

文章编号: 0253-2239(2007)02-0225-5

傅里叶变换轮廓术中新的相位及高度算法分析*

毛先富 陈文静 苏显渝 边心田

(四川大学光电科学技术系, 成都 610064)

摘要: 在传统傅里叶变换轮廓术三维面型测量中,为了准确得到被测物体的高度分布,必需保证投影仪出射光瞳和摄像机入射光瞳的连线与参考面平行并且在同一水平面,否则存在较大的误差。着眼于更普通的情况,讨论双瞳连线与参考面成某一夹角时的高度计算,推导出了非平行时的参考面光场及物面变形条纹光场的表达式,并给出了高度映射公式。因而,传统的傅里叶变换轮廓术测量成为角度 $\alpha=0$ 时的特例。该方法使傅里叶变换轮廓术的测量条件得到了放宽;易于通过移动投影装置或成像装置获取全场条纹;并为在难以实现双瞳与参考面平行的特殊环境下的测量提供了可行的方法。计算机模拟及实验均证实了该方法的有效性。

关键词: 傅里叶变换轮廓术; 相位计算; 相位高度映射; 条纹处理; 误差分析

中图分类号: O438 文献标识码: A

Analysis of New Phase and Height Algorithm in Fourier Transform Profilometry

Mao Xianfu Chen Wenjing Su Xianyu Bian Xintian

(Department of Optoelectronics, Sichuan University, Chengdu 610064)

Abstract: In order to obtain a correct height distribution of a measured object using the conventional Fourier transform profilometry (FTP), the connecting line between the exit pupil of the projecting system and entrance pupil of the imaging device must parallel to the reference plane and in the same horizontal. Otherwise, severe error will be introduced. We propose a new height calculation method in Fourier transform profilometry for the case of nonparallel, deduce the expression of the reference fringe and deformed fringe, and then obtain the phase-height mapping formula. As a result, we find that the conventional Fourier transform profilometry method, in which the projector and CCD camera are at the same height, is a special example of our method. The new method improved the flexibility in Fourier transform profilometry. It is easier to obtain the full-field fringes through moving either the projector or the camera. Therefore the height distribution in the case that the projector and camera are not at the same height. Both computer simulations and experiments have proved our methods.

Key words: Fourier transform profilometry (FTP); phase calculation; phase-height mapping; fringes analysis; error analysis

1 引言

傅里叶变换轮廓术(FTP)具有单帧获取,全场分析和高分辨力等优点,一直受到人们的广泛关注,并得到深入研究^[1~9]。在传统的傅里叶变换轮廓术三维面型测量系统中,从相位分布到高度分布的计算公式^[7]是根据投影仪出射光瞳和摄像机入射光瞳的连线与参考面平行并且在同一水平面,求解相似

三角形得到的解析式。这种限制使得对双瞳的连线与参考面平行的准确性要求较高,并且也使实验条件要求相对较严格,即只有双瞳连线在一条与参考面平行的线上,测量才准确。这就限制了测量仪器摆放的灵活性,并且如何判定是否达到平行也是一个困难的问题。本文在传统的高度恢复的基础上,讨论了双瞳与参考面成一定角度时的相位及高度的

* 国家自然科学基金(60527001, 60677028)资助课题。

作者简介: 毛先富,男,四川乐至人,硕士研究生,主要从事傅里叶变换轮廓术方面的研究。

E-mail: mx9971f@163.com

导师简介: 陈文静(1968-),女,四川内江人,教授,硕士生导师,主要从事光学三维传感、光学信息处理方面的研究。

E-mail: chenwj0409@163.com

收稿日期: 2006-03-03; 收到修改稿日期: 2006-05-22

计算方法,并给出了在存在一定角度时的相位及高度的计算解析式。

2 非平行时的测量原理及理论分析

2.1 相位求解

假设投影仪出射光瞳和摄像机入射光瞳的连线不平行于参考面 R ,而是与其成一夹角 α 时,采用正弦光栅投影, D 为物面上任选的一点,设 $I_1I_2 = d$, $I_2O = L$, $\angle I_2I_1G = \alpha$, $\angle AI_1O = \beta$, $\angle I_1OI_2 = \theta$, $\angle I_2CO = \delta$, $\angle DAC = \gamma$ 。如图 1 所示,参考面上条纹光场分布可表示为

$$I_1(x, y) = I_0[1 + \cos 2\pi x f(x)], \quad (1)$$

其中 $f(x)$ 为投影光栅在任意位置的空间频率,平行时其计算已由文献[9]给出。而在非平行的条件下,经分析,应考虑偏向角 α 的影响。

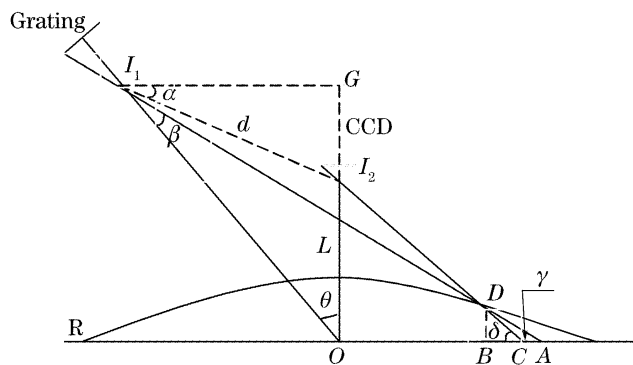


图 1 测量原理图

Fig. 1 Schematic of measuring method

求解 $\triangle OI_1G$, 可得

$$I_1O = \frac{L + d \sin \alpha}{\cos \theta}, \quad (2)$$

所以

$$f(x) = f \cos \theta \left(1 - \frac{2x \sin \theta}{I_1O} \right) = f \cos \theta \left(1 - \frac{x \sin 2\theta}{L + d \sin \alpha} \right), \quad (3)$$

其中 f 为光栅频率。将(3)式代入(1)式,可得

$$I_1(x, y) = I_0 \left\{ 1 + \cos \left[2\pi f \cos \theta \left(x - \frac{x^2 \sin 2\theta}{L + d \sin \alpha} \right) \right] \right\}, \quad (4)$$

同理,对投影到物面的变形光栅其光场分布为

$$I_2(x, y) = I_0 \left\{ 1 + \cos \left[2\pi f \cos \theta \left(x - \frac{x^2 \sin 2\theta}{L + d \sin \alpha} \right) - \phi(x, y) \right] \right\}, \quad (5)$$

其中 $\phi(x, y) = 2\pi f CA \cos \theta$, (6)

平行时(6)式中 CA 的计算已由文献[10]给出,但在

非平行时,经分析计算,仍应考虑偏向角 α 的影响,所以有

$$CA = BD \left[\tan \theta + \frac{(L - I_1O \cos \theta)x}{I_1O \cdot L \cos \theta} \right] = BD \left[\tan \theta - \frac{xd \sin \alpha}{L(L + d \sin \alpha)} \right], \quad (7)$$

所以,

$$\phi(x, y) = 2\pi f \cos \theta \cdot BD \cdot \left[\tan \theta - \frac{xd \sin \alpha}{L(L + d \sin \alpha)} \right], \quad (8)$$

将(8)式代入(5)式即可得变形光场分布。

对于参考面,可按传统的表达形式改写(4)式:

$$I_1(x, y) = I_0 \{ 1 + \cos [2\pi f_0 x + \phi_0(x, y)] \}, \quad (9)$$

其中

$$f_0 = f \cos \theta, \quad \phi_0(x, y) = -\frac{2\pi f x^2 \sin 2\theta \cdot \cos \theta}{L + d \sin \alpha}, \quad (10)$$

同理对变形光场,可对(5)式改写为

$$I_2(x, y) = I_0 \{ 1 + \cos [2\pi f_0 x + \phi(x, y)] \}, \quad (11)$$

其中

$$\phi(x, y) = -\frac{2\pi f x^2 \sin 2\theta \cdot \cos \theta}{L + d \sin \alpha} - \phi_0(x, y), \quad (12)$$

分别将(9)式、(11)式的 $I_1(x, y)$ 、 $I_2(x, y)$ 改写成指数形式然后进行傅里叶变换,选用适当的带通滤波器,可将基频滤出,再作逆傅里叶变换,可得相位信息 $\phi(x, y)$ 、 $\phi_0(x, y)$, 则

$$\Delta \phi(x, y) = \phi(x, y) - \phi_0(x, y), \quad (13)$$

对于参考条纹相位,则就是 $\phi_0(x, y)$ 。

2.2 高度计算

已讨论了非平行时的相位关系,我们再通过几何关系找出此时的三维物体表面任一点 D 的高度 BD 与各已知量 $\Delta \phi$ 、 ϕ_0 、 f_0 、 d 、 α 、 L 的解析式,仍如图 1 所示。

在 $\triangle AOI_1$ 中,由正弦定理可得

$$\frac{AO}{\sin \beta} = \frac{I_1O}{\sin \gamma}, \quad (14)$$

而

$$\gamma + \beta = 90^\circ - \theta, \quad (15)$$

所以

$$\frac{I_1O}{\sin \gamma} = \frac{AO}{\cos(\theta + \gamma)}, \quad (16)$$

又在 $\triangle ACD$ 中,

$$\frac{CA}{\sin(\delta - \gamma)} = \frac{CD}{\sin \gamma}, \quad (17)$$

由(14)式~(17)式联合求解可解出:

$$\sin \gamma = \frac{I_1 O \cos \theta}{\sqrt{(I_1 O \sin \theta + AO)^2 + (I_1 O \cos \theta)^2}}, \quad (18)$$

而高度

$$h = BD = CD \sin \delta, \quad (19)$$

将(17)式、(18)式代入(19)式并整理可得

$$BD = CA / (\cot \gamma - \cot \delta), \quad (20)$$

其中 $\cot \delta = \frac{OC}{L}$, 而 $OC = \frac{\phi_C}{2\pi f_0}$, 其中 ϕ_C 为待测点 D

在摄像机上成像位置对应的参考面相位, 即 ϕ_0 。所以

$$\cot \delta = \phi_C / (2\pi f_0 L). \quad (21)$$

由(18)式可知:

$$\cot \gamma = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \gamma}}{\sin \gamma} = \tan \theta + \frac{AO}{I_1 O \cos \theta}, \quad (22)$$

而由 $\triangle OI_1G$ 可求出

$$\tan \theta = d \cos \alpha / (L + d \sin \alpha), \quad (23)$$

$$I_1 O \cos \theta = L + d \sin \alpha, \quad (24)$$

考虑到

$$OA = \frac{\phi_A}{2\pi f_0} = \frac{\phi_D}{2\pi f_0}, \quad (25)$$

其中 ϕ_D 、 ϕ_A 分别为三维表面 D 点相位以及对应的参考面上 A 点的相位。而 $CA = |OA - OC| =$

$\left| \frac{\phi_{DC}}{2\pi f_0} \right|$, ϕ_{DC} 为物面与参考面的相位差。在图 1 中考虑到 $\phi_{DC} < 0$, 故有

$$CA = -\frac{\phi_{DC}}{2\pi f_0}, \quad (26)$$

将(21)式~(26)式代入(20)式并化简可得

$$BD = -\frac{\phi_{DC} L (L + d \sin \alpha)}{2\pi f_0 d L \cos \alpha + L \phi_{DC} - d \phi_C \sin \alpha}, \quad (27)$$

如果 $\alpha = 0$, 则(27)式可简化为:

$$BD = -\frac{L \phi_{DC}}{2\pi f_0 d + \phi_{DC}}, \quad (28)$$

此时还原为传统的平行时的高度计算公式。

(27)式即为投影仪出瞳与摄像机入瞳成任意夹角 α 时的高度计算公式, 其中 f_0 、 L 、 d 、 α 均可直接测量。而在实际应用中, 当 θ 确定时, 也可由(23)式

解出 $d = \frac{L \tan \theta}{\cos \alpha - \sin \alpha \tan \theta}$ 。

相位及高度的计算方法既适用于傅里叶变换轮廓术测量, 其高度算法以及其变形条纹和参考面光场的算法也适用于相位测量轮廓术(PMP)测量。但只适用于双瞳共面的情况。

3 数值模拟

采用傅里叶变换轮廓术方法作了模拟, 仿真用

光路图如图 1 所示, 模拟待测物体为最大高度约为 35 cm 的半椭球面, 如图 2 所示。模拟所用光栅周期为 $T=16$, 所得变形光栅像大小为 512 pixel \times 512 pixel。图 1 中角度 α 以在平行线 I_1 上方为正, 而下方为负。我们以 α 分别为 $\pm 30^\circ$, $\pm 20^\circ$, $\pm 10^\circ$, 0° 等时对同一物体进行了计算机模拟。图 3 给出了 $\alpha=0^\circ$ 时的变形条纹图, 图 4 是 α 分别取不同值时的高度误差分布; 图 5 为 α 在 20° 时用传统的方法即采用(28)式进行了高度恢复, 得出的高度误差分布图, 而其均方差为 3.7432, 与用此时正确的(27)式求解的均方差仅为 0.5068 相比, 图 5 已经不能正确恢复物体面型。在表 1 中给出了 α 为 $\pm 30^\circ$, $\pm 20^\circ$, $\pm 10^\circ$, 0° 时的均方差(D_{RMS})。通过实验结果可知, α 较小角度时均能较正确恢复三维物体的面型高度。

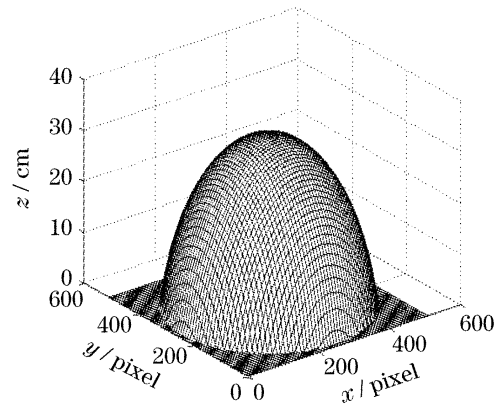


图 2 待测物体

Fig. 2 Measured object

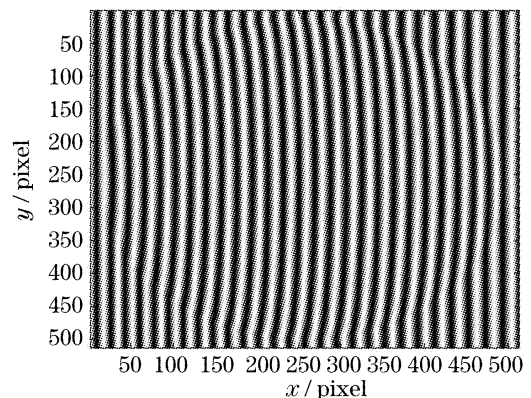


图 3 $\alpha=0^\circ$ 时光栅变形条纹分布

Fig. 3 Deformed fringe pattern when $\alpha=0^\circ$

表 1 给出不同 α 的均方差分布, 可以看出, 正角度的均方差比对应负角度的均方差小, 这是因为当角度为正时光栅距物面更远, 能更好地满足(2)式等成立所需的近似条件, 而且由于此时光栅远离了参考面, 使得物体的大小相对而言更小, 以及更不容易形成阴影等原因所致。

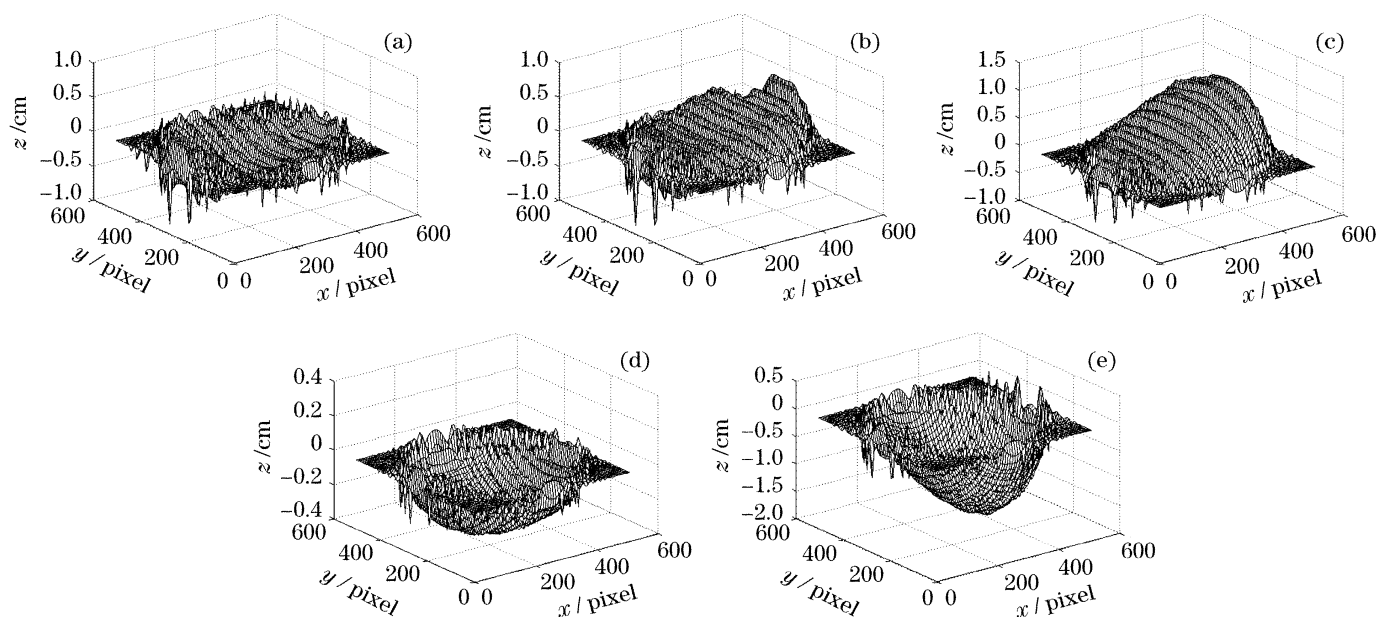


图 4 当 α 不同时测量的高度误差分布。(a) 0° , (b) 10° , (c) 20° , (d) -10° , (e) -20°

Fig. 4 Measured height error distribution at different α value. (a) 0° , (b) 10° , (c) 20° , (d) -10° , (e) -20°

表 1 α 角的均方差分布

Table 1 D_{RMS} distribution of angle α

$\alpha / (^\circ)$	-30	-20	-10	0	10	20	30
D_{RMS}	1.1788	0.7997	0.4841	0.2082	0.2205	0.5068	0.8617

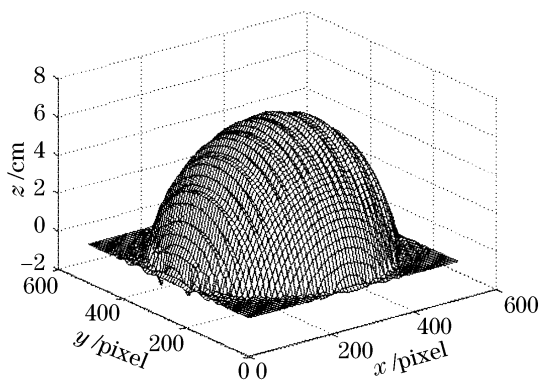


图 5 当 $\alpha=20^\circ$ 时用传统方法计算的高度误差分布

Fig. 5 Height error distribution with the conventional method at $\alpha=20^\circ$

4 实 验

我们对理论进行了实验验证,实测物体最高处 $h=2.90$ cm,所用光栅周期为 $T=16$,偏向角 $\alpha=-18.5^\circ$,结构参量 $L=70$ cm, $d=100$ cm,从采集的图象中剪切出大小为 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ 的区域。图 6 分别表示参考平面的光栅图和物体变形光栅图。用非平行方法在此时所恢复的物体形貌如图 7(a)所示,其最大高度为 3.03 cm,能正确恢复物体的三维信息;若采用传统的公式进行高度计算,则所得的物体形貌如图 7(b)所示,其最大高度为 8.04 cm,已不能得到正确的三维物体高度。

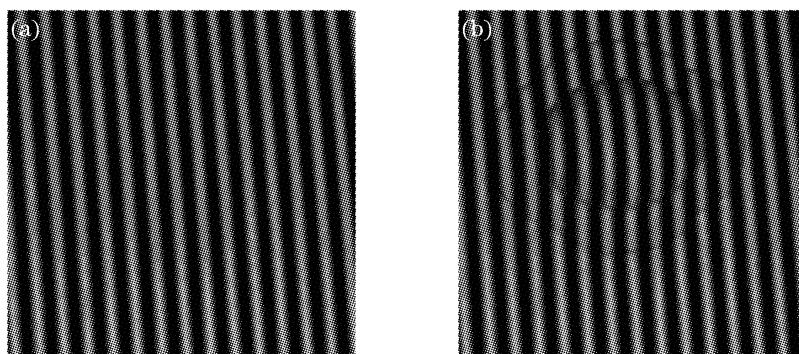


图 6 光栅条纹。(a) 参考平面, (b) 变形条纹图

Fig. 6 Grating fringes. (a) Reference plane, (b) deformed fringe

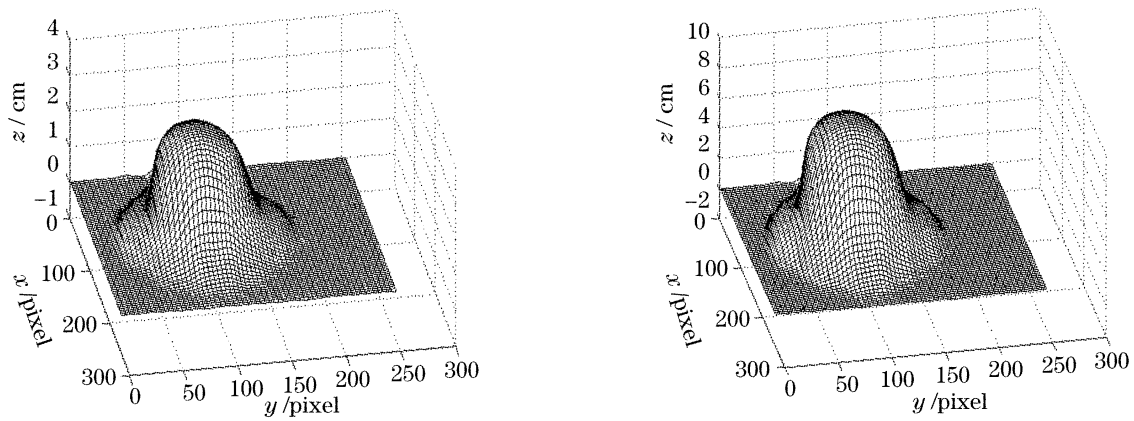


图 7 恢复的物体形貌。(a) 采用非平行方法,(b)采用传统的公式

Fig. 7 Object profile of reconstruction. (a) With non parallel method, (b) conventional method

5 结 论

提出的非平行时相位计算及高度计算方法,能用于 α 成一定角度的高度计算,而传统傅里叶变换轮廓术测量中的相位及高度计算公式成为在 $\alpha=0$ 时的特例。该方法不再要求双瞳与参考面平行,因而省去了用标准测试件作为定标物体来校正双瞳与参考面是否平行的麻烦,同时也避免了因校正平行不准确而带来的测量误差;同时,由于光栅及 CCD 均可单独移动,因此更容易取得全场的光栅变形条纹。本方法为在难以做到双瞳与参考面平行的特殊环境测量情况下,提供了解决问题的一个途径。

参 考 文 献

- 1 M. Takeda, K. Mutoh. Fourier transform profilometry for the automatic measurement 3-D object shapes [J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(24): 3977~3982
- 2 Jian-Feng Lin, Xian-Yu Su. Two-dimensional Fourier transform profilometry for the automatic measurement of three-dimensional object shapes[J]. *Opt. Engng.*, 1995, **34**(12): 3297~3301
- 3 Jian Li, Xian-Yu Su, Lu-Rong Guo. Improved Fourier transform profilometry of the automatic measurement of three-dimensional object shapes[J]. *Opt. Engng.*, 1990, **29**(12): 1439~1444
- 4 Chen Wenjing, Su Xianyu, Tan Songxin. Basis requirement for measurement system in FTP[J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 1999, **10**(6): 535~539 (in Chinese)
陈文静,苏显渝,谭松新. Fourier 变换轮廓术中对测量系统的基本要求[J]. *光电子·激光*, 1999, **10**(6): 535~539
- 5 Chen Wenjing, Su Xianyu, Su Likun *et al.*. Improvement for measuring accuracy of Fourier transform profilometry with gray image[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2000, **27**(3): 55~59 (in Chinese)
陈文静,苏显渝,苏礼坤等. 利用灰度图提高 Fourier 变换轮廓术的测量精度[J]. *光电工程*, 2000, **27**(3): 55~59
- 6 Wenjing Chen, Xianyu Su, Songxin Tan. Error caused by sampling in Fourier transform profilometry[J]. *Opt. Engng.*, 1999, **38**(6): 1029~1034
- 7 Su Xianyu, Li Jitao. *Information Optics* [M]. Beijing: Science Press, 1999 (in Chinese)
苏显渝,李继陶. *信息光学*[M]. 北京: 科学出版社, 1999
- 8 W. S. Zhou, X. Y. Su. A direct mapping algorithm for phase-measuring profilometry[J]. *J. Modern Optics*, 1994, **41**(1): 89~94
- 9 Giuseppe Schirripa Spagnolo, Giorgio Guattari, Carmine Sapia *et al.*. Contouring of artwork surface by fringe projection and FFT analysis[J]. *Opt. and Lasers Engng.*, 2000, **33**: 141~156
- 10 Kjell J. Gasvik. *Optical Techniques* [M]. In: Robinson DW, Reid GT, editors. *Interferograms Analysis*. Bristol: IOP, 1993