

文章编号: 0253-2239(2007)12-2250-6

两耦合原子与双模二项式光场相互作用系统的腔场谱*

夏庆峰 周玉欣 高云峰

(聊城大学物理科学与信息工程学院, 聊城 252059)

摘要: 研究了高 Q 腔中具有偶极相互作用的两个等同二能级原子与双模二项式光场相互作用过程的腔场谱, 重点研究了两模腔场谱的干涉效应对谱结构的影响。结果表明: 两模光场平均场强相等时, 每模腔场谱一般出现对称多峰结构。随着初始场强的增加中间 3 峰趋于 ω_i 和 $\omega_i \pm 0.7g$ 处, 而边峰消失。当两模初始场的频率差 Δ 大于 $6g$ (g 为原子与腔场的耦合常量) 时, 两模间的干涉效应可以忽略; 在 Δ 小于 $6g$ 时, 模间的干涉效应对腔场谱结构有明显的影响; 尤其当 Δ 从 $1.4g$ 逐渐减少时, 模 I 和模 II 的三个主峰开始逐渐重叠, 两模腔场谱之间出现了十分明显的干涉现象。

关键词: 量子光学; 腔场谱; 双模二项式光场; 等同双原子

中图分类号: O431.2 文献标识码: A

Cavity-Field Spectra of Two Coupled Atoms interacting with Two-Mode Radiation Field in Binomial State

Xia Qingfeng Zhou Yuxin GaoYunfeng

(School of Physical Science and Information Engineering, Liaocheng University, Liaocheng 252059)

Abstract: The cavity-field spectra of a pair coupled two-level atoms in an ideal cavity interacting with two-mode radiation field is studied with the fields both in the binomial state. The influence of the interference effect on the spectra structure is discussed in detail. The result shows that multi-peak structure appears in the cavity-field spectra when the photon number of the two-mode radiation field is equal, the three peaks of each mode spectrum approach ω_i and $\omega_i \pm 0.7g$ and side peaks disappear while the fields' intensity becomes more and more stronger. It's found that when the frequency difference of the initial two mode Δ is larger than $6g$ (g is the coupling coefficient between the atom and the field) the interference effect of the spectra can be ignored, when Δ is smaller than $6g$ the interference effect should be considered. Especially when Δ is reduced gradually from $1.4g$ the three peaks of the mode I and mode II begin superpositioning, the interference effect is obvious.

Key words: quantum optics; cavity-field spectra; two-mode field in binomial state; identical two atoms

1 引言

人们通过研究光与原子的相互作用发现了辐射场与物质相互作用的许多非经典特性, 原子粒子数布居崩塌与回复和辐射真空场的拉比(Rabi)劈裂等量子特性相继被实验证实^[1,2]。人们对这些非经典现象的研究有力地推动了量子光学的发展。

继 Eberly 提出物理谱^[3]以来, 辐射谱^[4~7]和腔场谱^[8~13]已成为新的研究热点。虽然辐射谱和腔场谱从不同侧面给出了“原子-腔场”相互作用的信息, 但后者在双模腔场的谱结构研究时, 可以讨论一

模光场对另一模频率、强度的影响^[9]而辐射谱对此无能为力, 故而双模腔场谱的研究可以使人们对“原子-腔场”系统有更丰富的了解。

人们在研究场与原子相互作用的腔场谱时, 往往使光场处在粒子数态、相干态或者真空压缩态^[8~13], 对于二项式光场与原子相互作用的腔场谱的性质还很少涉及。二项式光场自 1985 年被 Stoler 等^[14]从理论上引入之后, 人们对它的性质进行了多方面的研究^[15~17]。1987 年 Dattoli 等^[18]发现在自由电子激光中可以产生二项式光场, 更激发

* 山东省自然科学基金(Y2004A05)资助课题。

作者简介: 夏庆峰(1980—), 男, 山东聊城人, 硕士研究生, 主要从事量子光学方面的研究。

E-mail: xiaqingfeng @163. com

导师简介: 高云峰(1955—), 男, 山东临清人, 教授, 主要从事量子光学方面的研究。E-mail: gaozf @lcu.edu.cn

收稿日期: 2007-03-19; 收到修改稿日期: 2007-07-10

了人们对二项式光场研究的兴趣。这种光场可以通过调节光场参量从相干态经历中间态,过渡到粒子数态。因此,通过二项式光场与原子的相互作用,可以研究从相干态到数态的所有光场与原子的腔场谱性质。

同时人们在研究双模光场与原子相互作用系统的腔场谱时,往往使两模间的频率相差很大,从而忽略了两模间的干涉效应^[8,9]。本文通过研究二项式光场与双原子相互作用系统的腔场谱,发现当两模

间频率差 Δ 小于 $6g$ 时,两模间干涉效应会明显影响腔场谱的结构。

2 模型与理论推导

考虑两个等同二能级原子与两模辐射场在一定条件下^[19]通过双光子共振发生相互作用。在两原子较近的情况下,两原子与光场的耦合常量相同,但需要计及两原子间的偶极相互作用。在旋波近似条件下,系统的哈密顿量为(取 $\hbar=1$)^[6]

$$H = \omega_1 a_1^+ a_1 + \omega_2 a_2^+ a_2 + \frac{1}{2} \omega_0 \sum_{i=1}^2 \sigma_{z,i} + g \sum_{i=1}^2 (\sigma_i^+ a_1 a_2 + a_1^+ a_2^+ \sigma_i) + g_a (\sigma_1^+ \sigma_2 + \sigma_2^+ \sigma_1), \quad (1)$$

其中 a_i, a_i^+ 分别为第 i 模光场光子的产生和湮没算符; σ_i^+, σ_i 和 $\sigma_{z,i}$ 为第 i 个原子的赝自旋算符; g 为原子与腔场的耦合常量,其大小约为几兆赫^[8], g_a 为原子之间的耦合常量; ω_i 为模 i 腔场光子的频率, ω_0 为原子跃迁频率。系统的对称性基矢可取为

$$\left\{ \begin{array}{l} |\Psi_1^N\rangle = |+, +, n_1, n_2\rangle, \\ |\Psi_2^N\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(|+, -, n_1 + 1, n_2 + 1\rangle + |-, +, n_1 + 1, n_2 + 1\rangle), \\ |\Psi_3^N\rangle = |-, -, n_1 + 2, n_2 + 2\rangle, \\ |\Psi_4^N\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(|+, -, n_1 + 1, n_2 + 1\rangle - |-, +, n_1 + 1, n_2 + 1\rangle), \end{array} \right. \quad (2)$$

上述表达式中的 4 个量子数 +、-、 n_1 、 n_2 分别表示两原子所处的能级和两模光场的光子数, N 代表 (n_1, n_2) , 由于 $|\Psi_4^N\rangle$ 是 H 的本征态, 并且在初态两原子均处于高能级时对腔场谱无贡献, 所以只需在 3 个具有交换对称性的基矢 $|\Psi_1^N\rangle$ 、 $|\Psi_2^N\rangle$ 、 $|\Psi_3^N\rangle$ 组成的子空间中讨论 H 的对角化。(1) 式的本征方程为

$$H |\varphi_j^N\rangle = E_j^N |\varphi_j^N\rangle, \quad (j = 1, 2, 3) \quad (3)$$

$$|\varphi_j^N\rangle = \sum_{m=1}^3 C_{jm}^N |\Psi_m^N\rangle, \quad (j = 1, 2, 3) \quad (4)$$

在共振相互作用条件下($\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$), 利用标准方法可以求出本征值和本征态:

$$E_j^N = \omega_1(n_1 + 1) + \omega_2(n_2 + 1) + \lambda_j^N g, \quad j = 1, 2, 3 \quad (5a)$$

$$\lambda_j^N = \left[0, \frac{1}{2}(\delta - \sqrt{\delta^2 + 8M}), \frac{1}{2}(\delta + \sqrt{\delta^2 + 8M}) \right], \quad (5b)$$

$$C_{jm}^N = \begin{bmatrix} -\sqrt{\frac{(n_1 + 2)(n_2 + 2)}{M}} & 0 & \sqrt{\frac{(n_1 + 1)(n_2 + 1)}{M}} \\ \sqrt{\frac{2(n_1 + 1)(n_2 + 1)}{(\lambda_2^N)^2 + 2M}} & \frac{\lambda_2^N}{\sqrt{(\lambda_2^N)^2 + 2M}} & \sqrt{\frac{2(n_1 + 2)(n_2 + 2)}{(\lambda_2^N)^2 + 2M}} \\ \sqrt{\frac{2(n_1 + 1)(n_2 + 1)}{(\lambda_3^N)^2 + 2M}} & \frac{\lambda_3^N}{\sqrt{(\lambda_3^N)^2 + 2M}} & \sqrt{\frac{2(n_1 + 2)(n_2 + 2)}{(\lambda_3^N)^2 + 2M}} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

在(5)式、(6)式中, $\delta = g_a/g$, $M = (n_1 + 1)(n_2 + 1) + (n_1 + 2)(n_2 + 2)$ 。

根据 Stoler 等^[14]的工作,一个单模二项式态在数态基中可以定义为^[14]

$$|\eta M\rangle = \sum_{n=0}^M \beta_n^M |n\rangle, \quad (0 < \eta < 1, M > 0)$$

式中 $\beta_n^M = \left[\frac{M!}{n!(M-n)!} \eta^n (1-\eta)^{M-n} \right]^{1/2}$ 是二项式的光子分布函数, 表现为亚泊松分布, M 是光场的最大光子数。当 $\eta = 0, 1$ 时, $|\eta M\rangle$ 分别约化为 $|0\rangle$ 和数态; 当 $\eta \rightarrow 0, M \rightarrow \infty$ 但 $\eta M = \bar{n} = \alpha^2$ (α 为常量, \bar{n} 为平均

光子数),则 $|\eta M\rangle$ 约化为相干态。

按照 Eberly 物理谱的定义^[3], 该系统的腔场谱按下式计算:

$$S(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' \exp[-(\Gamma - i\omega)(T-t')] \int_0^T dt \exp[-(\Gamma + i\omega)(T-t)] \times \langle \Phi(0) | A^+(t') A(t) | \Phi(0) \rangle, \quad (7)$$

式中 Γ 为谱仪的带宽, T 为测量时间, $A(t) = a_1(t) + a_2(t)$, $|\Phi(0)\rangle$ 是系统的初态。本文讨论初始时刻两原子均处于激发态而两模光场均为二项式态的情况, 即取

$$|\Phi(0)\rangle = \sum_{n_1=0}^{M_1} \sum_{n_2=0}^{M_2} q_{n_1}^{(1)} q_{n_2}^{(2)} |+, +, n_1, n_2\rangle,$$

式中 $q_{n_i}^{(i)} = \beta_{n_i}^M$ 。对(7)式进行繁复的运算后可以得到

$$S(\omega) = 2\Gamma \sum_{n_1=-1}^M \sum_{n_2=-1}^M \sum_{m=1}^3 \left| \sum_{j=1}^3 [q_{n_1+1}^{(1)} q_{n_2}^{(2)} G_{jm}^N Z_{jm}^N + q_{n_1}^{(1)} q_{n_2+1}^{(2)} F_{jm}^N Y_{jm}^N] \right|^2, \quad (8a)$$

其中

$$G_{jm}^N = \sum_{k=1}^3 C_{jk}^{N_1} C_{jk}^{N_2} b^{(1)} C_{mk}^N, \quad F_{jm}^N = \sum_{k=1}^3 C_{jk}^{N_2} C_{jk}^{N_1} b^{(2)} C_{mk}^N, \quad (8b)$$

$$Z_{jm}^N = \frac{\exp[i(\omega - \omega_1 - g\Omega_{jm}^{(1)})T] - \exp(-T\Gamma)}{\Gamma + i(\omega - \omega_1 - g\Omega_{jm}^{(1)})}, \quad Y_{jm}^N = \frac{\exp[i(\omega - \omega_2 - g\Omega_{jm}^{(2)})T] - \exp(-T\Gamma)}{\Gamma + i(\omega - \omega_2 - g\Omega_{jm}^{(2)})}, \quad (8c)$$

式中

$$b_k^{(1)} = \sqrt{n_1 + k}, \quad b_k^{(2)} = \sqrt{n_2 + k},$$

$$\Omega_{jm}^{(1)} = \lambda_j^{N_1} - \lambda_m^N, \quad \Omega_{jm}^{(2)} = \lambda_j^{N_2} - \lambda_m^N,$$

N_1 代表 $(n_1 + 1, n_2)$, N_2 代表 $(n_1, n_2 + 1)$ 。

利用(5)式、(6)式和(8)式, 就可以计算系统的腔场谱。

3 结果与分析

3.1 二项式光场下两模间无干涉的腔场谱

二项式光场下两模间无干涉的腔场谱由图 1 给出 (M_1, M_2 分别表示两模光场最大光子数; $\Delta = |\omega_1 - \omega_2|$ 为两模间频率差)。在图 1(a) 中 $M_1 = M_2 = 0$, 对于真空场每一模的拉比峰为 4 个, 其结构相当于标准 J-C 模型的真空场拉比劈裂又发生

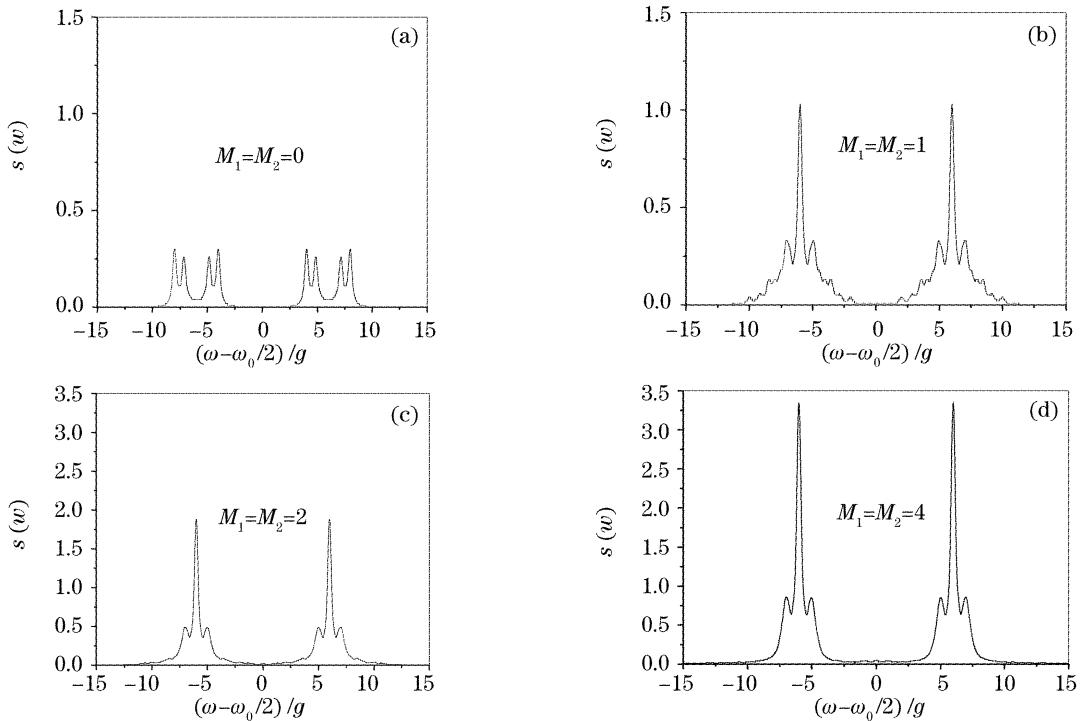


图 1 无模间干涉且两模初始场强相同时的腔场谱

Fig. 1 Cavity-field spectra with no intermode interference effect and equal initial field's intensity. Parameters $T=20g^{-1}$, $\Gamma=0.2g$, $\delta=0$, $\eta=0.5$, $\Delta=12g$

了两次劈裂；在弱场下腔场谱出现了多峰对称结构如图 1(b) 所示；随着场强的增加，外侧几个峰高度迅速变小，中间 3 峰基本定位于 ω_i 和 $\omega_i \pm 0.7g$ 处。这与“两原子-双模腔场”系统在粒子数态光场作用下的腔场谱相似^[9] 而与“依赖强度的双光子 J-C 模型”在双相干态作用下的腔场谱明显不同^[13]。

腔场谱的这种性质可以从对 $S(\omega)$ 表达式分析中得到。由(8)式可知，在初始场为二项式光场情况下，模 I 腔场谱的峰位和相对峰高分别由 $\Omega_{jm}^{(1)} = (\lambda_k^{N_1} - \lambda_m^N)g$ 和 $G_{jm}^{N_1}$ 决定（对于模 II，对调 n_1, n_2 即可）。谱中最多可出现 9 个峰 ($M_1=0$ 除外)，但在最大光子数 M_1 比较大的情况下，除 $G_{11}^{N_1}, G_{22}^{N_1}, G_{33}^{N_1}$ 外其余的 $G_{jm}^{N_1}$ 都比较小或者为 0，所以看到的峰只有 3 个。

如果模 II 为真空场而模 I 为最大光子数不同的二项式态，其腔场谱如图 2。此时模 I 的腔场谱结

构与两个模光子数相等时明显不同。在 $M_1=1$ 时出现对称 7 峰结构， $M_1=2$ 时出现对称 9 峰结构。随着模 I 光子数的增大中心峰迅速增高。中心峰两侧的两个峰，高度逐渐增加并且与中心峰合并，谱结构很快变成频率为 ω_1 的单峰。同时模 I 对模 II 的影响也十分的明显，在 $M_1=1$ 时模 II 出现了 6 峰结构，真空场拉比劈裂的 6 个峰被明显调制出来。这与文献[9]中一模处于不同光子数的粒子数态另一模处于真空态的情况不同，后者随着模 I 光子数的增加模 II 4 个峰的间距随之变大，而本文中模 II 4 个峰的间距基本没有变化。与文献[8]中一模处于不同平均光子数的相干态另一模处于真空态的情况也不同，后者随着模 I 光子数的增加模 II 的峰高急剧变低，以至消逝，而本文中模 II 的峰高基本没有变化。

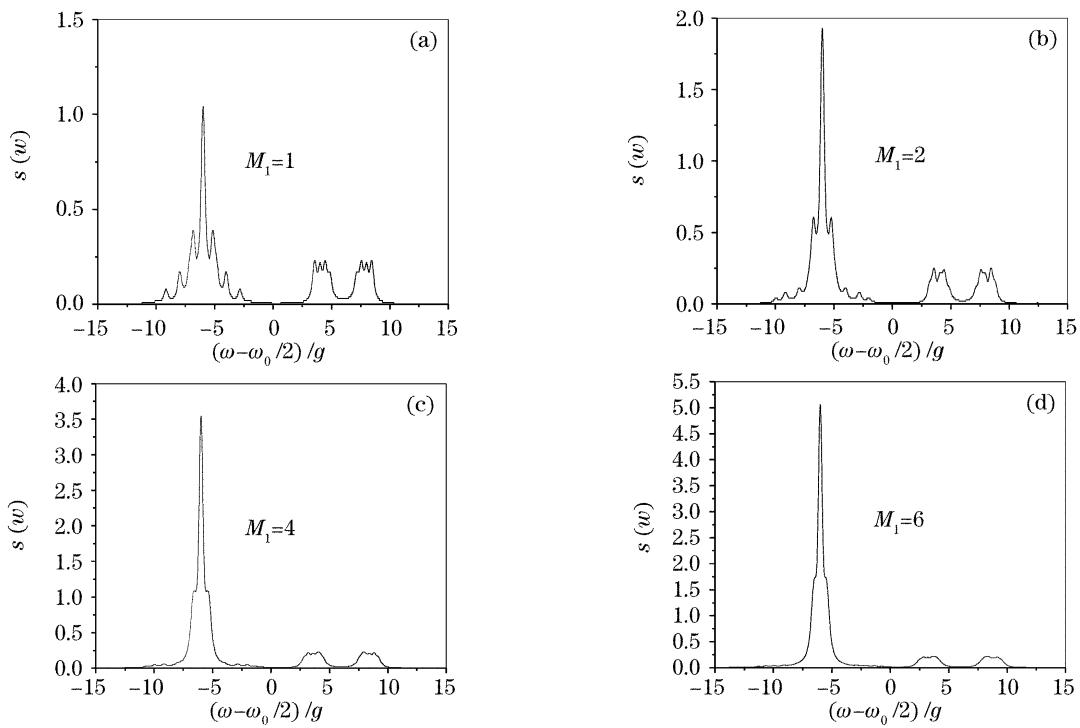


图 2 无模间干涉且一模初始场为真空时的腔场谱

Fig. 2 Cavity-field spectra with no intermode interference effect and one mode in vacuum state. Parameters $T=20g^{-1}$, $\Gamma=0.2g$, $\delta=0$, $\eta=0.5$, $M_2=0$, $\Delta=12g$

3.2 二项式光场下两模间频率差较小时的腔场谱

关于腔场谱的计算方式有两种：第一种方式是采用文献[9]的方法，忽略了两模之间的干涉效应；第二种方式是本文的计算方法，考虑了两模之间的干涉效应。这两种方法在两模初始腔场均是粒子数态、相干态或者真空压缩态时，计算结果没有区别。但在两模初始腔场均是二项式光场， $\Delta \leq 6g$ 时，两种方式的计算结果却明显不同。这可以通过两种方法

的计算来对比分析。如图 3，其中实线表示第二种计算方式的结果；虚线表示第一种方式的计算结果。图 3 给出了两模最大光子数等于 3 时，不同的对应的腔场谱。从图 3 中的对比可以看出，由于两模间的干涉效应，腔场谱出现了干涉增强和相消。在 $\Delta=5g$ 和 $\Delta=4g$ 时两模所对应的腔场谱出现了比较明显的干涉相消，使得峰高低于不考虑干涉时的峰高。 $\Delta=3g$ 和 $\Delta=2g$ 时两模腔场谱出现了干涉增

强,使得峰高明显高于不考虑干涉时的峰高。我们通过改变两模最大光子数和 η 值的大小发现,当 $1.4g \leq \Delta \leq 6g$ 时两模间的干涉效应对腔场谱的相对强度有比较明显的影响;当 $\Delta > 6g$ 时两模腔场谱

不发生干涉,这是因为 $\Delta > 6g$ 时两模腔场谱之间没有相互叠加,干涉效应不出现;当 $1.4g \leq \Delta \leq 6g$ 时两模腔场谱的边峰相互叠加,出现了比较明显的干涉现象。

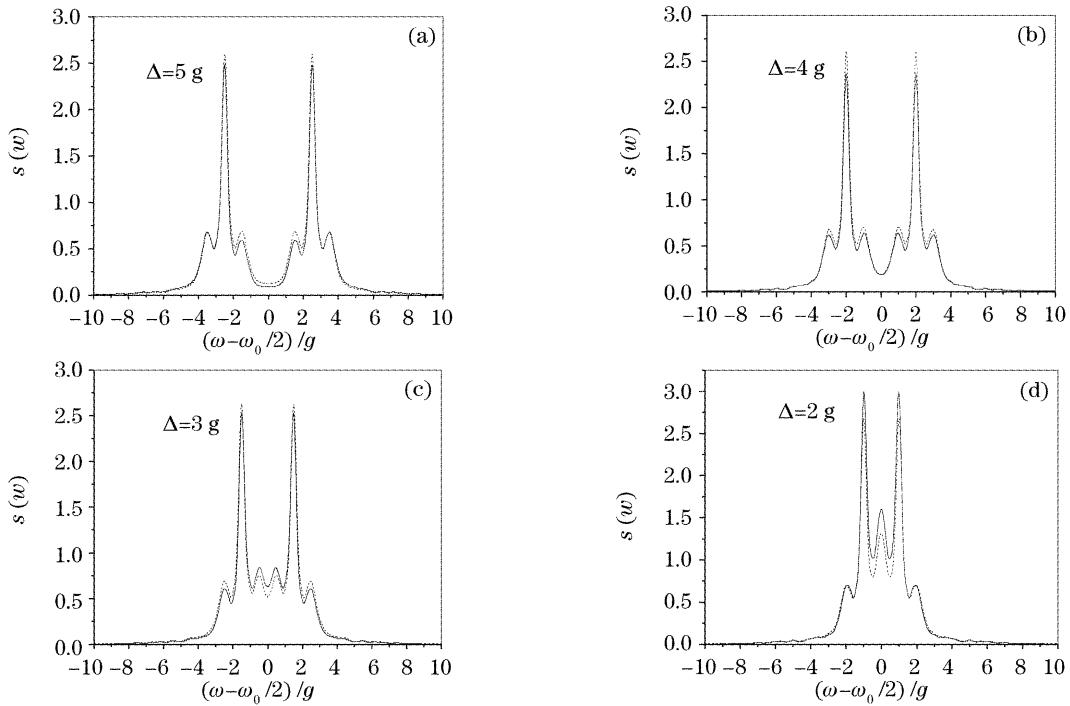


图 3 两模光场处于二项式态时的腔场谱

Fig. 3 Cavity-field spectra when both modes are in binomial state. Parameters, $T=20g^{-1}$, $\Gamma=0.2g$, $\delta=0$, $\eta=0.5$, $M_1=M_2=3$

两模间这种干涉效应在 $\Delta \leq 1.4g$ 时更为显著。

这是因为 Δ 从 $1.4g$ 逐渐减少时,模I和模II的三个主

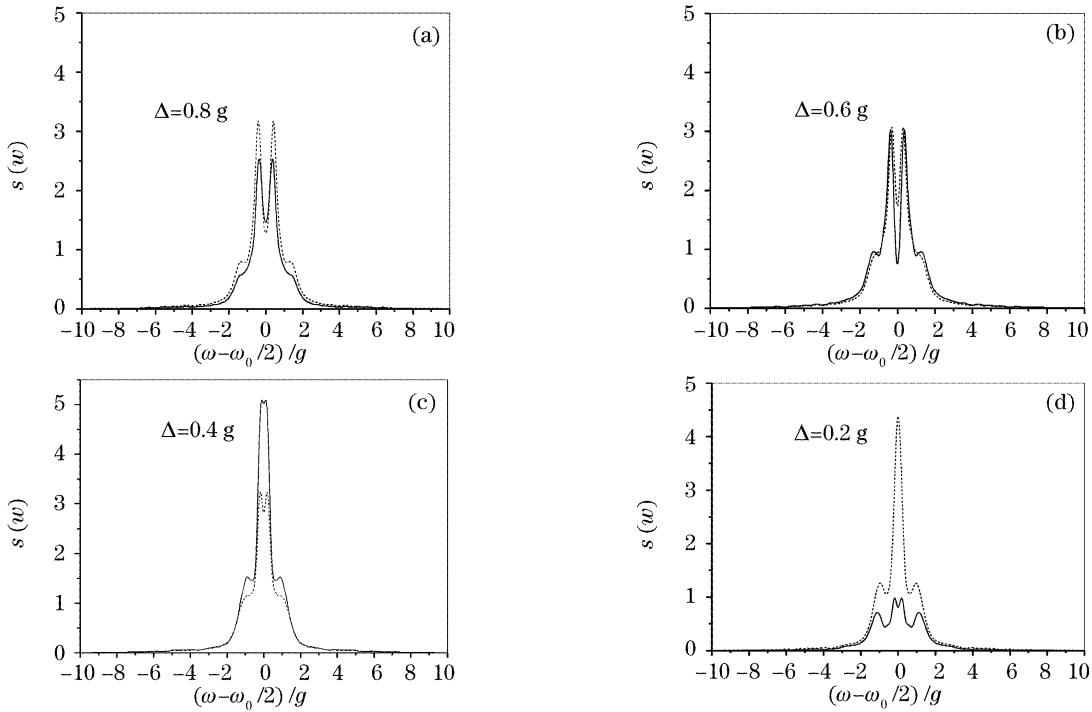


图 4 两模光场处于二项式态时的腔场谱

Fig. 4 Cavity-field spectra when both modes are in binomial state. Parameters, $T=20g^{-1}$, $\Gamma=0.2g$, $\delta=0$, $\eta=0.5$, $M_1=M_2=3$

峰之间开始逐渐叠加,加上这三个主峰频宽的影响,两模腔场谱之间出现了十分明显的干涉现象。图4给出了 Δ 在 $0.2g$ 和 $0.8g$ 之间变化时,两种计算方法的对比图。在 $\Delta=0.8g$ 时腔场谱出现了显著的干涉相消作用,不考虑干涉情况下的两个峰被相干消去。在 $\Delta=0.4g$ 时干涉效应使腔场谱相干增强为4个峰,而不考虑干涉情况下的腔场谱为双峰结构。在 $\Delta=0.2g$ 这个极限情况下两模间的干涉效应使腔场谱出现4峰结构,而不考虑干涉时的腔场谱为3峰结构。这是由于在 $\Delta=0.2g$ 时,两模腔场谱的所有谱线几乎全部叠加在一起,两模腔场谱之间的干涉效应尤为明显。研究发现在干涉增强和相消之间没有明显的临界点,原因是:模Ⅰ和模Ⅱ的三个主峰都有一定的频宽,在频宽的影响下干涉增强和相消的幅度或者加深或者变缓,使得干涉增强和相消之间出现不了严格的临界点。大量的数据表明两模腔场谱之间的这种干涉效应,对腔场谱的强度和频率都产生了很大的影响,在二项式光场作用下 Δ 小于 $6g$ 时,这种干涉效应不能被忽略。

4 结 论

本文讨论了在高Q腔中,具有偶极相互作用的两等同原子与双模二项式光场相互作用过程的腔场谱。数值结果表明:当 $\Delta>6g$ 时,两模间没有干涉效应时,每模腔场谱一般都是对称多峰结构;在初始场平均光子数较大时,每模腔场谱均呈现三峰结构,峰位处在 ω_i 和 $\omega_i \pm 0.7g$ 处。当两模光子数不同时,两模腔场谱的结构相互影响,其中一模腔场谱在光子数比较大的时候变为经典共振峰。在两模光场频率差 $1.4g \leq \Delta \leq 6g$ 时,两模光场间的干涉效应对腔场谱强度的影响比较明显;在 $\Delta \leq 1.4g$ 时,发现两模光场间的干涉效应对腔场谱结构有着十分明显的影响。在讨论两模二项式光场的腔场谱时,两模间的干涉效应不能被忽略。

参 考 文 献

- G. Rempe, H. Walther. Observation of quantum collapse and revival in an one-atom maser[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**(4): 353~356
- R. J. Tompson, G. Rempe, H. J. Kimble. Observation of normal-mode splitting for an atom in an optical cavity[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(8): 1132~1135
- J. H. Eberly, K. Wodkiewicz. The time-dependent physical spectrum of light[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1977, **67**(9): 1252~1261
- Yang Zhiyong. Emission spectrum for a pair of identical two-level atoms interacting with three mode cavity fields resonantly through 6 photon process[J]. *Acta Optica Sinica*, 1997, **17**(5): 513~519 (in Chinese)
- 杨志勇. 两等同双能级原子与三模腔场六光子共振相互作用辐射谱研究[J]. 光学学报, 1997, **17**(5): 513~519
- Feng Jian, Song Tongqiang, Wang Wenzheng et al.. Raman interaction of a pair of two-level atoms with two-mode cavity fields[J]. *Acta Optica Sinica*, 1994, **14**(12): 1272~1276 (in Chinese)
- 冯健,宋同强,王文正等. 两个双能级原子与双模腔场的拉曼相互作用[J]. 光学学报, 1994, **14**(12): 1272~1276
- Feng Jian, Song Tongqiang, Wang Wenzheng et al.. Emission spectra of two atoms coupled by dipole-dipole force in two-mode cavity fields[J]. *Acta Physica Sinica*, 1994, **43**(12): 1966~1972 (in Chinese)
- 冯健,宋同强,王文正等. 双模腔场中两偶极相互作用原子的辐射谱[J]. 物理学报, 1994, **43**(12): 1966~1972
- Luo Zhenfei, Xu Zhizhan, Xu Lei. Raman interaction of a pair of two-level atoms with a radiation field[J]. *Acta Physica Sinica*, 1992, **41**(12): 1950~1954 (in Chinese)
- 罗振飞,徐至展,徐磊. 两个双能级原子与辐射场的拉曼相互作用[J]. 物理学报, 1992, **41**(12): 1950~1954
- Yun-Feng Gao, Jian Feng, Shu-Ren Shi. Cavity field spectra of the intensity-dependent two-mode Jaynes-Cummings model[J]. *Int. J. Theor. Phys.*, 2002, **41**(5): 867~875
- Gao Yunfeng, Feng Jian, Song Tongqiang. Cavity field spectra of two-atom in a cavity with two-mode radiation field[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(9): 1194~1120 (in Chinese)
- 高云峰,冯健,宋同强.“两原子-双模腔场”系统的腔场谱[J]. 光学学报, 2000, **20**(9): 1194~1200
- T. Nasreen, M. S. K. Razmi. Atomic emission and cavity field spectra for a two-photon Jaynes-Cummings model in the presence of the Stark shift [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1993, **10**(7): 1292~1300
- Li Yueki, Zhang Guiming, Gao Yunfeng. Cavity-field spectra of two nonidentical atoms interacting with single-mode quantized radiation field[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(8): 1131~1135 (in Chinese)
- 李悦科,张桂明,高云峰. 非等同两原子与光场相互作用系统的腔场谱[J]. 光学学报, 2005, **25**(8): 1131~1135
- Qing-Cun Zhou, Shi-Ning Zhu, Nai-Ben Ming. Emission and cavity-field spectra in a cascade three-level system interacting with a single-mode field[J]. *Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 2005, **38**(23): 4309~4320
- Gao Yunfeng, Feng Jian, Shi Shuren. Cavity field spectra of intensity-dependent two-mode Jaynes-Cumming model in the presence of Pair-Coherent states[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(11): 1303~1306 (in Chinese)
- 高云峰,冯健,史舒人. 双相干态与原子依赖强度耦合过程的腔场谱[J]. 光子学报, 2001, **30**(11): 1303~1306
- D. Stoler, B. E. A. Saleh, M. C. Teich. Binomial states of the quantized radiation field[J]. *Opt. Acta*, 1985, **32**(3): 345~355
- G. S. Agarwal. Negative binomial states of the field-operator representation and production by state reduction in optical process [J]. *Phys. Rev. A*, 1992, **45**(3): 1787~1792
- Fan Hongyi, Jing Sicong. Connection of a type of q -deformed binomial state with q -spin coherent states[J]. *Phys. Rev. A*, 1994, **50**(2): 1909~1912
- A. V. Barranco, J. A. Roversi. Statistical and phase properties of the binomial states of the electromagnetic field[J]. *Phys. Rev. A*, 1994, **50**(6): 5233~5241
- G. Dattoli, J. Galarde, A. Torre. Binomial states of the quantized radiation field: comment[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1987, **4**(2): 185~187
- Shih-Chuan Gou. Quantum behavior of a two-level atom interacting with two modes of light in a cavity[J]. *Phys. Rev. A*, 1989, **40**(9): 5116~5128