

文章编号: 0253-2239(2007)12-2133-6

利用非均匀镀铜技术实现光纤光栅的色散可调 *

李彬^{1,2} 谭中伟^{1,2} 刘艳^{1,2} 王燕花^{1,2} 任文华^{1,2} 简水生^{1,2}

(1 全光网络与现代通信网教育部重点实验室, 北京 100044)2 北京交通大学光波技术研究所, 北京 100044)

摘要: 提出了一种利用非均匀镀铜技术在光纤光栅的外包层镀上径向均匀轴向厚度渐变的铜膜, 通过温度控制来调节光纤光栅的啁啾量, 从而实现光纤光栅的色散可调, 用于动态的色散补偿。在理论方面, 建立了完整的热平衡方程, 对轴向厚度渐变镀铜膜光纤光栅在温度控制下的受力情况进行分析; 分析了光纤光栅在同时受到温度变化和非均匀应力时的反射、时延、色散等特性, 并进行了数值仿真。在实验方面, 在自制的均匀光纤光栅上利用先真空镀后电镀的方法镀上了轴向厚度渐变的铜膜, 并对镀膜后的光纤光栅利用温度调节装置进行测试, 不同温度变化下光纤光栅的特性和理论仿真结果基本一致, 从而验证了理论分析的正确性。

关键词: 光纤光学; 光纤光栅; 色散可调; 镀金属膜; 热平衡方程; 温度控制

中图分类号: TN253 文献标识码: A

The Dispersion of Fiber Gratings Can be Tunable by Using Nonuniform Copper Plating Technology

Li Bin^{1,2} Tan Zhongwei^{1,2} Liu Yan^{1,2} Wang Yanhua^{1,2} Ren Wenhua^{1,2} Jian Shuisheng^{1,2}

$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ Key Lab of All Optical Network \& Advanced Telecommunication Network of EMC,} \\ \quad \text{Beijing Jiaotong University, Beijing 100044} \\ 2 \text{ Institute of Lightwave Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044} \end{array} \right.$

Abstract: The dispersion of fiber Bragg gratings can be tunable by plating the nonuniform copper film of gradient thickness on the outer cladding of fiber grating along the axis and can be used as dynamic dispersion compensators. The fiber grating's dispersion is adjustable by changing the temperatures of the grating. A numerical model based on thermal balance equations has been used to analyze the dynamic characteristics of the nonuniform copper coated gratings. The reflection spectrum, time delay curve, and dispersion property were also analyzed for those gratings. The model has been verified by experiments.

Key words: fiber optics; fiber grating; tunable dispersion; metal-plating film; thermal balance equation; temperature control

1 引言

啁啾光纤光栅作为色散补偿器件在波分复用(WDM)系统中得到了广泛应用^[1~3]。制作啁啾光纤光栅的方法主要是相位掩模法, 用这种方法制作啁啾光纤光栅比较简单, 重复性好, 而且光栅性能优越; 但是其色散量固定, 无法实现色散的灵活可调^[4]。对于 40 Gbit/s 及其以上的波分复用高速光通信系统, 需要动态可调色散补偿才能够保证系统

的优越性能^[5]。在这样的背景下, 人们提出利用均匀光纤光栅加上辅助的调谐装置产生啁啾, 通过不同的调谐量控制啁啾光纤光栅的啁啾量, 从而实现色散可调^[6,7]。

本文提出了一种利用非均匀电镀铜技术在制作好的均匀光纤光栅上镀上厚度渐变的铜膜, 通过温度控制来调节其色散特性的新方法。这种方法主要是利用了光纤光栅与金属层由于材料的差异所以有

* 国家自然科学基金(60337010, 60607001)资助课题。

作者简介: 李彬(1979—), 女, 河北人, 博士研究生, 主要从事光纤通信及光电子器件等方面的研究。

E-mail: jinjinbin@163.com

导师简介: 简水生(1929—), 男, 江西人, 教授, 中国科学院院士, 博士生导师, 主要从事光纤通信、光纤传感、光纤有源无源器件、光纤网络等方面的研究。E-mail: ssjian@center.njtu.edu.cn

收稿日期: 2007-03-05; 收到修改稿日期: 2007-05-17

着不同的温度和应力特性,而且金属层是轴向厚度渐变的,当温度变化时,光栅受到来自金属层非均匀的热应力而使其色散特性变化,达到色散可调的目的。这样的结构简单而稳定,同时,由于光纤光栅外的金属层是通过电镀以原子的方式沉积的,光纤光栅的偏振模色散值都很小,约在 3 ps 左右。文献[5]也采用了相似结构利用电流的热效应实现可调色散补偿,但是侧重于系统中的应用,对光纤光栅可调色散本身并没有详细的理论分析。

2 理论分析及计算

2.1 色散可调原理

利用轴向厚度渐变镀金属膜实现均匀光纤光栅调节色散的结构如图 1 所示。由于金属有很大的热膨胀系数和很好的延展性,通过调节温度,使镀金属膜的光纤光栅不仅本身发生热膨胀,而且在金属膜的作用下受到热应力;并且由于金属膜厚度的渐变,在温度变化时光栅轴向各点位置受到的热应力是渐变的,使光栅在轴向各点的周期变化和有效折射率变化不同,从而产生啁啾。通过控制温度的变化,可以调节光纤光栅的啁啾量,实现可调色散光纤光栅结构。

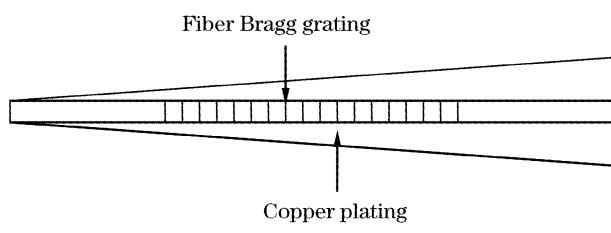


图 1 厚度渐变镀铜膜光纤光栅

Fig. 1 The structure of the uniform fiber grating coated with the nonuniform copper film of gradient thickness

2.2 厚度渐变镀金属膜层的特性

光纤光栅不仅由于其精密性,而且由于 μm 量级的微小结构,对镀层的均匀度,致密性要求很高。电镀工艺在这方面显示了不可比拟的优势,离子在电流的作用下以原子的形式非常均匀地沉积到光栅表面,不会产生细孔。另外,化学电镀法易于控制,在非均匀镀膜方面更具优势,可采用将光纤光栅匀速提升出电镀液的方法实现厚度渐变镀层^[4]。

根据法拉第电解第一和第二定律,电镀中电极上析出或溶解的金属质量可以表示为

$$m = \frac{MIt}{nF_c}, \quad (1)$$

其中 M 为物质的摩尔质量, I 为电镀电流, t 为电镀时间, n 为电极反应中转移的电子数, 对铜离子来

说, $n = 2$, F_c 为法拉第常量, 取值 96484.56 C/mol 。因此,只要控制电流和电镀时间,就可以控制镀层质量,从而就控制了镀层的厚度。

首先将厚度渐变的光栅在轴向均匀分成 N 段,每一段的镀层看成是均匀的,设每一段 $\Delta x = L/N$, 其中 L 为光栅长度。由于光纤光栅的均匀提升,记提升速度为常量 v , 从而提升每一段的时间间隔 $\Delta t = \Delta x/v$ 。采用恒流方式电镀,即提升每一段的时间间隔内析出的金属质量是相等的,但是注意每个时间间隔内析出镀层的厚度是不一致的。在径向将光栅镀层厚度分层处理,提出电镀液的镀层厚度不变,还在电镀液内的部分层层叠加。由此得到光栅镀层截面积公式为

$$S_m(i) = \frac{\Delta m}{\rho} \sum_{i=1}^N \frac{1}{L - (i-1)\Delta x}, \quad (2)$$

其中 Δm 是单位时间 Δt 内镀层析出的质量, ρ 为所镀物质的密度, i 表示分段后轴向各点位置,只要分段数足够多,该公式完全可以模拟镀层截面的情况。

2.3 光纤光栅受力情况的分析

令光纤光栅轴向为 z 方向,光栅的温度变化为 ΔT ,根据弹性力学和热应力理论^[8,9],假设镀层和光纤光栅均为各向同性材料且轴对称,且不考虑受力过程中发生的弯曲,即忽略剪应力的影响^[10,11],得到光栅或者镀层的应变-应力-位移矩阵(完整的热平衡方程)为

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{rj} \\ \epsilon_{\theta j} \\ \epsilon_{zj} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_j} \begin{bmatrix} 1 & -\mu_j & -\mu_j \\ -\mu_j & 1 & -\mu_j \\ -\mu_j & -\mu_j & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{rj} \\ \sigma_{\theta j} \\ \sigma_{zj} \end{Bmatrix} + \alpha_j \Delta T = \begin{Bmatrix} \partial u_j / \partial r \\ u_j / r \\ \partial \omega_j / \partial z \end{Bmatrix}, \quad (3)$$

其中 r, θ, z 代表光纤光栅及镀层的三个方向, $j = m$ 表示金属层,若 $j = g$ 表示光纤光栅, ϵ 表示光栅或镀层在各个方向产生的总应变, E 为杨氏模量, μ 为泊松比, σ 表示光栅或镀层在各方向受到的热应力, α 是热膨胀系数, u 表示径向位移, ω 表示轴向位移。

为了得到(3)式的解,采用如下边界条件^[9]:

$$\begin{cases} r = R_g \text{ 时}, \sigma_{rg} = \sigma_{rm} & (\text{径向应力连续条件}) \\ r = R_g \text{ 时}, u_g = u_m & (\text{径向位移连续条件}) \\ r = R_m \text{ 时}, \sigma_{rm} = 0 & (\text{无外加力时条件}) \\ \sigma_{zg} S_g + \sigma_{zm} S_m = 0, & (\text{轴向应力平衡条件}) \\ \epsilon_{rzg} = \epsilon_{zrm}, & (\text{镀层与光栅轴向应变相同}) \end{cases} \quad (4)$$

其中 R_g, R_m 分别表示光栅和镀层的半径, S_g, S_m 分

别表示光栅和镀层的截面积,即 $S_g = \pi R_g^2, S_m = \pi R_m^2 - \pi R_g^2$ 。

采用拉梅(Lamé)解法,联合(3)式,(4)式可以得到光纤光栅在各个方向的总应变^[9]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{rg} = \epsilon_{\theta g} = (\alpha_g + X)\Delta T, \\ \epsilon_{zg} = (\alpha_g + Y)\Delta T, \end{array} \right.$$

其中

$$X = \frac{(\alpha_m - \alpha_g)E_m[(1 - \mu_g) - Z\mu_g]}{Z(E_g \frac{S_g}{S_m} + E_m) - 2E_m\mu_g - 2E_g\mu_m \frac{S_g}{S_m}},$$

$$Y = \frac{(\alpha_m - \alpha_g)E_m(Z - 2\mu_g)}{Z(E_g \frac{S_g}{S_m} + E_m) - 2E_m\mu_g - 2E_g\mu_m \frac{S_g}{S_m}},$$

$$Z = 1 + \frac{(S_g + S_m)(1 + \mu_m)E_g}{E_m(1 + \mu_g)S_m + E_g(1 + \mu_m)S_g},$$
(5)

至此得到光纤光栅在各方向的总应变,由热应力引起的应变 $\epsilon_{rg}^c, \epsilon_{\theta g}^c, \epsilon_{zg}^c$ 则为总应变减去光栅自由膨胀引起的应变 $\alpha_g \Delta T$,即

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{rg}^c = \epsilon_{\theta g}^c = X\Delta T, \\ \epsilon_{zg}^c = Y\Delta T, \end{array} \right.$$
(6)

由此可知,镀层的非均匀性造成光栅所受应力不均匀,从而使光纤光栅产生啁啾。

2.4 光纤光栅在温度、应力条件下的特性

由耦合模理论^[12,13]可知,光纤光栅的布拉格波长为: $\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda$,随着温度和应力的变化,光纤光栅的有效折射率 n_{eff} 和光栅周期 Λ 都会变化,从而波长发生变化。以往的文献在分析波长变化时,通常将横向应变的因素利用泊松比简化到轴向;但这种镀金属膜的光纤光栅属于复合材料,且金属膜层厚度渐变,横向应变与轴向应变不再是简单的泊松比关系了参见2.3节。

温度变化时,厚度渐变光纤光栅的布拉格波长变化由两部分组成,一部分由温度引起,另一部分由光栅和金属层之间的热应力引起,这里假设光栅和金属层始终紧密结合,在温度变化的范围内不发生应力松弛^[14]。由此得到波长变化公式^[9,12]:

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \{(\alpha_g + \zeta)\Delta T\} + \left\{ \epsilon_{zg}^c - \frac{n_{eff}^2}{2} [(p_{11} + p_{12})\epsilon_{rg}^c + p_{12}\epsilon_{zg}^c] \right\},$$
(7)

其中 ζ 为光纤光栅的热光系数, p_{11}, p_{12} 分别表示光纤材料的光弹常量。

将(6)式代入(7)式可得光纤光栅的波长变化与温度变化的关系。据此可以分析光纤光栅的反射、

时延、色散等特性。

2.5 选取仿真参数

对光纤光栅的特性进行数值仿真时所取的基本参数如表1所示^[4,9,14]。

表1 铜和光纤材料的基本参数

Table 1 The parameters of copper and fiber

$M(\text{Cu}) / (\text{kg/mol})$	6.4×10^{-2}
$\alpha_m(\text{Cu}) / ^\circ\text{C}$	1.7×10^{-5}
$\alpha_g(\text{fiber}) / ^\circ\text{C}$	0.55×10^{-6}
$n_{eff}(\text{fiber}) (\sim 1550 \text{ nm})$	1.4465
$\rho(\text{Cu}) / (\text{kg/m}^3)$	8.9×10^3
$\mu_m(\text{Cu})$	0.364
$\mu_g(\text{fiber})$	0.17
$p_{11}, p_{12}(\text{fiber})$	$p_{11} = 0.121, p_{12} = 0.270$
$E_m(\text{Cu}) / \text{GPa}$	127.2
$E_g(\text{fiber}) / \text{GPa}$	72.45
$R_g(\text{fiber}) / \mu\text{m}$	62.5
$\zeta(\text{fiber}) / ^\circ\text{C}$	6.8×10^{-6}

实验中电镀光纤光栅的长度为 $L=120 \text{ mm}$,将其分成120段,即 $N=120$,电镀时电流为2 mA,提升速度为56 mm/h。均匀光纤光栅本身的参数选取如下:掩模板周期为1068 nm,光栅调制深度为 0.8×10^{-4} 。

2.6 仿真结果

第一,仿真了不同温度变化时(温度变化分别为 20°C 和 40°C)光纤光栅周期及有效折射率沿轴向的改变情况,如图2(a)所示。从图中可以看到,温度变化越大,光栅周期及有效折射率的变化率越大,产生的啁啾越大,因此可利用温度变化调节光纤光栅的啁啾量。当然也可看出光栅周期的变化并非完全线性,这样会造成光栅的时延曲线弯曲而产生色散斜率。图2(b)显示了 $\Delta T=30^\circ\text{C}$ 时,不同电镀电流强度下光栅周期的变化规律,实线表示仿真数据,虚线是其线性拟合,可以看出,选择恰当的电镀电流可使光纤光栅产生线性的啁啾。

第二,数值模拟了不同 ΔT 时光纤光栅的反射谱和时延曲线,如图3所示。光纤光栅的反射谱随着温度的提高而逐渐展宽,波长也向长波长方向漂移。从图3(b)可以看出,时延曲线不是线性的,但随着温度变化的加大,线性程度会变好,同时色散值减小,温度变化越大,时延曲线越接近线性。这里,给出了轴向厚度渐变镀金属层光纤光栅的中心波长、半峰全宽以及色散值随温度变化而变化的情况分别如图4(a)、图4(b)所示。从图中可以看出,随着温度变化量的变化,光纤光栅的中心波长和带宽都是线性变化的。

中心波长的变化率为 $0.017 \text{ nm}/\text{C}$;而半峰全宽的变化率为 $7.04 \text{ pm}/\text{C}$ 。但是,随着温度变化的加大,色散

值的减小程度逐渐变缓。这些都给利用温度的变化来调节啁啾的实验提供了可靠的理论依据。

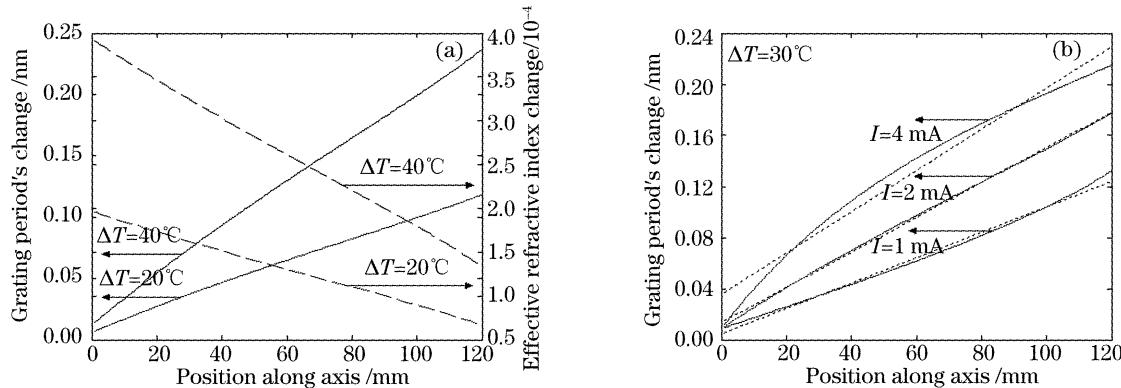


图 2 (a) 不同温度变化时 Δ 和 n_{eff} 沿轴向变化情况,(b) $\Delta T=30^{\circ}\text{C}$ 时不同电流强度下 Δ 沿轴向的变化
Fig. 2 (a) Variations of the Δ and n_{eff} along the axis under different temperature variations, (b) the variation of the Δ along the axis at different plating currents when $\Delta T=30^{\circ}\text{C}$

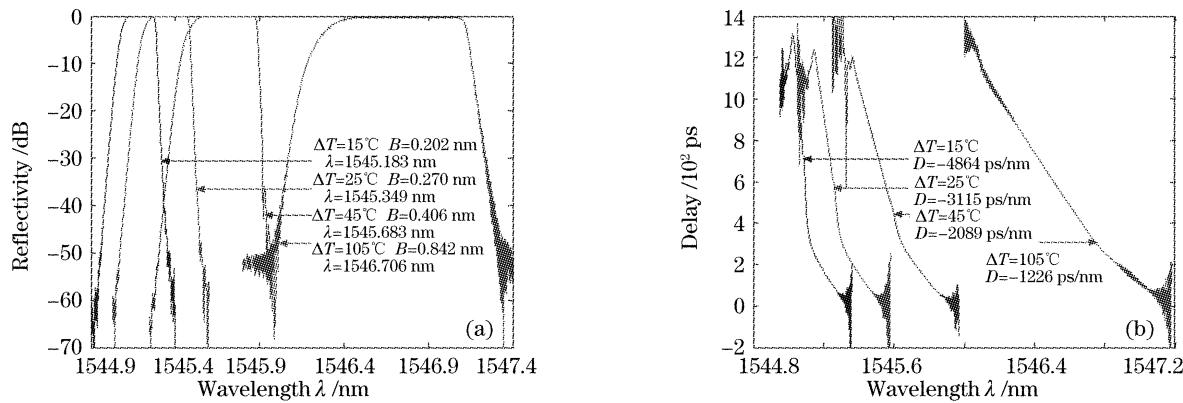


图 3 不同温度变化时光纤光栅的反射谱(a)和时延曲线(b)
Fig. 3 The reflection spectra (a) and the time delay curves (b) of the fiber grating under different temperature variations

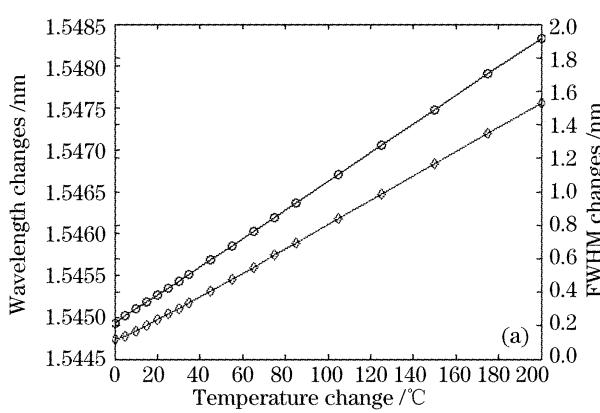


图 4 不同温度变化时光纤布拉格光栅的中心波长及半峰全宽变化(a)和色散值的变化(b)
Fig. 4 (a) Variations of the center wavelength and FWHM bandwidth (a) and variations of the dispersion values (b) under different ΔT

3 实验过程及结果

3.1 实验过程

首先,采用扫描法写入均匀光纤光栅。当把康宁 SMF-28 光纤氢载后,利用扫描平台,将 Lambda

Physik 公司的 KrF 准分子激光器出射的 248 nm 紫外光通过均匀相位掩模板曝光在光纤上,同时采用了二阶黄金分割比例切趾技术优化均匀光纤光栅的特性^[4]。

其次,采用真空镀膜法在制作好的均匀光纤光栅上镀一层均匀且很薄的金,使其具有良好的导电性能,作为电镀时的阴极。然后将光栅放入用硫酸铜和稀硫酸配制的电镀液中,并用高精度牵引装置控制其逐渐被提升出电镀液;同时电镀液中放置钢管作为阳极。采用恒流方式电镀,并且同时开始匀速提升光纤光栅,电流大小,提升速度同仿真参量。

最后,将镀好的光纤光栅放入温控箱进行升温实验,通过调节温控箱的温度值来调节光栅的啁啾。利用光谱仪测试镀铜膜光纤光栅在不同温度变化下的反射谱;利用 PerkinElmer 公司的 CD400 色散分析仪测试其时延特性。

3.2 实验结果

镀好铜膜的光纤光栅外层呈红棕色,均匀光亮。镀铜后光纤光栅的截面在显微镜下的图像如图 5 所示。可以看出所镀的光纤光栅在径向并不是很均匀的,当温度变化时,会使光栅特性劣化。

将厚度渐变镀铜膜的均匀光纤光栅放入温控箱中进行温度调节色散的实验。初始室温为 15 ℃,分别升温到 30 ℃、40 ℃、60 ℃时进行测试,其反射谱如图 6(a) 所示,光纤光栅中心波长分别为:1543.868 nm、1544.075 nm、1544.374 nm,半峰全宽分别为:0.248 nm、0.326 nm、0.436 nm,中心波长的

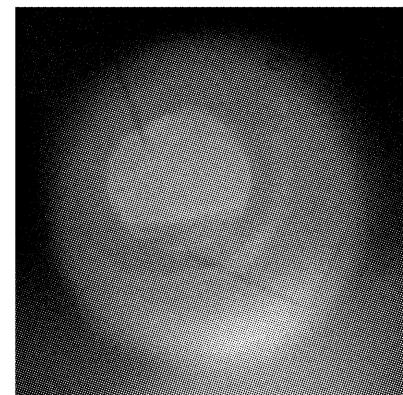


图 5 镀铜光纤光栅横截面图像

Fig. 5 The transverse cross-section image of the fiber grating coated with copper film

变化率为:0.0169 nm/℃,带宽的变化率为:6.27 pm/℃,可知中心波长以及带宽的变化率和理论值是基本一致的。在温度升至 50 ℃时,测量其时延特性如图 6(b) 所示,此时中心波长为 1544.248 nm,半峰全宽为 0.372 nm。与此对应的理论仿真数值为:中心波长 1545.515 nm,半峰全宽为 0.337 nm。从图中可以看出,由于工艺精度的限制,镀金属层的不光滑以及对称性不好等都给光纤光栅带来了较大的纹波。在理论仿真中,可以看到温度变化较小时,时延曲线非线性,短波长处斜率较大,而长波长处斜率较小,而实验测试曲线也显示出了该特征。

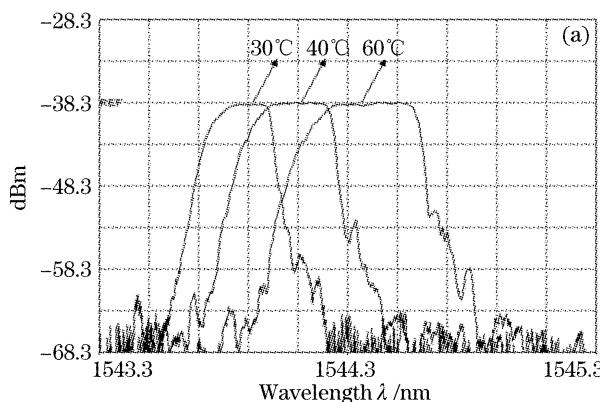


图 6 (a)实验中不同温度变化时光纤布拉格光栅的反射谱,(b)升温至 50 ℃时光纤布拉格光栅的时延曲线

Fig. 6 (a) The reflection spectra of the fiber grating under different temperature variations in the experiment,
(b) the delay curve of the fiber grating when the temperature is 50 ℃ in the experiment

温度进行调节时,即可调节光纤光栅的啁啾,从而实现色散可调,用于动态的色散补偿方面。

当然,随着温度变化的不同,带宽展宽,光纤光栅色散值发生变化,但是其中心波长也发生漂移,必须加入其它的辅助装置使其波长固定,这一点将在以后的研究中进行并探索更为精准的电镀工艺。

4 结 论

本文提出了一种利用非均匀电镀铜技术调节光纤光栅色散特性的方法:在电镀均匀光纤光栅的同时对该光栅匀速提升,使之在轴向各点形成厚度渐变的镀铜膜外包层;当温度变化时,由于光纤材料与镀铜膜之间热膨胀效应的差异使光纤光栅在轴向各点受到非均匀的应力,从而使光纤光栅产生啁啾;对

参 考 文 献

- 1 Zhongwei Tan, Yan Liu, Yong Chen *et al.*. $8 \times 10\text{Gb/s}$ transmission system over 1500 km on G. 652 fiber dispersion compensated by chirped fiber gratings [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2005, **3**(8): 441~443
- 2 Chen Yong, Cao Jihong, Chen Ting *et al.*. Optimal modulation formats for 2560 km optical transmission with low-power penalty [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(3): 331~335 (in Chinese)
陈 勇, 曹继红, 陈 婷 等. 优化调制格式实现 2560 km 低代价无误码传输[J]. 光学学报, 2006, **26**(3): 331~335
- 3 Liu Feng, Ye Qing, Zhou Yinwu *et al.*. Influence of polarization mode dispersion and group time delay ripple on dispersion compensation by chirped fiber grating [J]. *Chin. J. Lasers*, 2005, **32**(5): 668~672 (in Chinese)
刘 峰, 叶 青, 周贏武 等. 偏振模色散和时延抖动对啁啾光纤光栅色散补偿特性的影响[J]. 中国激光, 2005, **32**(5): 668~672
- 4 Liu Yan. Study on fabrication and applications of fiber grating based devices[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2005. 85~86 (in Chinese)
刘 艳. 光纤光栅基器件的研制与应用[D]. 北京: 北京交通大学博士论文, 2005. 85~86
- 5 B. J. Eggleton, A. Ahuja, P. S. Westbrook *et al.*. Integrated tunable fiber gratings for dispersion management in high-bit rate systems [J]. *J. Lightwave Technology*, 2000, **18**(10): 1418~1431
- 6 J. Kwon, B. Lee. Dispersion tuning of a chirped fiber Bragg grating using a multisectional bending structure [J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2005, **17**(2): 408~410
- 7 L. F. Xue, J. G. Liu, Q. D. Zhao *et al.*. A novel method for independent tuning of the center wavelength and the bandwidth of fiber Bragg grating [J]. *J. Lightwave Technology*, 2006, **24**(5): 2238~2241
- 8 Li Weite, Huang Baohai, Bi Zhongbo. *Analysis and Application of Thermal Stress* [M]. Beijing: Chinese Electric Power Publishing House, 2004. 23~27 (in Chinese)
李维特, 黄保海, 毕仲波. 热应力理论分析及应用[M]. 北京: 中国电力出版社, 2004. 23~27
- 9 C. T. Shyu, L. Wang. Sensitive linear electric current measurement using two metal-coated single-mode optical fibers [J]. *J. Lightwave Technology*, 1994, **12**(11): 2040~2048
- 10 Zhang Fusen. *Interlaminar Stresses of Composite Material* [M]. Beijing: Higher Education Publishing House, 1993. 39~66 (in Chinese)
张福范. 复合材料层间应力[M]. 北京: 高等教育出版社, 1993. 39~66
- 11 Zhang Zhimin, Zhang Dakai, Yang Naibin. *Structural Mechanics of Composite Material* [M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics & Astronautics Publishing House, 1993. 48~52 (in Chinese)
张志民, 张达开, 杨乃宾. 复合材料结构力学[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1993. 48~52
- 12 A. D. Kersey, M. A. Davis, H. J. Patrick *et al.*. Fiber grating sensors [J]. *J. Lightwave Technology*, 1997, **15**(8): 1442~1463
- 13 T. Erdogan. Fiber grating spectra [J]. *J. Lightwave Technology*, 1997, **15**(8): 1277~1294
- 14 Zhang Jianmin. Stress as a function of temperature and isothermal relaxation in copper films on silicon substrates [J]. *J. Shanxi Normal University (Natural Science Edition)*, 2000, **28**(1): 44~48 (in Chinese)
张建民. 硅基铜膜应力随温度的变化及等温松弛[J]. 陕西师范大学学报(自然科学版), 2000, **28**(1): 44~48