

文章编号: 0253-2239(2007)02-0230-8

# 双中心全息记录的矢量分析与记录方向优化\*

周 煜 刘立人 刘德安 闫爱民 栾 竹

(中国科学院上海光学精密机械研究所信息光学研究室, 上海 201800)

**摘要:** 对描述双掺杂晶体非挥发性全息记录动力学过程的 Kukhtarev 方程进行了矢量分析, 分析中考虑了体光生伏特效应和外加电场的作用。在小信号近似的基础上给出了双中心全息记录中记录与固定阶段空间电荷场的矢量解析解。在综合考虑空间电荷场的各向异性以及晶体有效电光系数的各向异性后, 给出了双中心全息记录的优化记录方向。结果表明, 对 (Fe, Mn):LiNbO<sub>3</sub> 晶体 633 nm 寻常光记录, 优化记录方向主要由有效电光系数决定, 光栅波矢与光轴夹角为 22°, 方位角为 30°; 对 (Fe, Mn):LiNbO<sub>3</sub> 晶体 633 nm 非寻常光记录, 优化记录方向主要由固定空间电荷场决定, 光栅波矢与光轴夹角为 44°, 方位角为 90°。

**关键词:** 全息术; 光折变; 矢量解析解; 小调制度近似; 双中心全息记录

中图分类号: O438.1 文献标识码: A

## Vectorial Analyses and Recording Direction Optimization in Two-Center Holographic Recording

Zhou Yu Liu Liren Liu Dean Yan Aimin Luan Zhu

(Information Optics Laboratory, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,  
The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

**Abstract:** Vectorial analysis is done for Kukhtarev equations describing the nonvolatile holographic recording in doubly doped crystals, and the bulk photovoltaic effect and external electrical field are considered. On the basis of small signal approximation, the vectorial analytic solutions to the space-charge field for two-center holographic recording in the recording and readout phases are deduced. Considering the anisotropy of the space-charge field and effective electro-optic coefficient, an optimal recording direction of the two-center holographic recording is given. The optimal recording direction is determined mainly by the effective electro-optic coefficient, in (Fe, Mn):LiNbO<sub>3</sub> crystal recording with 633 nm ordinary polarization beams, and the grating vector has a 22° angle to the optical axis and a 30° azimuth angle to  $x$  axis. But the optimal recording direction is determined mainly by the fixed space-charge field, in (Fe, Mn):LiNbO<sub>3</sub> crystals recording with 633 nm extraordinary polarization beams, and the grating vector has a 44° angle to the optical axis and a 90° azimuth angle to  $x$  axis.

**Key words:** holography; photorefraction; vectorial analytic solution; small signal approximation; two-center holographic recording

## 1 引 言

双中心全息记录具有非挥发性全息存储的特性已引起了人们广泛的关注<sup>[1]</sup>, 其基本思想是在晶体中掺入深、浅能级杂质中心, 在记录时用短波长的均匀非相干敏化光和长波长的空间调制的相干记录光同时照射晶体, 其结果在深、浅两个杂质中心同时记录了全息光栅。当关闭敏化光, 仅用一束均匀记录光固定信息时, 浅中心的电子会被转移到深中心去,

由于全息记录过程和固定过程的非对称性, 一部分深陷阱的离子光栅最终被保留下来。通过深杂质中心对长波光的不敏感特性, 这种记录方式实现了非挥发性全息记录。由于短波长紫外光能用于在整个记录光栅中选择性固定一小块光栅, 因此这种方法实现了在一块晶体衬底中集成一套小型化三维光学系统的可能<sup>[2]</sup>。双中心全息记录的动力学过程由改进的 Kukhtarev 方程组描述<sup>[3]</sup>。但是为了实现三维

\* 科技部重点专项(2002CCA03500)资助课题。

作者简介: 周 煜(1976—), 湖北荆州人, 助理研究员, 主要从事光折变光学、物理光学、光通信方面的研究。

E-mail: sunny@mail.siom.ac.cn

收稿日期: 2006-04-29; 收到修改稿日期: 2006-06-10

光学集成,通常需要在晶体中实现一些例如三维波分复用器件、体全息透镜等具有三维光栅特性的体光栅器件<sup>[2]</sup>,光栅波矢不可避免地与光轴存在一定夹角。由于晶体的各向异性特性,只有矢量 Kukhtarev 方程组才能描述其动力学特性。

目前对矢量 Kukhtarev 方程组的分析已有一些研究,但是这些研究都是基于单中心模型的,并且都不完备<sup>[4~8]</sup>。对双中心全息记录,所有的分析都限于一维空间并且假定光栅波矢平行于光轴方向,同时大多数分析都基于数值分析,或对双中心记录模型进行较大程度的简化<sup>[9~12]</sup>。Omid Momtahan 等<sup>[13]</sup>给出了相对完整的记录过程标量解析解,但忽略了空间振荡的光伏电流,并且其解析解过于复杂,难以提取物理意义。

本文对描述双中心全息记录动力学过程的 Kukhtarev 方程组进行了矢量分析。在小信号近似的基础上给出了双中心全息记录中记录与固定阶段空间电荷场的矢量解析解,可以方便地通过去除深中心项与敏化光项而简化为单中心记录的矢量解析解。由于晶体各参量的各向异性不一致,因此最大空间电荷场记录方向与最大有效电光系数方向不一致,本文对此进行了综合分析并给出了优化的记录方向。

## 2 双中心全息记录矢量分析

双中心全息记录的动力学过程通常由修改的 Kukhtarev 方程组描述<sup>[3,9,13]</sup>,包括深、浅中心的速率方程、电流连续性方程、电流方程和泊松方程,其矢量形式为

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = S_{DH} I_H (N_D - N_D^+) - \gamma_D n N_D^+, \quad (1)$$

$$\frac{\partial N_S^+}{\partial t} = (S_{SL} L_L + S_{SH} I_H + \beta_{is})(N_S - N_S^+) - \gamma_S n N_S^+, \quad (2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial N_D^+}{\partial t} + \frac{\partial N_S^+}{\partial t} + \frac{1}{e} \nabla \cdot \mathbf{J}, \quad (3)$$

$$\mathbf{J} = e n \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E} + e \mathbf{D} \cdot \nabla n + \mathbf{J}_{DH} + \mathbf{J}_{SH} + \mathbf{J}_{SL}, \quad (4)$$

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{E}) = e(N_D^+ + N_S^+ - N_A - n), \quad (5)$$

其中  $N_D, N_S, N_A$  和  $n$  分别为深中心、浅中心、受主和导带自由电子的浓度; $S_{DH}, S_{SH}$  和  $S_{SL}$  分别为深、浅中心对短波长敏化光和长波长记录光的光激发系数; $\gamma_D$  和  $\gamma_S$  分别为导带自由电子对自由电子的复合系数; $I_H$  和  $I_L$  分别为短波长敏化光和长波长记录光的光强; $\mathbf{D}$  和  $\boldsymbol{\mu}$  分别为扩散张量与导带自由电

子迁移张量,关系为  $\mathbf{D} = k_B T \boldsymbol{\mu} / e$ ,其中  $k_B$  为波尔兹曼常数, $T$  为温度; $\mathbf{E}, e$  和  $\boldsymbol{\varepsilon}$  分别是晶体中总电场、电子电荷和静态介电张量; $\mathbf{J}, \mathbf{J}_{DH}, \mathbf{J}_{SH}$  和  $\mathbf{J}_{SL}$  分别是总电流、敏化光激发深中心光伏电流、敏化光激发浅中心光伏电流、记录光激发浅中心光伏电流; $\beta_{is}$  为浅中心的热激发系数。上述分析中忽略了深中心的热激发系数,因为深中心的带隙足够深因此热激发系数很小;忽略了长波长记录光激发深中心产生的光生伏特电流,因为其系数非常小。

图 1 定义了三维全息记录的笛卡儿坐标系,其  $Z$  轴平行于光轴方向。在晶体中信号光与参考光为具有任意传播方向和相应偏振态的平面波,两束光干涉在晶体中形成的光强分布波矢为  $\mathbf{K}$ 。晶体中光场分布为

$$\mathbf{E}_{opt} = A_r \mathbf{e}_r \exp[i(\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r} + \varphi_r)] + A_s \mathbf{e}_s \exp[i(\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r} + \varphi_s)], \quad (6)$$

其中  $A_r, \mathbf{e}_r, \mathbf{k}_r$  和  $\varphi_r$  分别为参考光的振幅、偏振态、波矢和相位; $A_s, \mathbf{e}_s, \mathbf{k}_s$  和  $\varphi_s$  分别为信号光的振幅、偏振态、波矢和相位。参考光波矢在晶体中与光轴夹角为  $\theta_r$ ,方位角为  $\varphi_r$ ;信号光波矢在晶体中与光轴夹角为  $\theta_s$ ,方位角为  $\varphi_s$ 。两束记录光在晶体中形成的光强分布为

$$I_L(\mathbf{r}) = I_{Ls} + I_{Lr} + 2\mathbf{e}_s \mathbf{e}_r \sqrt{I_{Ls} I_{Lr}} \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} + \varphi) = I_{L0} [1 + m \mathbf{e}_s \cdot \mathbf{e}_r \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} + \varphi)] = I_{L0} + \frac{1}{2} I_{L1} \mathbf{e}_s \cdot \mathbf{e}_r \exp[i(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} + \varphi)] + c. c., \quad (7)$$

其中  $I_{Ls} = A_s^2, I_{Lr} = A_r^2, I_{L0} = I_{Ls} + I_{Lr}$  为长波记录光总光强,  $m = 2(I_{Ls} I_{Lr})^{1/2} / (I_{Ls} + I_{Lr}), \mathbf{K} = \mathbf{k}_r - \mathbf{k}_s, \varphi = \varphi_r - \varphi_s, I_{L1} = m I_{L0}, c. c.$  代表复共扼。

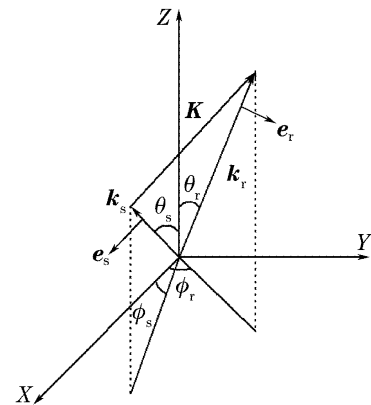


图 1 全息记录结构

Fig. 1 Holographic recording configurations

体光生伏特效应是铁电晶体中全息光栅形成的主要驱动因素,晶体中光生伏特电流与光场振幅关系的唯象表达式为<sup>[6,14]</sup>

$$J_{phj} = (\beta_{jkl}^S + \beta_{jkl}^A) E_k E_l^*, \quad (8)$$

其中  $j, k, l = x, y, z$ , 并且对重复下标求和;  $\beta^S$  与  $\beta^A$  分别为体光伏三阶张量的对称与非对称部分。不同对称性晶体的体光伏三阶张量的形式是不一样的; 同一种晶体介质, 不同掺杂与不同激发波长的体光伏三

阶张量的系数也是不一样的。对  $3m$  点群的晶体, 在 (6) 式光场分布的激发下其体光生伏特电流为

$$\mathbf{J}_{ph} = \boldsymbol{\beta}_0 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\beta}_1 \exp[i(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} + \varphi)] + \text{c. c.}, \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\beta}_0 = & [-\beta_{222}^S (A_{rx} A_{ry} + A_{sx} A_{sy}) + \beta_{131}^S (A_{rx} A_{rz} + A_{sx} A_{sy})] \mathbf{e}_x + \\ & [-\beta_{222}^S (|A_{rx}|^2 - |A_{ry}|^2 + |A_{sx}|^2 - |A_{sy}|^2) + \beta_{131}^S (A_{ry} A_{rz} + A_{sy} A_{sz})] \mathbf{e}_y + \\ & [-\beta_{311}^S (|A_{rx}|^2 + |A_{ry}|^2 + |A_{sx}|^2 + |A_{sy}|^2) + \beta_{333}^S (|A_{rx}|^2 + |A_{sz}|^2)] \mathbf{e}_z, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\beta}_1 = & 2[-\beta_{222}^S (A_{rx} A_{sy} + A_{ry} A_{sx}) + \beta_{131}^S (A_{rx} A_{sz} + A_{rz} A_{sx}) + i\beta_{131}^A (A_{rx} A_{sx} - A_{rx} A_{sz})] \mathbf{e}_x + \\ & 2[-\beta_{222}^S (A_{rx} A_{sx} - A_{ry} A_{sy}) + \beta_{131}^S (A_{ry} A_{sz} + A_{rz} A_{sy}) + i\beta_{131}^A (A_{rx} A_{sy} - A_{ry} A_{sz})] \mathbf{e}_y + \\ & 2[\beta_{311}^S (A_{rx} A_{sx} + A_{ry} A_{sy}) + \beta_{333}^S A_{ry} A_{sz}] \mathbf{e}_z, \end{aligned} \quad (11)$$

$\boldsymbol{\beta}_0$ 、 $\boldsymbol{\beta}_1$  分别代表体光生伏特电流的零阶与一阶部分, 其中正比于  $|A_{rj}| |A_{sj}|$  的部分来自于干涉光场的强度调制; 正比于  $|A_{rj}| |A_{sk}|$  ( $j \neq k$ ) 的部分来自于垂直偏振量间由反对称光伏三阶张量所导致的耦合。

体光伏三阶张量正比于未激发施主中心的浓度<sup>[15]</sup>, 而在双中心全息记录中, 深、浅中心的未激发施主中心浓度是不同的, 因此体光生伏特电流表达式 (9) 可写为

$$\mathbf{J}_{ph} = \mathbf{k}_{ph} I (N - N^+), \quad (12)$$

其中  $I$  为光场强度;  $N$  与  $N^+$  分别为掺杂中心与未激发掺杂中心浓度;  $\mathbf{k}_{ph}$  为矢量体光生伏特系数, 其与体光伏三阶张量以及光场振幅的关系为

$$\mathbf{k}_{ph} = \frac{(\beta_{jkl}^S + \beta_{jkl}^A) E_k E_l^*}{I (N - N^+)}. \quad (13)$$

根据 (7) 式和 (12) 式, 相干长波长记录光激发浅中心所产生的体光生伏特电流为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{SL} = & \left\{ \boldsymbol{\kappa}_{SL0} I_{L0} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\kappa}_{SL1} I_{L1} \exp[i(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} + \varphi)] + \text{c. c.} \right\} (N_S - N_S^+) = \\ & \left[ \boldsymbol{\kappa}_{SL0} I_{L0} + \frac{1}{2} m I_{L0} \boldsymbol{\kappa}_{SL1} \exp[i(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} + \varphi)] + \text{c. c.} \right] (N_S - N_S^+), \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $\boldsymbol{\kappa}_{SL0}$  和  $\boldsymbol{\kappa}_{SL1}$  分别为记录光激发浅中心的零阶与一阶矢量体光生伏特系数, 并且根据式 (10) 和 (11), 只有当信号光与参考光在晶体中的偏振态完全相同时两者才相等。

在双中心全息记录中敏化光通常为均匀非相干光, 由其激发的体光生伏特电流主要沿光轴方向, 因此可为

$$\mathbf{J}_{DH} = \kappa_{DH} I_H (N_D - N_D^+) \mathbf{e}_z, \quad (15)$$

$$\mathbf{J}_{SH} = \kappa_{SH} I_H (N_S - N_S^+) \mathbf{e}_z, \quad (16)$$

(1) 式~(5) 式为一组矢量非线性偏微分耦合方程组, 直接求解非常困难。在小调制度近似下, 所有参量可以只取其傅里叶变换中的前两项, 例如空间电荷场可为

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \frac{1}{2} \mathbf{E}_{sc} \exp[i(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r})] + \text{c. c.}, \quad (17)$$

其中  $\mathbf{E}_0$  为外电场,  $\mathbf{E}_{sc}$  为一阶空间电荷场, 由于存在高频敏化光和铁电晶体表面电导率很高, 忽略了屏蔽场<sup>[3]</sup>。

在光折变效应中空间电荷场可以近似看作静电场, 根据麦克斯韦方程有  $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ , 因此一阶空间电荷场  $\mathbf{E}_{sc}$  平行于光栅波矢  $\mathbf{K}$ 。

将 (6) 式~(17) 式代入 Kukhtarev 方程组 (1)~(5), 并取其傅里叶变换中的零阶项和一阶项, Kukhtarev 方程组 (1)~(5) 可化为

$$dN_{D0}^+ / dt = S_{DH} I_H (N_D - N_{D0}^+) - \gamma_D n_0 N_{D0}^+, \quad (18)$$

$$dN_{S0}^+ / dt = (S_{SL} I_{L0} + S_{SH} I_H + \beta_{ts}) (N_S - N_{S0}^+) - \gamma_S n_0 N_{S0}^+, \quad (19)$$

$$N_{D0}^+ + N_{S0}^+ = N_A + n_0, \quad (20)$$

$$\frac{dN_{D1}^+}{dt} = -S_{DH} I_H N_{D1}^+ - \gamma_D (N_{D1}^+ n_0 + N_{D0}^+ n_1), \quad (21)$$

$$\frac{dN_{S1}^+}{dt} = -(S_{SL} I_{L0} + S_{SH} I_H + \beta_{ts}) N_{S1}^+ + m S_{SL} I_{L0} \mathbf{e}_s \cdot \mathbf{e}_r (N_S - N_{S0}^+) - \gamma_S (N_{S1}^+ n_0 + N_{S0}^+ n_1), \quad (22)$$

$$\frac{dn_1}{dt} = \frac{dN_{D1}^+}{dt} + \frac{dN_{S1}^+}{dt} + \frac{1}{e} \mathbf{K} \cdot \mathbf{J}_1, \quad (23)$$

$$\mathbf{J}_1 = \left[ -ie^2 n_0 \frac{\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{K}}{\mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{K}} (N_{D1}^+ + N_{S1}^+) + en_1 \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}_0 + ien_1 \mathbf{D} \cdot \mathbf{K} - \kappa_{DH} I_H N_{D1}^+ \mathbf{e}_z - \kappa_{SH} I_H N_{S1}^+ \mathbf{e}_z - \kappa_{SLO} I_{L0} N_{S1}^+ + m \kappa_{SL1} I_{L0} (N_S - N_{S0}^+) \right], \quad (24)$$

$$\mathbf{E}_{sc} = -ie \frac{N_{D1}^+ + N_{S1}^+}{\mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{K}} \mathbf{K}, \quad (25)$$

其中下标 0 和 1 分别代表零阶项和一阶项。

## 2.1 记录阶段矢量解析解

在双中心全息记录的记录阶段,长波记录光束(信号光与参考光)与短波敏化光同时照明晶体。为简化分析,本文分析采用绝热近似,即导带中的自由电子相比其他变量更快达到稳态,即有  $\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{dn_0}{dt} = \frac{dn_1}{dt} = 0$ ;同时采用线性产生-复合条件,即  $n \ll N_A, N_{S0}^+, N_{S1}^+, N_{D0}^+, N_{D1}^+$ ,该假设在连续光照射的情况下都是合理的<sup>[3]</sup>。

令  $dN_{D0}^+/dt = dN_{S0}^+/dt = dn_0/dt = 0$ ,代入方程(18)~(25)可得零阶项的稳态解析解:

$$N_{S0}^+ = \frac{S_{SL} I_{L0} + S_{SH} I_H + \beta_{ts}}{S_{SL} I_{L0} + S_{SH} I_H + \beta_{ts} + \gamma_S n_0} N_S, \quad (26)$$

$$N_{D0}^+ = \frac{S_{DH} I_H}{S_{DH} I_H + \gamma_D n_0} N_D, \quad (27)$$

$$n_0 = \frac{1}{2N_A} \left\{ \sqrt{[\Gamma_D (N_A - N_D) + \Gamma_S (N_A - N_S)]^2 + 4N_A \Gamma_S \Gamma_D (N_S + N_D - N_A)} - [\Gamma_D (N_A - N_D) + \Gamma_S (N_A - N_S)] \right\}, \quad (28)$$

其中  $\Gamma_S = (S_{SL} I_{L0} + S_{SH} I_H + \beta_{ts})/\gamma_S$ ;  $\Gamma_D = S_{DH}/\gamma_D$ 。

在低能连续光照射的情况下,介质弛豫时间通常远小于光栅记录时间,可以假定记录阶段零阶量相对于一阶量很快达到稳态,因此在一阶方程中可以将零阶量的稳态值直接代入。一阶方程的时间解析解非常复杂,难以看出物理意义,这里仅给出浅中心稳态空间电荷场  $\mathbf{E}_{SR}$ ,深中心稳态空间电荷场  $\mathbf{E}_{DR}$ 和总稳态空间电荷场  $\mathbf{E}_{sc}$ 的表达式:

$$\mathbf{E}_{SR} = - \frac{\left( \mathbf{E}'_0 + \frac{N_{D0}^+}{N_D} \mathbf{E}_{DH} + i\mathbf{E}_D + i\mathbf{E}_{SD} \right) \frac{S_{SL} I_{L0}}{S_{SL} I_{L0} + S_{SH} I_H + \beta_{ts}} \mathbf{e}_s \cdot \mathbf{e}_r + \mathbf{E}_{SL1}}{\mathbf{E}_{SS} + \mathbf{E}_{SD} + \mathbf{E}_D - i \left( \mathbf{E}'_0 + \frac{N_{D0}^+}{N_D} \mathbf{E}_{DH} + \frac{N_{S0}^+}{N_S} \mathbf{E}_{SH} + \frac{N_{S0}^+}{N_S} \mathbf{E}_{SL0} \right)} \cdot m \mathbf{E}_{SS}, \quad (29)$$

$$\mathbf{E}_{DR} = \frac{\left( \frac{N_{S0}^+}{N_S} \mathbf{E}_{SH} + \frac{N_{S0}^+}{N_S} \mathbf{E}_{SL0} + i\mathbf{E}_{SS} \right) \frac{S_{SL} I_{L0}}{S_{SL} I_{L0} + S_{SH} I_H + \beta_{ts}} \mathbf{e}_s \cdot \mathbf{e}_r - \mathbf{E}_{SL1}}{\mathbf{E}_{SS} + \mathbf{E}_{SD} + \mathbf{E}_D - i \left( \mathbf{E}'_0 + \frac{N_{D0}^+}{N_D} \mathbf{E}_{DH} + \frac{N_{S0}^+}{N_S} \mathbf{E}_{SH} + \frac{N_{S0}^+}{N_S} \mathbf{E}_{SL0} \right)} \cdot m \mathbf{E}_{SD}, \quad (30)$$

$$\mathbf{E}_{sc} = - \frac{\left[ \mathbf{E}_{SS} \cdot \left( \mathbf{E}'_0 + \frac{N_{D0}^+}{N_D} \mathbf{E}_{DH} + i\mathbf{E}_D \right) - \frac{N_{S0}^+}{N_S} \mathbf{E}_{SD} \cdot (\mathbf{E}_{SH} + \mathbf{E}_{SL0}) \right] \frac{S_{SL} I_{L0}}{S_{SL} I_{L0} + S_{SH} I_H + \beta_{ts}} \mathbf{e}_s \cdot \mathbf{e}_r + (\mathbf{E}_{SD} + \mathbf{E}_{SS}) \cdot \mathbf{E}_{SL1}}{\mathbf{E}_{SS} + \mathbf{E}_{SD} + \mathbf{E}_D - i \left( \mathbf{E}'_0 + \frac{N_{D0}^+}{N_D} \mathbf{E}_{DH} + \frac{N_{S0}^+}{N_S} \mathbf{E}_{SH} + \frac{N_{S0}^+}{N_S} \mathbf{E}_{SL0} \right)} \cdot m, \quad (31)$$

其中, 
$$\mathbf{E}_D = \frac{\mathbf{K} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{K}'}{\mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{K}} \mathbf{K} = \frac{k_B T}{e} \mathbf{K}, \quad (32)$$

扩散场:

有效外加直流电场:

$$\mathbf{E}'_0 = \frac{\mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}_0 \mathbf{K}}{\mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{K}}, \quad (33)$$

深中心饱和电场:

$$\mathbf{E}_{SD} = \frac{e\mathbf{K}}{\mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{K}} N_{D0}^+ \left(1 - \frac{N_{D0}^+}{N_D}\right), \quad (34)$$

浅中心饱和电场:

$$\mathbf{E}_{SS} = \frac{e\mathbf{K}}{\mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{K}} N_{S0}^+ \left(1 - \frac{N_{S0}^+}{N_S}\right), \quad (35)$$

深中心高频光生伏特电场:

$$\mathbf{E}_{DH} = \frac{\kappa_{DH} I_H \mathbf{K} \cdot \mathbf{e}_z \mathbf{K}}{en_0 \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{K}} (N_D - N_{D0}^+), \quad (36)$$

浅中心高频光生伏特电场:

$$\mathbf{E}_{SH} = \frac{\kappa_{SH} I_H \mathbf{K} \cdot \mathbf{e}_z \mathbf{K}}{en_0 \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{K}} (N_S - N_{S0}^+), \quad (37)$$

浅中心低频零阶光生伏特电场:

$$\mathbf{E}_{SL0} = \frac{I_{L0} \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\kappa}_{SL0}}{en_0 \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{K}} \mathbf{K} (N_S - N_{S0}^+). \quad (38)$$

浅中心低频一阶光生伏特电场:

$$\mathbf{E}_{SL1} = \frac{I'_{L0} \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\kappa}_{SL1}}{en_0 \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{K}} \mathbf{K} (N_S - N_{S0}^+). \quad (39)$$

在铁电晶体中体光生伏特效应是光栅形成的主要驱动因素,因此在简化形式下,当光栅波矢与光轴方向夹角不太大时空间电荷场中的扩散场可以忽略;当光栅波矢与光轴的夹角  $\theta$  较大时,特别是  $\theta$  接近  $90^\circ$  时,对  $\text{LiNbO}_3$  掺杂晶体,体光生伏特电场几乎为零,因此此时空间电荷场形成的主要驱动力为扩散场。

从(26)式、(27)式可以看出,当忽略热激发时,  $N_{S0}^+$  和  $N_{D0}^+$  仅与记录光与敏化光的光强比  $I_{L0}/I_H$  有关,而与单独的  $I_{L0}$  和  $I_H$  无关;同样从(28)式可以看出  $I_{L0}/n_0$  和  $I_H/n_0$  也只与  $I_{L0}/I_H$  有关。因此双中心全息记录中空间电荷场的大小只与记录光与敏化

光的光强比  $I_{L0}/I_H$  有关,而与单独的  $I_{L0}$  和  $I_H$  无关。深中心空间电荷电场相对于干涉条纹移动接近  $\pi/2$ ;浅中心空间电荷电场相对于干涉条纹移动接近  $-\pi/2$ ;深、浅中心空间电荷电场位相相差为  $\pi$ ,而总空间电荷电场  $\mathbf{E}_{sc}$  与记录光干涉条纹相比相位差移动接近  $-\pi$ 。

(31)式甚至可用于描述两垂直偏振记录光在晶体中相互作用形成的光栅,在这种情况下,垂直偏振态由反对称光伏三阶张量所耦合,在晶体中形成空间振荡的光生伏特电流从而形成光折变光栅<sup>[14]</sup>。它与通常的单中心全息记录的稳态解析解很相似<sup>[8]</sup>,当在方程中移除深中心项和敏化光项后[注意(28)式中根号下的  $N_A - N_S$  项在单中心模型下为负号,因此需要改变符号],可用于描述三维单中心全息记录的矢量特性;在简化为一维单中心全息记录后,与通常的单中心全息记录的稳态解析解完全相同。

## 2.2 固定阶段矢量解析解

在固定阶段,仅仅存在长波读出光照明晶体,此时读出光激发浅中心电子到导带。由于不存在短波敏化光,复合到深中心的电子不能再被激发,因此电子只能经历有限的几次激发和复合,导致仅仅一部分空间电荷场被擦除,所有的一阶电荷分布都转入深中心而不能被长波读出光擦除,从而实现非挥发性全息记录。在这个过程中,深、浅中心的电子浓度随时间变化较大,而且变化较慢,因此不能再次假定零阶量相对于一阶量很快达到稳态。固定阶段严格的解析解很难得到,将深、浅中心电子浓度随时间的变化近似为时间的单指数函数,从而利用(25)式~(28)式给出近似解。一阶方程的时间解析解比较复杂,仅给出固定阶段空间电荷场的稳态解析解:

$$\mathbf{E}'_{sc} = \frac{\mathbf{E}_M \cdot (\mathbf{E}_{SC} + \mathbf{E}_{Dsc}) + i\mathbf{E}_p \cdot \mathbf{E}_{SR} + (\mathbf{E}_D - i\mathbf{E}'_0) \cdot \mathbf{E}_{DR}}{\mathbf{E}_M + \mathbf{E}_R + \frac{N_S - N_{S0}^+}{N_A - N_S} (\mathbf{E}_D - i\mathbf{E}'_0)}, \quad (40)$$

其中  $\mathbf{E}_{SR}$ 、 $\mathbf{E}_{DR}$ 、 $\mathbf{E}_D$  和  $\mathbf{E}'_0$  的定义与记录阶段相同,其余各电场的物理意义与表达式为

麦克斯韦电场(能够在电子寿命期间将电子移动  $\Delta/2\pi$  距离的电场)<sup>[16]</sup>:

$$\mathbf{E}_M = \frac{\gamma_D (N_A - N_S)}{\mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{K}} \mathbf{K}, \quad (41)$$

复合电场:

$$\mathbf{E}_R = \frac{e\mathbf{K}}{\mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{K}} (N_S - N_{S0}^+), \quad (42)$$

固定阶段浅中心低频零阶光生伏特电场:

$$\mathbf{E}_p = \frac{I_r \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\kappa}_{r0}}{en'_{00} \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{K}} \mathbf{K} (N_S - N_{S0}^+), \quad (43)$$

其中  $I_r$  为长波读出光的光强; $\boldsymbol{\kappa}_{r0}$  为浅中心零阶光生伏特系数, $n'_{00}$  为固定阶段开始时导带自由电子的平均值:

$$n'_{00} = \frac{(S_{SL} I_r + \beta_{ts})(N_S - N_{S0}^+)}{\gamma_S N_S - \gamma_D (N_A - N_S)}. \quad (44)$$

(40)式的物理意义很明显,在分子部分,由于记

录阶段的总空间电荷电场  $\mathbf{E}_{sc}$  与记录光干涉条纹相比相位差移动  $-\pi$ ，而浅中心空间电荷电场相对于干涉条纹移动接近  $-\pi/2$ ，因此光生伏特电场  $\mathbf{E}_P$  的作用是将浅中心的一阶电子迁移回其记录开始时的初始位置，从而降低固定空间电荷场。由于  $\mathbf{E}_P$  远小于能够在电子寿命期间将电子移动  $\Delta/2\pi$  距离的麦克斯韦电场  $\mathbf{E}_M$ ，因此记录光栅不会完全擦除。同时固定阶段加入反向的外电场将抵消光生伏特电场  $\mathbf{E}_P$  的不利影响，从而提高固定效率。在(40)式中，复合电场  $\mathbf{E}_R$  来自于浅中心平均电子通过导带与深中心一阶电子的复合，降低了固定效率，因此，即使没有光生伏特电场  $\mathbf{E}_P$  的负作用，固定效率也将降低。

图 2 为在光栅波矢平行于光轴的一维条件下对比了本文推导的解析解与根据文献[3]所得的数值解，可以看出，在记录阶段，本文推导的解析解与数值解吻合得很好；在固定阶段由于采用了近似解，两种解的稳态值有一点差别，但趋势完全相同。

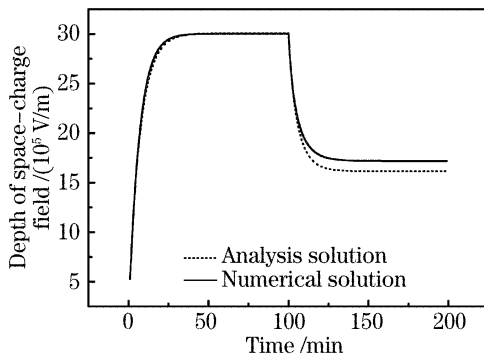


图 2 解析解与数值解的比较

Fig. 2 Comparison of analytic solution and numerical solution

晶体折射率的改变可为<sup>[17]</sup>

$$\Delta n = -\frac{1}{2} n_o^3 \frac{\mathbf{e}_r \cdot [\boldsymbol{\varepsilon}_r \cdot (\mathbf{r} \cdot \mathbf{e}_{sc}) \boldsymbol{\varepsilon}_r] \cdot \mathbf{e}_s}{n_o^3 n_\lambda} |\mathbf{E}_{sc}| = -\frac{1}{2} n_o^3 r_{\text{eff}} |\mathbf{E}_{sc}|, \quad (45)$$

其中  $n_o$  为晶体普通光折射率， $n_\lambda$  为与读出光偏振态相关的折射率， $\mathbf{r}$  为电光三阶张量， $\boldsymbol{\varepsilon}_r$  为相应于读出波长的相对介电二阶张量， $\mathbf{e}_{sc}$  为空间电荷场的方向的单位矢量。

### 3 光折变光栅记录方向优化

光折变全息记录研究最重要的目的之一是提高折射率变化量，特别是双中心全息记录中，其折射率变化通常要比常规单中心记录小。从(45)式可知，折射率变化不仅与空间电荷场的大小有关，也与其

方向和读出光偏振态有关，由于晶体各参量的各向异性并不相同，通常得到的最大空间电荷场的记录方向并不是得到的最大折射率变化的方向，因此优化的光栅记录方向需要综合考虑空间电荷场和有效电光效应。由于不同对称性晶体的体光伏三阶张量的形式是不一样的，同一种晶体介质、不同掺杂与不同激发波长的体光伏三阶张量的系数也是不一样的，因此不同的晶体、不同的掺杂、不同的记录波长其对应的优化记录方向是不同的。根据本文得到的双中心全息记录矢量解析解，只要知道记录晶体的各个各向异性参量的数值，就可以得到优化记录方向。

本文以 (Fe, Mn):LiNbO<sub>3</sub> 晶体双中心全息记录为例给出其优化记录方向，其中记录光为 633 nm 红光，敏化光源为经 365 nm 滤波后的水银灯。分析中各标量参量都来自于文献[3]，体光生伏特效应各系数的比值为<sup>[18]</sup>

$$\beta_{311}^S : \beta_{333}^S : \beta_{222}^S : \beta_{131}^S : \beta_{131}^A = 1 : 0.67 : 0.014 : 0.011 : 0.2. \quad (46)$$

在 o-o 记录光耦合的情况下，在记录阶段由于  $\beta_{311}^S$  远大于其他系数，o-o 耦合时偏振态相同且在 X-Y 面内，体光生伏特系数  $\kappa_{SL0}$  和  $\kappa_{SL1}$  不随光栅波矢与光轴的夹角  $\theta$  变化，并且光生伏特电流主要沿光轴方向。因此根据(31)式，记录阶段稳态空间电荷场随  $\theta$  增大以余弦函数下降，并且与方位角基本无关。在固定阶段，由于 LiNbO<sub>3</sub> 晶体静态介电张量的 X 与 Y 分量比 Z 分量大两倍以上，因此复合电场  $\mathbf{E}_R$  将随  $\theta$  增大而减小，因此稳态空间电荷场将随  $\theta$  增大先基本保持不变，然后下降。图 3(a) 给出了 o-o 记录光耦合的情况下固定阶段稳态空间电荷场随光栅波矢与光轴的夹角  $\theta$  以及与 X 轴的方位角变化的关系。有效电光系数随光栅波矢的变化可以从(45)式得到，图 3(b) 给出了其变化关系，其最大值在光栅波矢与光轴的夹角为 22°，方位角为 30°。图 3(c) 给出了折射率随光栅波矢方向的变化关系，可知优化记录方向为光栅波矢与光轴的夹角为 22°，方位角为 30°，此时优化方向基本由有效电光系数决定。

在 e-e 记录光耦合的情况下，一般选择小夹角记录，以避免大的夹角导致平行偏振量下降过多。在记录阶段由于  $\beta_{311}^S$  大于  $\beta_{333}^S$ ，同时  $\beta_{311}^S$  和  $\beta_{333}^S$  远大于其他系数，因此随着  $\theta$  增大体光生伏特系数  $\kappa_{SL0}$  和  $\kappa_{SL1}$  也相应增大，而且光生伏特电流主要沿光轴方向。因此根据(31)式，记录阶段稳态空间电荷场随  $\theta$  增大应先略微上升后减小。同时由于  $\beta_{222}^S$  大于

$\beta_{131}^S$ , 因此空间电荷场随方位角轻微变化, 方位角为  $90^\circ$  时有最大值。在固定阶段, 由于  $\text{LiNbO}_3$  晶体静态介电张量的  $X$  与  $Y$  分量比  $Z$  分量大两倍以上, 因此复合电场  $E_R$  将随  $\theta$  增大而减小, 因此固定阶段稳态空间电荷场将随  $\theta$  增大先上升然后下降。图 4(a) 给出了 e-e 记录光小角度耦合的情况下固定阶段稳态空间电荷场随光栅波矢与光轴的夹角  $\theta$  以及与  $X$

轴的方位角变化的关系, 其最大值处光栅波矢与光轴的夹角为  $44^\circ$ , 方位角为  $90^\circ$ 。图 4(b) 给出了有效电光系数随光栅波矢的变化关系, 其最大值在光栅波矢与光轴的夹角为  $42.5^\circ$ , 方位角为  $90^\circ$ 。图 4(c) 给出了折射率随光栅波矢方向的变化关系, 可见优化记录方向为光栅波矢与光轴的夹角为  $44^\circ$ , 方位角为  $90^\circ$ , 此时优化方向基本由固定阶段稳态空间电荷场决定。

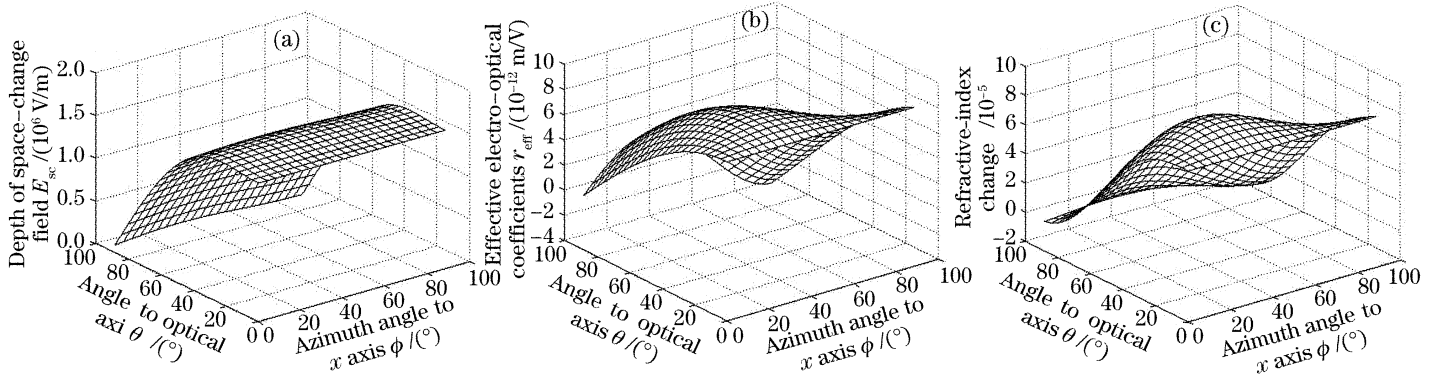


图 3 双中心全息记录中各参量在 o-o 记录光的情况下随光栅波矢方向的变化。(a) 稳态空间电荷场, (b) 有效电光系数, (c) 折射率变化

Fig. 3 Variation of parameters with the direction of grating wave vector in two-center recording for o-o holographic recording. (a) Steady-state space-charge field, (b) effective electro-optical coefficient, (c) refractive-index change

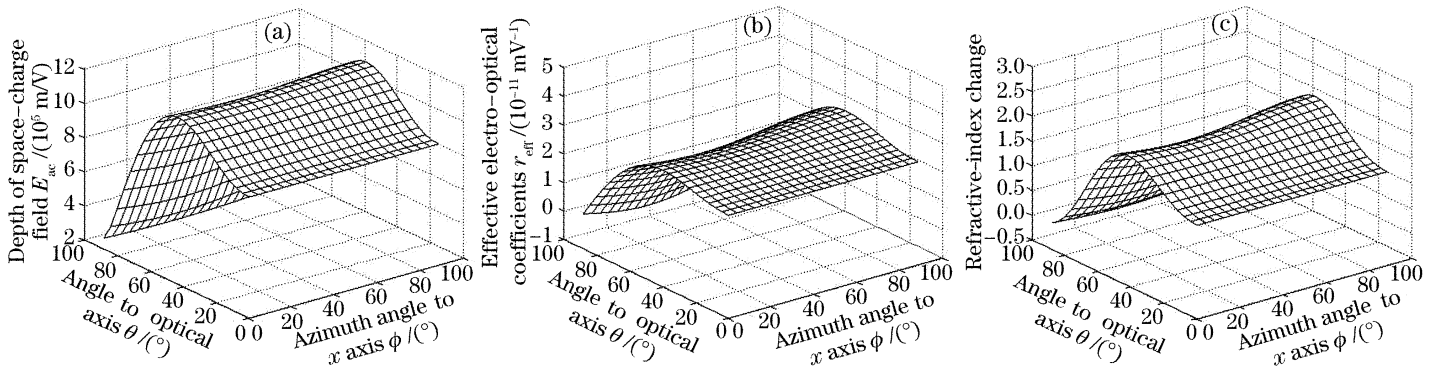


图 4 双中心全息记录中各参量在 e-e 记录光的情况下随光栅波矢方向的变化。(a) 稳态空间电荷场, (b) 有效电光系数, (c) 折射率变化

Fig. 4 Variation of parameters with the direction of grating wave vector in two-center recording for e-e holographic recording. (a) Steady-state space-charge field, (b) effective electro-optical coefficient, (c) refractive-index change

## 4 结 论

对描述双掺杂晶体非挥发性全息记录动力学过程的 Kukhtarev 方程进行了矢量分析。在小信号近似的基础上给出了双中心全息记录中记录与固定阶段空间电荷场的矢量解析解, 并且在一维情况下与单中心全息记录的稳态解析解完全相同。对  $(\text{Fe}, \text{Mn}):\text{LiNbO}_3$  晶体 633 nm 记录, 当采用 o-o 光记录时, 固定空间电荷场随着光栅波矢与光轴夹角的变化在  $20^\circ$  的范围内基本不发生变化, 然后随夹角增大而下降, 但夹角接近  $90^\circ$  时起主导作用的是扩散场。当采用 e-e 光记录时, 固定空间电荷场随

着光栅波矢与光轴夹角的增大先上升然后随夹角增大而下降, 夹角接近  $90^\circ$  时起主导作用的是扩散场。两种情况下方位角对空间电荷场的影响并不明显。在综合考虑空间电荷场的各向异性以及晶体有效电光系数的各向异性后, o-o 光耦合的优化记录方向上光栅波矢与光轴夹角为  $22^\circ$ , 方位角为  $30^\circ$ , 其优化方向主要由有效电光系数决定; 小夹角下 e-e 光耦合的优化记录方向上光栅波矢与光轴夹角  $44^\circ$ , 方位角为  $90^\circ$ , 优化方向基本由固定阶段稳态空间电荷场决定。

## 参 考 文 献

- 1 K. Buse, A. Adibi, D. Psaltis. Non-volatile holographic storage in doubly doped lithium niobate crystals[J]. *Nature*, 1998, **339**(18): 665~668
- 2 Liren Liu, Bo Liu, Xiaona Yan *et al.*. Photorefractive miniaturized integration of optical three-dimensional systems[J]. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, 1999, **1**: 220~224
- 3 Ali Adibi, Karsten Buse, Demetri Psaltis. Two-center holographic recording[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2001, **18**(5): 584~601
- 4 Y. Fainman, E. Klancnik, Sing H. Lee. Optimal coherent image amplification by two-wave coupling in photorefractive BaTiO<sub>3</sub>[J]. *Opt. Engng.*, 1986, **25**(2): 228~234
- 5 Per Michael Johansen. Vectorial solution to the photorefractive band transport model in the spatial and temporal Fourier transformed domain [J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1989, **25**(3): 530~539
- 6 Daniel W. Wilson, Elias N. Glytsis, Nile F. Hartman *et al.*. Beam diameter threshold for polarization conversion photoinduced by spatially oscillating bulk photovoltaic currents in LiNbO<sub>3</sub>:Fe [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1992, **9**(9): 1714~1725
- 7 Hanying Zhou, Feng Zhao, Francis T. S. Yu. Angle-dependent diffraction efficiency in a thick photorefractive hologram [J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(8): 1303~1309
- 8 Claire Gu, John Hong, Hsin-Yu Li *et al.*. Dynamics of grating formation in photovoltaic media [J]. *J. Appl. Phys.*, 1991, **69**(3): 1167~1172
- 9 Y. Liu, L. Liu, C. Zhou. Prescription for optimizing holograms in LiNbO<sub>3</sub>:Fe:Mn[J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(8): 551~553
- 10 Liu Youwen, Liu Liren, Li Jianlang *et al.*. Steady-state space-charge field in doubly doped LiNbO<sub>3</sub> crystals[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(12): 1629~1634 (in Chinese)
- 刘友文,刘立人,李建郎 等. 双掺杂 LiNbO<sub>3</sub> 晶体中的稳态空间电荷场[J]. *光学学报*, 2000, **20**(12): 1629~1634
- 11 Liu Youwen, Liu Liren, Liu Dean *et al.*. Effect of intensity on properties of nonvolatile holographic recording in (Cu, Ce):LiNbO<sub>3</sub> crystal[J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(10): 1186~1189 (in Chinese)
- 刘友文,刘立人,刘德安 等. 光强对(Cu,Ce):LiNbO<sub>3</sub>晶体非挥发性全息记录性质的影响[J]. *光学学报*, 2001, **21**(10): 1186~1189
- 12 Ren Liyong, Liu Liren, Liu Dean *et al.*. Effect of microcosmic optical parameters of doubly doped LiNbO<sub>3</sub> on diffraction efficiency[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(7): 941~946 (in Chinese)
- 任立勇,刘立人,刘德安. 双掺杂 LiNbO<sub>3</sub> 微观光学参量对衍射效率的影响[J]. *光学学报*, 2004, **24**(7): 941~946
- 13 Omid Momtahan, Ali Adibi. Global optimization of sensitivity and dynamic range for two-center holographic recording[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2003, **20**(3): 449~461
- 14 V. I. Belinicher, B. I. Sturman. The photogalvanic effect in media lacking a center of symmetry[J]. *Sov. Phys. Usp.*, 1980, **23**(3): 199~223
- 15 A. M. Glass, D. von der Linde, T. J. Negran. High-voltage bulk photovoltaic effect and the photorefractive process in LiNbO<sub>3</sub>[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1974, **25**(4): 233~235
- 16 N. Kukhtarev, V. Markov, S. Odoulov. Transient energy transfer during hologram formation in LiNbO<sub>3</sub> in external electric field[J]. *Opt. Commun.*, 1977, **23**(3): 338~343
- 17 Doyle A. Temple, Cardinal Warde. Anisotropic scattering in photorefractive crystals[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1986, **3**(2): 337~341
- 18 S. I. Karabekian, V. V. Obukhovskiy. Nondiagonal component of linear photovoltaic tensor in doped LiNbO<sub>3</sub> and LiTaO<sub>3</sub> crystals[J]. *YERPHI*, 1992, 1370(I): 1~10

## 征 订 启 事

第八届全国激光加工学术论文集——《中国激光》2007年增刊,将于2007年3月出版。论文集较全面地反映了近年来我国激光加工技术研究、应用和产业化的最新成果,包括激光连接(焊接、钎焊),激光去除(切割、打孔、清洗、抛光等),激光强化(合金化、熔覆、沉积等),激光制备新材料,激光快速成形与激光快速制造,激光复合加工技术,激光微纳米技术,激光加工新技术与新应用,激光加工过程检测与控制,新型激光器件与光加工系统等领域,作者来自于国内近40个大专院校、科研机构和企业。是广大激光加工领域工作者的非常有价值的参考资料。

论文集约400页,定价100元,进口雅光纸精印,光盘版定价80元,欢迎读者订阅。

联系人:高先生 电 话:021-69918253