分相干光的互谱密度可表示为各

个相干模基元互谱密度的线性组合,而各相干模基元自身的互谱密度是参量可分的,因此我们可以使用该理论对部分相干光的相位-空间积展开分析。

对于频率为 ν 的部分相干光,光源的互谱密度 $W_{\text{Q}}^{\text{pcoh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu)$ 可表示为空间上完全相干的相干模 $\phi_n(\boldsymbol{\rho}, \nu)$ 的 Mercer 型级数^[19]:

$$W_{\text{Q}}^{\text{pcoh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu) = \sum_n \beta_n \phi_n^*(\boldsymbol{\rho}_1, \nu) \phi_n(\boldsymbol{\rho}_2, \nu), \quad (9)$$

其中,完全相干模 $\phi_n(\boldsymbol{\rho}, \nu)$ 为齐次弗雷德霍尔姆(Fredholm)积分方程

$$\int W_{\text{Q}}^{\text{pcoh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu) \phi_n(\boldsymbol{\rho}_1, \nu) d^3 \rho_1 = \beta_n \phi_n(\boldsymbol{\rho}_2, \nu) \quad (10)$$

的本征函数,而 β_n 为该积分方程的本征值。定义第 n 个完全相干模 ϕ_n 的互谱密度为 $W_n^{\text{coh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu)$,即

$$W_n^{\text{coh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu) = \phi_n^*(\boldsymbol{\rho}_1, \nu) \phi_n(\boldsymbol{\rho}_2, \nu), \quad (11)$$

则部分相干光源的互谱密度就可表示为

$$W_{\text{Q}}^{\text{coh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu) = \sum_n \beta_n W_n^{\text{coh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu), \quad (12)$$

(12) 式是用于分析由部分相干光源产生的部分相

干光相位-空间积的基本方程。为了方便,我们在后面的分析中略去时间-频率变量 ν 。

由于光源平面内的互谱密度 $W_{\text{Q}}^{\text{pcoh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu)$ 是一系列计算的起点,因此

$$|W_{\text{Q}}^{\text{pcoh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)|^2 = \sum_n \beta_n^2 \cdot I_n(\boldsymbol{\rho}_1) I_n(\boldsymbol{\rho}_2) + \sum_n \sum_{m \neq n} \beta_n \beta_m W_n^{\text{coh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) W_m^{\text{coh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2), \quad (13)$$

其中

$$\begin{cases} I_n(\boldsymbol{\rho}_1) = \phi_n(\boldsymbol{\rho}_1) \phi_n^*(\boldsymbol{\rho}_1), \\ I_n(\boldsymbol{\rho}_2) = \phi_n^*(\boldsymbol{\rho}_2) \phi_n(\boldsymbol{\rho}_2), \end{cases} \quad (14)$$

(13) 式右侧的第一项表示 n 个全相干模基元各自在光源平面上两个位置矢量 $\boldsymbol{\rho}_1$ 和 $\boldsymbol{\rho}_2$ 顶点上光强乘积的线性组合,第二项表示 n 个不同的全相干模基元之间互谱密度乘积的线性组合。

将(13)式代入(2)式,利用本征函数 ϕ_n 的正交归一性,经过计算得部分相干光在光源平面上互谱密度 $W_{\text{Q}}^{\text{pcoh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)$ 归一化宽度 δ_{W} 的平方:

$$(\delta_{\text{W}}^2)_{\text{pcoh}} = \frac{\sum_n \beta_n^2 \langle \rho_{n1}^2 \rangle + \sum_n \beta_n^2 \langle \rho_{n2}^2 \rangle - 2 \sum_n \beta_n^2 \langle \rho_{n1} \rangle \langle \rho_{n1} \rangle}{\sum_n \beta_n^2} - \frac{2 \sum_n \sum_{m \neq n} \beta_n \beta_m \int d^2 \rho_1 \int d^2 \rho_2 \rho_1 \rho_2 W_n^{\text{coh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \cdot W_m^{\text{coh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)}{\sum_n \beta_n^2}, \quad (15)$$

其中

$$\langle \rho_{n\alpha} \rangle = \int d^2 \rho \rho_{n\alpha} I(\boldsymbol{\rho}_n) / \left[\int d^2 \rho I(\boldsymbol{\rho}_n) \right], \quad \langle \rho_{n\alpha}^2 \rangle = \int d^2 \rho \rho_{n\alpha}^2 I(\boldsymbol{\rho}_n) / \left[\int d^2 \rho I(\boldsymbol{\rho}_n) \right],$$

分别是第 n 个全相干模基元光强的一阶矩和二阶矩,下标 α 取值为 1 和 2。

由于基元模的全相干性,(15)式右侧的第一项可简化,进而(15)式约化为

$$(\delta_{\text{W}}^2)_{\text{pcoh}} = \frac{2 \sum_n \beta_n^2 \sigma_{\rho_n}^2}{\sum_n \beta_n^2} - \frac{2 \sum_n \sum_{m \neq n} \beta_n \beta_m \int d^2 \rho_1 \int d^2 \rho_2 \rho_1 \rho_2 W_n^{\text{coh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \cdot W_m^{\text{coh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)}{\sum_n \beta_n^2}, \quad (16)$$

其中

$$\sigma_{\rho_n}^2 = \langle \rho_n^2 \rangle - \langle \rho_n \rangle^2, \quad (17)$$

为第 n 个全相干模基元光强的方差。(16)式右侧的第一项表示 n 个全相干模基元个体的线性组合对部分相干光源互谱密度归一化宽度的贡献,第二项表示 n 个不同全相干模基元的互谱密度之间相互作用对部分相干光源互谱密度归一化宽度的贡献。

3 角度相关函数的归一化宽度

对于部分相干光角度相关函数的归一化宽度,我们从角度相关函数 $A^{\text{pcoh}}(\boldsymbol{s}_1, \boldsymbol{s}_2)$ 的计算开始。根据(4)式、(5)式和(12)式, $A^{\text{pcoh}}(\boldsymbol{s}_1, \boldsymbol{s}_2)$ 表示为:

$$A^{\text{pcoh}}(\boldsymbol{s}_1, \boldsymbol{s}_2) = \sum_n \beta_n \cdot A_n^{\text{coh}}(\boldsymbol{s}_1, \boldsymbol{s}_2), \quad (18)$$

其中 $A_n^{\text{coh}}(\boldsymbol{s}_1, \boldsymbol{s}_2)$ 表示第 n 个全相干模基元 ϕ_n 的角度相关函数,它可以根据光场角谱表示的幅度 $a(\boldsymbol{s})$ 因式分

解为^[17,19]:

$$A_n^{\text{coh}}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = a_n^*(\mathbf{s}_1) a_n(\mathbf{s}_2), \quad (19)$$

其中

$$a_n^*(\mathbf{s}_1) = k^2 \cdot \mathcal{F}\{\phi_n^*(\boldsymbol{\rho}_1)\}, \quad a_n(\mathbf{s}_2) = k^2 \cdot \mathcal{F}\{\phi_n(\boldsymbol{\rho}_2)\}, \quad (20)$$

$\mathcal{F}\{\phi_n(\boldsymbol{\rho})\}$ 表示本征函数 $\phi_n(\boldsymbol{\rho})$ 的傅里叶变换。 $\phi_n(\boldsymbol{\rho})$ 满足正交归一性质:

$$\int_{\sigma} \phi_n^*(\boldsymbol{\rho}, \nu) \phi_m(\boldsymbol{\rho}, \nu) d^3 \rho = \delta_{nm}, \quad (21)$$

我们证明幅度 $a(\mathbf{s}, \nu)$ 也具有类似的正交归一性质:

$$\int a_n^*(\mathbf{s}) a_m(\mathbf{s}) d\mathbf{s}_1 = k^4 \cdot \frac{1}{(2\pi)^2} \cdot \delta_{nm} = \begin{cases} 0, & n \neq m \\ k^4 / (2\pi)^2, & n = m \end{cases} \quad (22)$$

根据(18)式,我们得到:

$$|A^{\text{pcoh}}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)|^2 = \sum_n \beta_n^2 \cdot A_n^{\text{coh}}(\mathbf{s}_1) A_n^{\text{coh}}(\mathbf{s}_2) + \sum_n \sum_{m \neq n} \beta_n^* \beta_m \cdot A_n^{\text{coh}}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) A_m^{\text{coh}}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2), \quad (23)$$

其中

$$A_n^{\text{coh}}(\mathbf{s}_1) = a_n^*(\mathbf{s}_1) a_n(\mathbf{s}_1), \quad A_n^{\text{coh}}(\mathbf{s}_2) = a_n^*(\mathbf{s}_2) a_n(\mathbf{s}_2), \quad (24)$$

(23) 式右侧的第一项表示 n 个全相干模基元各自关于单位矢量对 \mathbf{s}_1 和 \mathbf{s}_2 的角度相关函数的线性组合,第二项表示 n 个不同全相干模基元的角度相关函数之间相互作用的贡献。

将(18)式代入(3)式并利用 a_n 的正交归一性质,我们得到部分相干光角度相关函数 $A^{\text{pcoh}}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$ 归一化宽度的平方:

$$(\delta_A^2)_{\text{pcoh}} = \frac{\sum_n \beta_n^2 \cdot \langle s_{n1}^2 \rangle + \sum_n \beta_n^2 \cdot \langle s_{n2}^2 \rangle - 2 \sum_n \beta_n^2 \cdot \langle s_{n1} \rangle \langle s_{n2} \rangle}{\sum_n \beta_n^2} - \frac{2 \sum_n \sum_{m \neq n} \beta_n^* \beta_m \cdot \int d^2 s_{1\perp} \int d^2 s_{2\perp} s_{1\perp} s_{2\perp} A_n^{\text{coh}}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) A_m^{\text{coh}}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)}{\frac{k^8}{(2\pi)^4} \sum_n \beta_n^2}, \quad (25)$$

其中

$$\langle s_{n\alpha} \rangle = \frac{\int d^2 s_{\alpha\perp} s_{\alpha\perp} J_n^{\text{coh}}(\mathbf{s}_{\alpha})}{\int d^2 s_{\alpha\perp} J_n^{\text{coh}}(\mathbf{s}_{\alpha})}, \quad \langle s_{n\alpha}^2 \rangle = \frac{\int d^2 s_{\alpha\perp} s_{\alpha\perp}^2 J_n^{\text{coh}}(\mathbf{s}_{\alpha})}{\int d^2 s_{\alpha\perp} J_n^{\text{coh}}(\mathbf{s}_{\alpha})}, \quad J_n^{\text{coh}}(\mathbf{s}) = \left(\frac{2\pi}{k}\right)^2 A_n^{\text{coh}}(\mathbf{s}, \mathbf{s}) \cos^2 \theta,$$

$\langle s_{n\alpha} \rangle$ 和 $\langle s_{n\alpha}^2 \rangle$ 分别为第 n 个全相干模基元辐射强度 $J_n^{\text{coh}}(\mathbf{s})$ 的一阶矩和二阶矩,下标 α 取值为 1 和 2。

由于基元模的全相干性,可对(25)式右侧的第一项进行简化,进而(25)式可约化为

$$(\delta_A^2)_{\text{pcoh}} = \frac{2 \sum_n \beta_n^2 \sigma_{s_n}^2}{\sum_n \beta_n^2} - \frac{2 \sum_n \sum_{m \neq n} \beta_n^* \beta_m \cdot \int d^2 s_{1\perp} \int d^2 s_{2\perp} s_{1\perp} s_{2\perp} A_n^{\text{coh}}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) A_m^{\text{coh}}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)}{\frac{k^8}{(2\pi)^4} \sum_n \beta_n^2}, \quad (26)$$

其中

$$\sigma_{s_n}^2 = \langle s_n^2 \rangle - \langle s_n \rangle^2, \quad (27)$$

为第 n 个全相干模基元辐射强度 $J_n^{\text{coh}}(\mathbf{s})$ 的方差。(25)式右侧的第一项表示 n 个全相干模基元的线性组合对部分相干光源角度相关函数归一化宽度的直接贡献,第二项表示 n 个不同全相干模基元的辐射强度 $J_n^{\text{coh}}(\mathbf{s})$ 之间相互作用的和对部分相干光角度相关函数归一化宽度的贡献。

4 部分相干光源的相位-空间积

根据(1)式、(16)式和(26)式,部分相干光的相位-空间积可表示为

$$Q_{\text{pcoh}} = \left(\frac{\pi}{\lambda}\right) \delta_W \delta_A = \left(\frac{\pi}{\lambda}\right) \sqrt{\frac{2 \sum_n \beta_n^2 \sigma_{\rho_n}^2 - 2 \sum_n \sum_{m \neq n} \beta_n^* \beta_m \int d^2 \rho_1 \int d^2 \rho_2 \rho_1 \rho_2 W_n^{\text{coh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \cdot W_m^{\text{coh}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)}{\sum_n \beta_n^2}} \cdot \sqrt{\frac{2 \sum_n \beta_n^2 \sigma_{s_n}^2 - 2 \sum_n \sum_{m \neq n} \beta_n^* \beta_m \cdot \int d^2 s_{1\perp} \int d^2 s_{2\perp} s_{1\perp} s_{2\perp} A_n^{\text{coh}}(s_1, s_2) A_m^{\text{coh}}(s_1, s_2)}{\sum_n \beta_n^2}}, \quad (28)$$

(15)式也可写为

$$(\delta_W^2)_{\text{pcoh}} = \frac{\sum_n \beta_n^2 \langle \rho_{n1}^2 \rangle + \sum_n \beta_n^2 \langle \rho_{n2}^2 \rangle}{\sum_n \beta_n^2} - 2 \frac{\sum_n \sum_m \beta_n^* \beta_m \int d^2 \rho_1 \rho_1 \phi_n(\boldsymbol{\rho}_1) \phi_m^*(\boldsymbol{\rho}_1) \int d^2 \rho_2 \rho_2 \phi_n(\boldsymbol{\rho}_2) \phi_m^*(\boldsymbol{\rho}_2)}{\sum_n \beta_n^2}, \quad (29)$$

对于量 $\int d^2 \rho_1 \rho_1 \phi_n(\boldsymbol{\rho}_1) \phi_m^*(\boldsymbol{\rho}_1)$, 根据施瓦茨(Schwarz) 不等式可得:

$$\int d^2 \rho_1 \sqrt{\rho_1} \phi_n(\boldsymbol{\rho}_1) \cdot \sqrt{\rho_1} \phi_m^*(\boldsymbol{\rho}_1) \leq \sqrt{\int d^2 \rho_1 \rho_1 \phi_n(\boldsymbol{\rho}_1) \phi_n^*(\boldsymbol{\rho}_1)} \cdot \sqrt{\int d^2 \rho_1 \rho_1 \phi_m(\boldsymbol{\rho}_1) \phi_m^*(\boldsymbol{\rho}_1)} = \sqrt{\langle \rho_{n1} \rangle} \cdot \sqrt{\langle \rho_{m1} \rangle}, \quad (30)$$

$$\int d^2 \rho_2 \rho_2 \phi_n^*(\boldsymbol{\rho}_2) \phi_m(\boldsymbol{\rho}_2) \leq \sqrt{\langle \rho_{n2} \rangle} \cdot \sqrt{\langle \rho_{m2} \rangle}, \quad (31)$$

因此(28)式可表示为不等式:

$$(\delta_W^2)_{\text{pcoh}} \geq \frac{\sum_n \beta_n^2 [\langle \rho_{n1}^2 \rangle + \langle \rho_{n2}^2 \rangle] - 2 \left[\sum_n \beta_n \sqrt{\langle \rho_{n1} \rangle \langle \rho_{n2} \rangle} \right]^2}{\sum_n \beta_n^2}, \quad (32)$$

考虑到每个基元模的全相干性, 我们得到^[17]:

$$(\delta_W^2)_{\text{pcoh}} \geq \frac{2 \sum_n \beta_n^2 \langle \rho_n^2 \rangle - 2 \left[\sum_n \beta_n \langle \rho_n \rangle \right]^2}{\sum_n \beta_n^2}, \quad (33)$$

同样地, 对于光束的角度相关函数也存在类似不等式:

$$(\delta_A^2)_{\text{pcoh}} \geq \frac{2 \sum_n \beta_n^2 \langle s_n^2 \rangle - 2 \left[\sum_n \beta_n \langle s_n \rangle \right]^2}{\sum_n \beta_n^2}, \quad (34)$$

因此, (28)式可约化为

$$Q_{\text{pcoh}} \geq \frac{\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{2 \sum_n \beta_n^2 \langle \rho_n^2 \rangle - 2 \left[\sum_n \beta_n \langle \rho_n \rangle \right]^2}{\sum_n \beta_n^2}} \cdot \sqrt{\frac{2 \sum_n \beta_n^2 \langle s_n^2 \rangle - 2 \left[\sum_n \beta_n \langle s_n \rangle \right]^2}{\sum_n \beta_n^2}} \quad (35)$$

在上面的分析中, 实数参量 β_n 和 β_m 的分布分别表示不同的全相干模基元对于合成的部分相干场的贡献。已经得到证明^[19], 基元模的数量越少, 合成光场的相干性也好, 相干度也越高。因此, 当下标 m 和 n 等于 0 时, β_n 和 β_m 取值为 1, 这时表示完全的相干光^[20]。随着参与合成的全相干模基元数目的增加, 合成光源的相干度逐渐降低, 当有大量的全相干基元数目(设接近无穷)时, 则合成光场表示完全非相干光^[19]。从(31)式可以看出 Q_{pcoh} 的变化趋势, 然而当考虑大量的基元模时, 由于本征函数 ϕ_n

中厄密函数的复杂性, 很难进行精确计算。但是, 当 m 和 n 等于 0 时, 则 Q_{pcoh} 约化为:

$$Q_{\text{coh}} = \frac{2\pi}{\lambda} \sigma_{I\sigma_I}, \quad (36)$$

这正是文献[17]中的方程(16)。这意味着对于完全相干光源产生的光束, Q 因子存在一个最小值, 当对于部分相干的高斯-谢尔模光束, Q 因子的取值就会增大, 这一点与传统意义上用来描述激光质量的 M^2 因子有着相同的物理意义。

5 结 论

根据部分相干光的相干模表示法,我们推导了部分相干的高斯-谢尔模光源所产生的光束的相位-空间积的广义表达式。基于文献[17]中定义的互谱密度和角度相关函数归一化宽度的定义,我们得到了基于二者相关的部分相干光束的评价因子 Q ,它是文献[17]中结论在光源和光场均为部分相干情形下的广义形式。从(28)式可以看出,不仅各全相干模基元的线性组合对相位-空间积 Q 有贡献,而且不同的全相干模基元之间相互作用也对相位-空间积 Q 有一定的贡献。根据施瓦茨不等式,我们对因子 Q 做了简化。定性计算结果显示部分相干光的相位-空间积存在一个最小值。当光源具有完全的相干性时,这个最小值约化为文献[17]中的简洁结论 $Q_{\text{coh}} = \frac{2\pi}{\lambda} \sigma_I \sigma_J$ 。本文结果可看作是 Sergey A. Ponomarenko 等^[17]的结论在部分相干情形下的推广。

参 考 文 献

- 1 Akira Ishimaru. *Wave Propagation and Scattering in Random Media* [M]. San Diego: Academic, 1978
- 2 Larry C. Andrews, Ronald L. Phillips. *Laser Beam Propagation through Random Media* [M]. Bellingham: SPIE Press, 1998
- 3 Wu Jian. Propagation of a Gaussian-Schell beam through turbulent media[J]. *J. Mod. Opt.*, 1990, **37**(4): 671~684
- 4 M. Santarsiero, F. Gori, R. Borghi *et al.*. Spreading properties of beams radiated by partially coherent Schell-model sources[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1999, **16**(1): 106~112
- 5 Grey Gbur, Emil Wolf. The Rayleigh range of partially coherent beams[J]. *Opt. Comm.*, 2001, **199**: 295~304
- 6 Grey Gbur, Emil Wolf. Spreading of partially coherent beams in random media[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(8): 1592~1598

- 7 Tomohiro Shirai, Aristide Dogariu, Emil Wolf. Directionality of Gaussian Schell-model beams propagating in atmospheric turbulence[J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(8): 610~612
- 8 M. Salem, T. Shirai, A. Dogariu *et al.*. Long-distance propagation of partially coherent beams through atmospheric turbulence[J]. *Opt. Commun.*, 2003, **216**: 261~265
- 9 S. A. Ponomarenko, J.-J. Greffet, E. Wolf. The diffusion of partially coherent beams in turbulent media[J]. *Opt. Commun.*, 2002, **208**: 1~8
- 10 Erwan Baleine, Aristide Dogariu. Propagation of partially coherent beams through particulate media[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **20**(11): 2041~2045
- 11 Wei Lu, Liren Liu, Jianfeng Sun. Variation analysis of turbulence resistance and angular spreading for partially coherent beam in turbulence[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2006, **4**(7): 373~375
- 12 Wei Lu, Liren Liu, Jianfeng Sun *et al.*. Change in degree of coherence of partially coherent electromagnetic beams propagating through atmospheric turbulence[J]. *Opt. Commun.* 2007, **271**: 1~8
- 13 M. J. Bastiaans. Wigner distribution function and its application to first-order optics[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1979, **69**(12): 1710~1716
- 14 Martin J. Bastiaans. Uncertainty principle for partially coherent light[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1983, **73**(3): 251~255
- 15 J. Serna, R. Martínez-Herrero, P. M. Mejias. Parametric characterization of general partially coherent beams propagating through ABCD optical systems[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1991, **8**(7): 1094~1098
- 16 Sergey A. Ponomarenko, Emil Wolf. Light beams with minimum phase space product[J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(9): 663~665
- 17 Sergey A. Ponomarenko, Emil Wolf. Effective spatial and angular correlations in beams of any state of spatial coherence and an associated phase-space product[J]. *Opt. Lett.*, 2000, **26**(3): 122~124
- 18 Daniela Dragoman. Correlation-based phase space beam characterization[J]. *Appl. Opt.*, 2003, **42**(20): 4147~4151
- 19 Leonard Mandel, Emil Wolf. *Optical Coherence and Quantum Optics* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995
- 20 Tomohiro Shirai, Aristide Dogariu, Emil Wolf. Mode analysis of spreading of partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2003, **20**(6): 1094~1102

征 订 启 事

第八届全国激光加工学术论文集——《中国激光》2007年增刊,将于2007年3月出版。论文集较全面地反映了近年来我国激光加工技术研究、应用和产业化的最新成果,包括激光连接(焊接、钎焊),激光去除(切割、打孔、清洗、抛光等),激光强化(合金化、熔覆、沉积等),激光制备新材料,激光快速成形与激光快速制造,激光复合加工技术,激光微纳米技术,激光加工新技术与新应用,激光加工过程检测与控制,新型激光器件与光加工系统等领域,作者来自于国内近40个大中专院校、科研机构和企业。是广大激光加工领域工作者的非常有价值的参考资料。

论文集约400页,定价100元,进口雅光纸精印,光盘版定价80元,欢迎读者订阅。

联系人:高先生 电 话:021-69918253