

文章编号: 0253-2239(2007)12-2110-7

利用偏振度研究散射介质浓度及杂质比的数值分析*

赵一鸣 江月松 路小梅

(北京航空航天大学电子信息工程学院, 北京 100083)

摘要: 为了研究散射介质的粒子数浓度对散射光偏振度的影响以及杂质混合比与目标偏振度的关系,求解了当激光器输出波长处于近红外波段 806 nm 时目标的米勒矩阵及偏振度的数值解,结果表明偏振度随散射介质粒子数浓度的变化十分显著;通过建立混合目标模型,讨论了杂质比与偏振度的数值关系,并对目标的偏振度进行了归一化,而且实现了由归一化偏振度对杂质混合比的反演。本文的研究结果为利用散射光偏振度研究大气遥感提供了新的途径。

关键词: 散射偏振; 目标偏振度的数值分析; 浓度; 米勒矩阵; 杂质比

中图分类号: O436.3 文献标识码: A

The Numerical Analysis on the Concentration of the Scattering Medium and the Ratio of the Impurity with the Method of Polarization Degree

Zhao Yiming Jiang Yuesong Lu Xiaomei

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

Abstract: In order to research the effects of the concentration of the scattered medium on the polarization degree of the scattered light in near-infrared detection and the relation of the polarization degree of the target and the ratio of the impurity, the numerical results of the Müller matrix and the polarization degree were calculated. The results showed that the concentration of the scattered medium has significant effect on the depolarization degree of the scattered light. And then the numerical relation between the polarization degree of the target and the ratio of the impurity were discussed by building the mixed target model. The normalized polarization degree was obtained in addition. The inversion result of the ratio of the impurity can be obtained from the normalized polarization degree. The result can be applied as a new approach of the atmosphere remote sensing.

Key words: scattering polarization; numerical analysis of the polarization degree of the target; concentration; Müller matrix; ratio of the impurity

1 引 言

目标散射光的偏振特性,可以提供更多的目标信息,能够有效地检测散射介质的内部特征、目标参量等目标信息^[1,2],在目标识别、植被、农作物遥感、大气气溶胶、大气污染物、有害气体、河流污染物的遥感探测中有重要的应用价值^[3~7]。

对散射光偏振度特性的理论研究是散射光偏振度探测应用的必要理论基础。本文首先从米勒

(Müller)矩阵的数值求解入手,分析了散射介质浓度对入射偏振光的散射光偏振度的影响,得出了在近红外波段 $\lambda=806$ nm 散射光的偏振度与散射介质的粒子数浓度之间的变化关系,并进行了数值模拟计算,研究了散射介质的偏振度随混合物杂质比的变化,并对混合目标的偏振度进行了归一化,用以研究利用偏振度探测目标杂质的比例以及污染物的比例;结果表明,偏振激光是研究散射介质浓度的有

* 国家自然科学基金(40571097)和航空基础科学基金(05F51073)资助课题。

作者简介: 赵一鸣(1983—),女,辽宁辽阳人,博士研究生,主要从事偏振成像、红外探测、遥感等方面的研究。

E-mail: zym_bird@sohu.com

导师简介: 江月松(1959—),男,江苏淮阴人,博士生导师,主要从事红外与激光技术、光电成像遥感理论与技术等方面的研究。E-mail: yuesongjiang@vip.sina.com

收稿日期: 2007-03-26; 收到修改稿日期: 2007-06-10

效手段并且可以有效地探测混合物中各类物质所含的比例。

2 米勒矩阵与偏振度

用斯托克斯(Stocks)矢量描述光的偏振状态:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{其中: } I &= E_v E_v^* + E_h E_h^*, \\ Q &= E_v E_v^* - E_h E_h^*, \\ U &= E_v E_h^* + E_h E_v^*, \\ V &= j(E_v E_h^* - E_h E_v^*), \end{aligned} \quad (2)$$

目标与入射光 \mathbf{S}_{in} 的斯托克斯矢量和散射光 \mathbf{S}_{out} 的斯托克斯矢量的偏振态之间的关系可以用米勒矩阵 \mathbf{M} 来表征:

$$\mathbf{S}_{out} = \mathbf{M} \mathbf{S}_{in}. \quad (3)$$

这里我们将主要研究目标对入射偏振光散射后的光偏振状态的变化情况,因此米勒矩阵可以简写

作(4)式,非主对角线上的元素为零^[8]:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{00} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{33} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中 m_{00} 为总散射系数, m_{11} 和 m_{22} 为散射光的两个正交方向的线偏振系数, m_{33} 为散射光中圆偏振光的偏振系数。散射偏转光的偏振度的定义为^[9]

$$p = \frac{|m_{11}| + |m_{22}| + |m_{33}|}{3m_{00}}. \quad (5)$$

3 米勒矩阵及偏振度的计算

3.1 散射振幅函数

散射场可以通过散射振幅函数表示为

$$\begin{bmatrix} E_v \\ E_h \end{bmatrix} = \frac{\exp(ikr)}{r} \begin{bmatrix} f_{vv} & f_{vh} \\ f_{hv} & f_{hh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{vi} \\ E_{hi} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中 $\begin{bmatrix} f_{vv} & f_{vh} \\ f_{hv} & f_{hh} \end{bmatrix}$ 称为散射矩阵。散射矩阵通过求解 T- 矩阵解得^[11]:

$$\begin{aligned} f_{vv}(\theta, \phi; \theta', \phi') &= \frac{3}{2k} [T_1(\hat{\theta} \cdot \hat{\theta}') + (T_0 - T_1)(\hat{\theta} \cdot \mathbf{z}_b)(\mathbf{z}_b \cdot \hat{\theta}')], \\ f_{vh}(\theta, \phi; \theta', \phi') &= \frac{3}{2k} [T_1(\hat{\theta} \cdot \hat{\phi}') + (T_0 - T_1)(\hat{\theta} \cdot \mathbf{z}_b)(\mathbf{z}_b \cdot \hat{\phi}')], \\ f_{hv}(\theta, \phi; \theta', \phi') &= \frac{3}{2k} [T_1(\hat{\phi} \cdot \hat{\theta}') + (T_0 - T_1)(\hat{\phi} \cdot \mathbf{z}_b)(\mathbf{z}_b \cdot \hat{\theta}')], \\ f_{hh}(\theta, \phi; \theta', \phi') &= \frac{3}{2k} [T_1(\hat{\phi} \cdot \hat{\phi}') + (T_0 - T_1)(\hat{\phi} \cdot \mathbf{z}_b)(\mathbf{z}_b \cdot \hat{\phi}')], \end{aligned} \quad (7)$$

其中 \mathbf{z}_b 是椭球到粒子的长轴单位矢量, $\hat{\phi}, \hat{\theta}$ 为球坐标下矢量分量,

$$\begin{aligned} T_0 &= it_0 - t_0^2, \quad t_0 = \frac{2}{9} \cdot \frac{k^3 ar^2 cr(\epsilon/\epsilon_0 - 1)}{1 + v_d A_c} \\ T_1 &= it_1 - t_1^2, \quad t_1 = \frac{2}{9} \cdot \frac{k^3 ar^2 cr(\epsilon/\epsilon_0 - 1)}{1 + v_d A_a} \end{aligned} \quad (8)$$

对于扁椭球: 粒子半径 $br = cr < ar$,

$$A_c = \frac{2}{(ar^2 - cr^2)^{3/2}} \left(\frac{\sqrt{ar^2 - cr^2}}{cr} - \arctan \frac{\sqrt{ar^2 - cr^2}}{cr} \right), \quad (9)$$

对于长椭球: 粒子半径 $br = cr > ar$,

$$A_c = -\frac{1}{cr^3 e^3} \left(2e + \ln \frac{1-e}{1+e} \right), \quad (10)$$

其中 k 为波数, $e = \sqrt{1 - ar^2/(cr^2)}$ 为偏心率, $v_d = ar^2 cr(\epsilon/\epsilon_0 - 1)/2$, $A_a = \frac{1}{ar^2 cr} - \frac{A_c}{2}$ 。

3.2 米勒矩阵的数值求解

通过求解矢量传输(VRT)方程求解目标的米勒矩阵,根据(5)式可以求得目标散射光的偏振度。单层散射介质的矢量传输方程为^[10]

$$\cos \theta \frac{d}{dz} \bar{\mathbf{I}}_0(\theta, \phi, z) = -k_c(\theta) \bar{\mathbf{I}}_0(\theta, \phi, z) + \bar{\mathbf{I}}_e(\theta, \phi) + \int d\bar{\Omega}' \bar{\mathbf{P}}(\theta, \phi; \theta', \phi') \cdot \bar{\mathbf{I}}(\theta', \phi', z), \quad (11)$$

矢量传输方程(11)边界条件为^[10]

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{I}}(\pi - \theta, \phi, z = 0) &= \bar{\mathbf{I}}_0 \delta(\cos \theta - \cos \theta_0) \delta(\phi - \phi_0), \\ \bar{\mathbf{I}}(\theta, \phi, z = -d) &= \bar{\mathbf{R}}(\theta) \cdot \bar{\mathbf{I}}(\pi - \theta, \phi, z = -d),\end{aligned}\quad (12)$$

可以看出式(11)是线性方程,散射光的斯托克斯矢量与入射光的斯托克斯矢量成正比,其耦合矩阵定义为米勒矩阵,则可以表示为

$$\mathbf{I}_s(\theta, \phi) = \mathbf{M}(\theta, \phi, \pi - \theta_0, \phi_0) \cdot \mathbf{I}_0, \quad (13)$$

其中 (θ_0, ϕ_0) 为入射角, $\bar{\mathbf{I}}_0(\theta_0, \phi_0, z)$, $\bar{\mathbf{I}}(\theta, \phi, z)$ 分别为入射光和散射光的斯托克斯矢量, $\mathbf{M}(\theta, \phi, \pi - \theta_0, \phi_0)$ 为目标的米勒矩阵。(11)式中散射粒子的消光系数表示散射粒子的吸收系数和散射系数之和,可以由散射振幅函数求得其数值解^[10]:

$$\bar{\mathbf{k}}_e(\theta, \phi) = \frac{2\pi n_0}{k} \begin{bmatrix} 2\text{Im}\langle f_{vv}^0 \rangle & 0 & \text{Im}\langle f_{vh}^0 \rangle & -\text{Re}\langle f_{vh}^0 \rangle \\ 0 & 2\text{Im}\langle f_{hh}^0 \rangle & \text{Im}\langle f_{hv}^0 \rangle & \text{Re}\langle f_{hv}^0 \rangle \\ 2\text{Im}\langle f_{hv}^0 \rangle & 2\text{Im}\langle f_{vh}^0 \rangle & \text{Im}\langle f_{hh}^0 + f_{vv}^0 \rangle & \text{Re}\langle f_{vv}^0 - f_{hh}^0 \rangle \\ 2\text{Re}\langle f_{hv}^0 \rangle & -2\text{Re}\langle f_{vh}^0 \rangle & \text{Re}\langle f_{hh}^0 - f_{vv}^0 \rangle & \text{Im}\langle f_{hh}^0 + f_{vv}^0 \rangle \end{bmatrix}, \quad (14)$$

相矩阵 $\bar{\mathbf{P}}(\theta_0, \phi_0; \theta, \phi)$ 表示来自各个方向 $\int d\Omega'$ 的散射场和入射场的耦合,也可由散射振幅函数求得^[10]

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{P}}(\theta, \varphi; \theta', \varphi') &= n_0 \bar{\mathbf{L}}(\theta, \varphi; \theta', \varphi') = \\ n_0 &= \begin{bmatrix} \langle |f_{vv}|^2 \rangle & \langle |f_{vh}|^2 \rangle & \text{Re}\langle f_{vv} f_{vh}^* \rangle & -\text{Im}\langle f_{vv} f_{vh}^* \rangle \\ \langle |f_{hv}|^2 \rangle & \langle |f_{hh}|^2 \rangle & \text{Re}\langle f_{hv} f_{hh}^* \rangle & -\text{Im}\langle f_{hv} f_{hh}^* \rangle \\ 2\text{Re}\langle f_{vv} f_{hv}^* \rangle & 2\text{Re}\langle f_{vh} f_{hh}^* \rangle & \text{Re}\langle f_{vv} f_{hh}^* + f_{vh} f_{hv}^* \rangle & -\text{Im}\langle f_{vv} f_{hh}^* - f_{vh} f_{hv}^* \rangle \\ 2\text{Im}\langle f_{vv} f_{hv}^* \rangle & 2\text{Im}\langle f_{vh} f_{hh}^* \rangle & \text{Im}\langle f_{vv} f_{hh}^* + f_{vh} f_{hv}^* \rangle & \text{Re}\langle f_{vv} f_{hh}^* - f_{vh} f_{hv}^* \rangle \end{bmatrix},\end{aligned}\quad (15)$$

热辐射源 $\bar{\mathbf{I}}(\theta, \phi)$ 在主动遥感中可以忽略。

将矢量传输方程进一步写为^[10] $0 \leq \theta \leq \pi/2, 0 \leq \phi \leq 2\pi$:

$$\cos \theta \frac{d}{dz} \bar{\mathbf{I}}(\theta, \phi, z) = -\bar{\mathbf{K}}_e(\theta, \phi) \cdot \bar{\mathbf{I}}(\theta, \phi, z) + \bar{\mathbf{S}}(\theta, \phi, z), \quad (16a)$$

$$-\cos \theta \frac{d}{dz} \bar{\mathbf{I}}(\pi - \theta, \phi, z) = -\bar{\mathbf{K}}_e(\theta, \phi) \cdot \bar{\mathbf{I}}(\pi - \theta, \phi, z) + \bar{\mathbf{W}}(\theta, \phi, z), \quad (16b)$$

$$\bar{\mathbf{S}}(\theta, \phi, z) = \int_0^{2\pi} d\phi' \int_0^{2\pi} d\theta' \sin \theta' [\bar{\mathbf{P}}(\theta, \phi; \theta', \phi') \cdot \bar{\mathbf{I}}(\theta', \phi', z) + \bar{\mathbf{P}}(\theta, \phi; \pi - \theta', \phi') \cdot \bar{\mathbf{I}}(\pi - \theta', \phi', z)],$$

$$\bar{\mathbf{W}}(\theta, \phi, z) = \int_0^{2\pi} d\phi' \int_0^{2\pi} d\theta' \sin \theta' [\bar{\mathbf{P}}(\pi - \theta, \phi; \theta', \phi') \cdot \bar{\mathbf{I}}(\theta', \phi', z) + \bar{\mathbf{P}}(\pi - \theta, \phi; \pi - \theta', \phi') \cdot \bar{\mathbf{I}}(\pi - \theta', \phi', z)],$$

其中 $\bar{\mathbf{S}}, \bar{\mathbf{W}}$ 为源项。通过求得无源时方程(16)的解,再由变参量法求解有源时的特解。得到矢量传输方程积分形式解式(17),将(17)式的第一项作为阶解,用迭代法求解得到米勒矩阵的一阶解为(18)式:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{I}}(\pi - \theta, \phi, z) &= \bar{\mathbf{E}}(\pi - \theta, \phi) \bar{\mathbf{D}}[\boldsymbol{\beta}(\pi - \theta, \phi) z \sec \theta] \bar{\mathbf{E}}^{-1}(\pi - \theta, \phi) \bar{\mathbf{I}}^0 \times \delta(\cos \theta - \cos \theta_0) \delta(\phi - \phi_0) + \\ &\int_z^0 dz' \{ \bar{\mathbf{E}}(\pi - \theta, \phi) \bar{\mathbf{D}}[\boldsymbol{\beta}(\pi - \theta, \phi) (z - z') \sec \theta] \cdot \bar{\mathbf{E}}^{-1}(\pi - \theta, \phi) \bar{\mathbf{W}}(\theta, \phi, z') \},\end{aligned}\quad (17a)$$

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{I}}(\theta, \phi, z) &= \bar{\mathbf{E}}(\theta, \phi) \bar{\mathbf{D}}[-\boldsymbol{\beta}(\theta, \phi) (z + d) \sec \theta] \bar{\mathbf{E}}^{-1}(\theta, \phi) \bar{\mathbf{R}}(\theta) \bar{\mathbf{E}}(\pi - \theta, \phi) \bar{\mathbf{D}}[-\boldsymbol{\beta}(\pi - \theta, \phi) d \sec \theta] \times \\ &\bar{\mathbf{E}}^{-1}(\pi - \theta, \phi) \bar{\mathbf{I}}^0 \times \delta(\cos \theta - \cos \theta_0) \delta(\phi - \phi_0) + \bar{\mathbf{E}}(\theta, \phi) \bar{\mathbf{D}}[-\boldsymbol{\beta}(\theta, \phi) (z' + d) \sec \theta] \times \\ &\int_{-d}^0 dz' \{ \bar{\mathbf{E}}^{-1}(\theta, \phi) \bar{\mathbf{R}}(\theta) \bar{\mathbf{E}}(\pi - \theta, \phi) \bar{\mathbf{D}}[-\boldsymbol{\beta}(\pi - \theta, \phi) (z' + d) \sec \theta] \cdot \bar{\mathbf{E}}^{-1}(\pi - \theta, \phi) \bar{\mathbf{W}}(\theta, \phi, z') \} + \\ &\int_{-d}^{\pi} dz' \bar{\mathbf{E}}(\theta, \phi) \bar{\mathbf{D}}[\boldsymbol{\beta}(\theta, \phi) (z' - z) \sec \theta] \bar{\mathbf{E}}^{-1}(\theta, \phi) \bar{\mathbf{S}}(\theta, \phi, z'),\end{aligned}\quad (17b)$$

$$\begin{aligned}
\bar{M}_{ij}^{(1)}(\theta, \phi; \pi - \theta_0, \phi_0) = & \sum_{k,i} \sec \theta \{ \bar{\mathbf{E}}(\theta, \phi) \bar{\mathbf{D}}[-\boldsymbol{\beta}(\theta, \phi) d \sec \theta] \bar{\mathbf{E}}^{-1}(\theta, \phi) \bar{\mathbf{R}}(\theta) \cdot \bar{\mathbf{E}}(\pi - \theta, \phi) \}_{ok} \times \\
& \{ \bar{\mathbf{E}}^{-1}(\pi - \theta, \phi) \bar{\mathbf{P}}(\pi - \theta, \phi; \theta_0, \phi_0) \bar{\mathbf{E}}(\theta_0, \phi_0) \}_{ki} \cdot \frac{1 - \exp[-\boldsymbol{\beta}_k(\pi - \theta, \phi) d \sec \theta - \boldsymbol{\beta}_i(\theta_0, \phi_0) d \sec \theta_0]}{\boldsymbol{\beta}_k(\pi - \theta, \phi) \sec \theta + \boldsymbol{\beta}_i(\theta_0, \phi_0) \sec \theta_0} \times \\
& \{ \bar{\mathbf{E}}(\theta_0, \phi_0) \cdot \bar{\mathbf{R}}(\theta_0) \bar{\mathbf{E}}(\pi - \theta_0, \phi_0) \bar{\mathbf{D}}[-\boldsymbol{\beta}(\pi - \theta_0, \phi_0) d \sec \theta_0] \bar{\mathbf{E}}^{-1}(\pi - \theta_0, \phi_0) \}_{i0} + \\
& \sum_{k,i} \sec \{ \bar{\mathbf{E}}(\theta, \phi) \bar{\mathbf{D}}[-\boldsymbol{\beta}(\theta, \phi) d \sec \theta] \bar{\mathbf{E}}^{-1}(\theta, \phi) \bar{\mathbf{R}}(\theta) \cdot \bar{\mathbf{E}}(\pi - \theta, \phi) \}_{i,k} \times \\
& \{ \bar{\mathbf{E}}^{-1}(\pi - \theta, \phi) \bar{\mathbf{P}}(\pi - \theta, \phi; \pi - \theta_0, \phi_0) \bar{\mathbf{E}}(\pi - \theta_0, \phi_0) \}_{ki} \cdot \\
& \frac{\exp[-\boldsymbol{\beta}_k(\pi - \theta, \phi) d \sec \theta - \boldsymbol{\beta}_i(\pi - \theta_0, \phi_0) d \sec \theta_0]}{\boldsymbol{\beta}_i(\pi - \theta_0, \phi_0) \sec \theta_0 - \boldsymbol{\beta}_k(\pi - \theta, \phi) \sec \theta} \{ \bar{\mathbf{E}}^{-1}(\pi - \theta_0, \phi_0) \}_{i0} + \\
& \sec \theta \sum_{k,i} \mathbf{E}_{ik}(\theta, \phi) \{ \bar{\mathbf{E}}^{-1}(\theta, \phi) \bar{\mathbf{P}}(\theta, \phi; \theta_0, \phi_0) \bar{\mathbf{E}}(\theta_0, \phi_0) \}_{ki} \cdot \frac{\exp[-\boldsymbol{\beta}_k(\theta, \phi) d \sec \theta - \boldsymbol{\beta}_i(\theta_0, \phi_0) d \sec \theta_0]}{\boldsymbol{\beta}_i(\theta_0, \phi_0) \sec \theta_0 - \boldsymbol{\beta}_k(\theta, \phi) \sec \theta} \times \\
& \{ \bar{\mathbf{E}}^{-1}(\theta_0, \phi_0) \bar{\mathbf{R}}(\theta_0) \cdot \bar{\mathbf{E}}(\pi - \theta_0, \phi_0) \bar{\mathbf{D}}[-\boldsymbol{\beta}(\pi - \theta_0, \phi_0) d \sec \theta_0] \bar{\mathbf{E}}^{-1}(\pi - \theta_0, \phi_0) \}_{i0} + \\
& \sec \theta \sum_{k,i} \bar{\mathbf{E}}_{ok}(\theta, \phi) \{ \bar{\mathbf{E}}^{-1}(\theta, \phi) \bar{\mathbf{P}}(\theta, \phi; \pi - \theta_0, \phi_0) \bar{\mathbf{E}}(\pi - \theta_0, \phi_0) \}_{ki} \cdot \\
& \frac{1 - \exp[-\boldsymbol{\beta}_k(\theta, \phi) d \sec \theta - \boldsymbol{\beta}_i(\pi - \theta_0, \phi_0) d \sec \theta_0]}{\boldsymbol{\beta}_k(\theta, \phi) \sec \theta - \boldsymbol{\beta}_i(\pi - \theta_0, \phi_0) \sec \theta_0} \{ \bar{\mathbf{E}}^{-1}(\pi - \theta_0, \phi_0) \}_{i0}, \quad (18)
\end{aligned}$$

其中特征向量 $\boldsymbol{\beta}(\theta, \phi)$ 均是散射振幅函数的 4×4 矩阵, 特征矩阵 $\bar{\mathbf{E}}(\theta, \phi)$, 对角阵 $\bar{\mathbf{D}}[\boldsymbol{\beta}(\theta, \phi) d \sec \theta]$ 也由散射振幅函数求得^[10]。取其中的米勒矩阵元 $m_{00}, m_{11}, m_{22}, m_{33}$, 可以进一步根据(5)式求得非球形粒子的偏振度。

3.3 数值模拟及结果讨论

3.3.1 粒子数浓度与散射光偏振度的关系

后向散射方向上, 入射角等于散射角 $\theta = \theta_0$, 取探测角 $\theta = \theta_0 = 30^\circ$, 激光器输出波长为 $\lambda = 806 \text{ nm}$, 以椭球形粒子作为散射粒子的模型, 粒子模型如图 1 所示。散射介质的粒子半径为 $ar = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$, $br = cr = ar/5$, 散射介质粒子数浓度取 $1.05 \times 10^9 \sim 3.79 \times 10^{11} / \text{m}^3$ 范围内的 100 组数。

通过求解米勒矩阵, 解得偏振度的数值解, 用 MATLAB 软件进行仿真, 得到四组不同介电常量

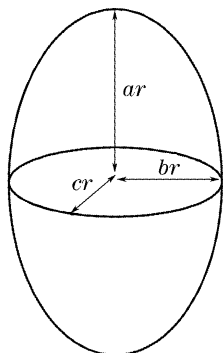


图 1 非球形粒子的模型图

Fig. 1 The model of the non-spherical particle

的散射介质浓度与后向散射光偏振度的二维关系图。如图 2 所示。

图 2(a)~图 2(d)分别是介电常量为 $2.2197 + 0.0596i, 2.336 + 0.2142i, 2.4006 + 0.1364i, 2.99 + 1.8i$, 散射介质的粒子数浓度与后向散射光偏振度的关系图。当激光器输出波长为 $\lambda = 806 \text{ nm}$ 时, 后向散射光的偏振度随散射介质粒子数浓度的变化呈现为一个非线性曲线。当散射介质的介电常量为 $\epsilon_1 = 2.2197 + 0.0596i$ 和 $\epsilon_2 = 2.336 + 0.2142i$ 时, 粒子数浓度位于 $1.05 \times 10^9 \sim 1.65 \times 10^{11} / \text{m}^3$ 范围内时, 曲线呈现为一个开口向下的类抛物线; 在散射介质粒子数浓度在 $1.65 \times 10^{11} \sim 3.79 \times 10^{11} / \text{m}^3$ 范围内为一条逐渐上升的曲线, 并且在粒子数浓度 $n_0 = 0.7 \times 10^{11}$ 和 $n_0 = 3.79 \times 10^{11} / \text{m}^3$ 时, 散射光的偏振度达到最大值分别为 0.58 和 0.83。当散射介质的介电常量为 $\epsilon_3 = 2.4006 + 0.1364i$ 和 $\epsilon_4 = 2.99 + 1.8i$ 时, 粒子数浓度分别在 $1.05 \times 10^9 \sim 1.37 \times 10^{11} / \text{m}^3$ 和 $1.05 \times 10^9 \sim 5.77 \times 10^{10} / \text{m}^3$ 范围内, 曲线呈现为一个开口向下的类抛物线; 散射介质粒子数浓度分别在 $1.37 \times 10^{11} \sim 3.79 \times 10^{11} / \text{m}^3$ 和 $0.58 \times 10^{10} \sim 3.79 \times 10^{11} / \text{m}^3$ 范围内时, 为一条逐渐上升的曲线; 并且分别在 $n_0 = 3.79 \times 10^{11}$ 和 $n_0 = 2.68 \times 10^{11} / \text{m}^3$ 时, 散射光的偏振度分别达到最大值 0.75 和 0.91。从所得到的四幅图中可以很明显地看出, 在后向散射方向, 散射介质的粒子数浓度是影响散射介质偏振度的一个重

要因素,散射光的偏振度随散射介质粒子数浓度的变化比较敏感;散射光偏振度在散射介质粒子数浓度较

大的区域相对浓度小的区域变化较为平缓。

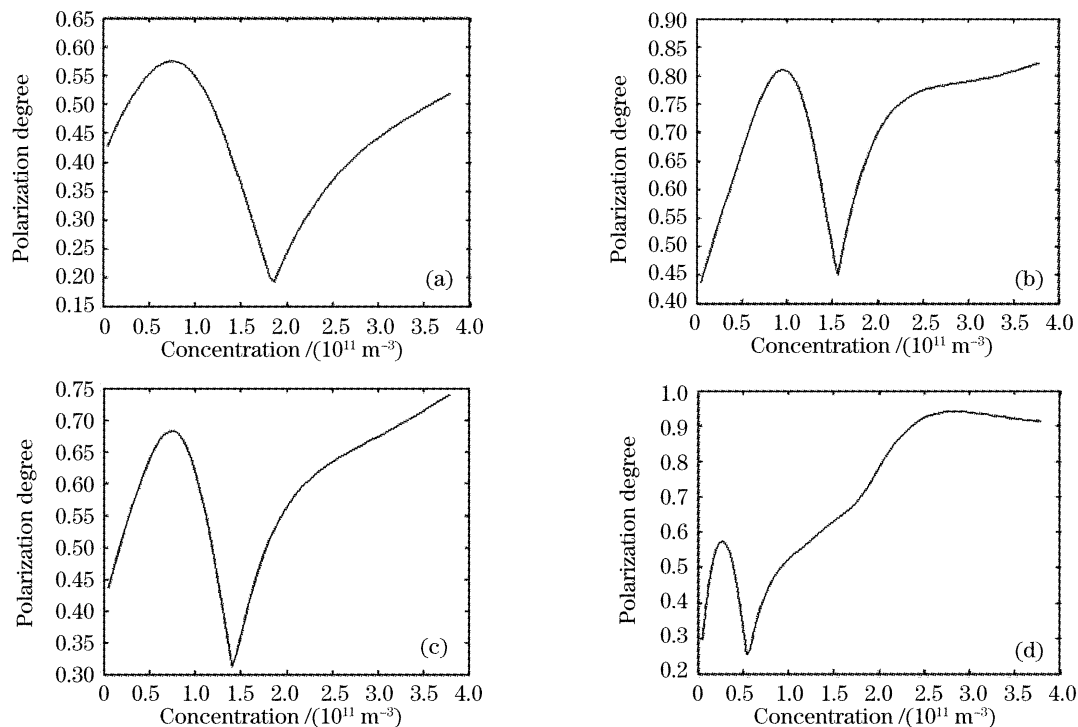


图 2 图 2 后向散射方向散射介质粒子数浓度与散射光偏振度的变化关系。介电常量 $\epsilon_1=2.2197+0.0596i$ (a), $\epsilon_2=2.336+0.2142i$ (b), $\epsilon_3=2.4006+0.136i$ (c), $\epsilon_4=2.99+1.8i$ (d)

Fig. 2 The variation of polarization degree of the backscattered light with the numerical density of the scattered medium. Electric permittivity $\epsilon_1=2.2197+0.0596i$ (a), $\epsilon_2=2.336+0.2142i$ (b), $\epsilon_3=2.4006+0.136i$ (c), $\epsilon_4=2.99+1.8i$ (d)

3.3.2 偏振度随散射介质粒子数浓度的变化

取激光器输出波长为 $\lambda=806\text{ nm}$, 散射介质的介电常量为 $2.336+0.2142i$, 粒子半径为 $ar=5\times 10^{-7}\text{ m}$, $br=cr=ar/5$, 入射角为 $\theta_0=30^\circ$ 。通过计算米勒矩阵求得散射光的偏振度, 通过 Matlab 软件进行仿真模拟, 得到散射光偏振度、探测角、散射介质粒子数浓度之间的三维关系, 如图 3 所示。

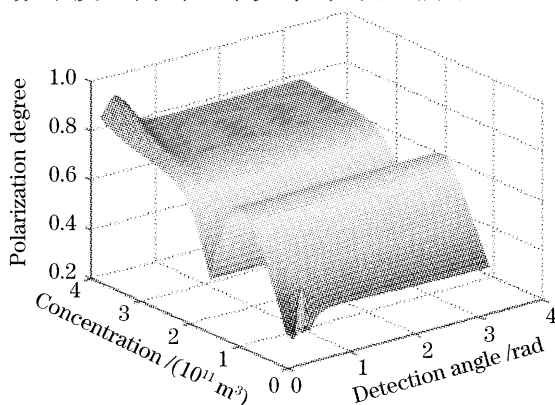


图 3 探测角取 $0\sim\pi$ 时散射介质粒子数浓度与散射光偏振度的变化关系

Fig. 3 The variation of polarization degree with the numerical density of the scattered medium as the detection angle is $0\sim\pi$

通过图 3 所示的三维关系图可以看出, 偏振度随散射介质粒子数浓度与探测角的变化成非线性关系, 为一个“N”字母形的曲面。在探测角较小的范围内, 散射光的偏振度会随着探测角的变化发生小的波动。这是由于较小的探测角会对偏振度的探测产生不稳定的结果。散射光随散射介质粒子数浓度和探测角的变化关系中, 散射介质粒子数浓度起重要作用。而且散射介质粒子数浓度较大的区域, 其散射光偏振度变化比浓度小的区域平缓。这一结果为大气气溶胶、大气污染物及有害气体浓度的探测提供了新的思路。

4 散射介质混合比与偏振度的关系

4.1 混合比与偏振度的关系

混合物的混合比可以作为检测污染物或者杂质含量的参量。

定义选择目标中杂质为目标 A, 在混合物中所占比例为 q ; 目标 B 为混合物中有价值的物质, 在混合目标中所占比例为 $1-q$, 定义 q 为混合比。目标 A, B 的米勒矩阵分别为 M_A, M_B , 偏振度分别为 P_A, P_B , 混合目标的米勒矩阵为 M :

$$\mathbf{M} = q\mathbf{M}_A + (1-q)\mathbf{M}_B, \quad (19)$$

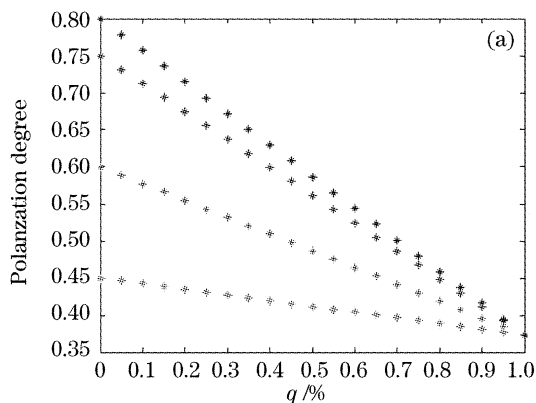
根据(19)式得到混合目标散射光偏振度为

$$p = \frac{1}{3[q(m_{00A} - m_{00B}) + m_{00B}]} \cdot \sum_{i=1}^3 |q(m_{iiA} - m_{iiB}) + m_{iiB}|, \quad (20)$$

米勒矩阵采用归一化的矩阵时, 即 $m_{00} = 1$, 则(20)式可进一步写为:

$$p = q \cdot p_A + (1-q)p_B. \quad (21)$$

(20)式混合目标米勒矩阵 \mathbf{M} 的定义将目标 A、



B 的米勒矩阵与混合目标的混合比 q 联系起来, 以此研究目标中杂质的比例与混合目标偏振度之间的关系。以在 808 nm 的偏振度为 $p_A = 0.3733$ 的沙砾为杂质^[7], 根据 3.3.1 节中求解得到的气溶胶的偏振度, 选择其中 $p_B = 0.45, 0.60, 0.75, 0.80$ 的四组目标, 根据(21)式求解混合目标偏振度的数值解, 并通过 Matlab 进行数值模拟, 研究所含杂质比例与混合目标偏振度的关系。结果如图 4(a)所示。

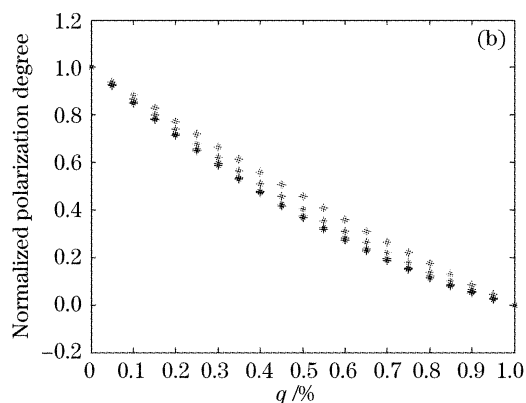


图 4 气溶胶散射光偏振度(a)及归一化偏振度(b)随沙砾比例的变化关系

Fig. 4 Variation of the polarization degree (a) and normalized polarization degree (b) of the aerosol with the ratio of sand

通过图 4(a)看到, 偏振度和混合物的混合比 q 建立直接的一一对应关系, 可以通过散射光的偏振度直接研究混合物的混合比的变化, 探测混合物中污染物、有毒物质、杂质等的含量的变化。为大气污染、有害气体、河流污染等物质的探测提供了新的思路和方法。

4.2 混合目标偏振度的归一化

为了突出偏振度与混合目标混合比的关系, 将混合目标的偏振度进行归一化。定义归一化系数为 k :

$$k = (1-q)/p_B, \quad (22)$$

归一化的混合目标偏振度 p_U 为:

$$p_U = k \cdot p = k[q \cdot p_A + (1-q)p_B] = \frac{q \cdot p_A + (1-q)p_B}{1-q}, \quad (23)$$

通过(23)式, 计算得到混合目标归一化的偏振度, 并通过 Matlab 数值模拟得到的结果如图 4(b)所示。

通过归一化使得所有混合物的混合目标归一化的偏振度随混合目标混合比的变化范围在 $0 \sim 1$ 之间可以更加突出偏振度和混合比的关系, 更好的表征混合目标的混合比, 以准确探测混合物中污染物的含量。

4.3 混合目标混合比的反演

通过(23)式可以得到混合目标的混合比关于混合目标归一化偏振度的二次方程式:

$$\left(1 - \frac{p_A}{p_B}\right)q^2 + \left(\frac{p_A}{p_B} - 2\right)q + 1 - p_U = 0, \quad (24)$$

求解方程(24), 舍去不符合条件的负值解, 得到混合目标的混合比。以 $p_A = 0.3733$ 和 $p_B = 0.75$ 的杂质沙砾为例说明混合比由归一化偏振度的反演。结果如表 1 所示。

表 1 杂质比由归一化偏振度的反演结果

Table 1 The inversion result of the ratio of sand from the normalized polarization degree

P_u	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
$q / \%$	0.8287	0.5774	0.3814	0.2152	0.00681

表 1 的结果与图 4(a)所示的结果相吻合。通过混合目标归一化偏振度的反演, 可以准确的得到混合目标的混合比, 因此在混合目标确定后可以根据混合目标的偏振度实现混合目标的反演。

5 结 论

通过对散射光偏振度的理论计算和数值模拟, 研究了近红外波段, 后向散射方向散射介质粒子数浓度对散射光偏振度探测的影响; 以及入射角 $\theta_0 =$

30°时, 散射光的偏振度随散射介质的粒子数浓度及探测角的变化关系。通过建立目标的偏振度与杂质含量比例的直接关系, 并对偏振度进行了归一化以突出偏振度与混合比的关系。混合目标的杂质混合比可以由混合目标的偏振度反演得到。通过对结果的分析可以知道, 散射介质粒子数浓度的大小直接影响散射光偏振度的变化程度及取值; 混合目标的偏振度可以直接表征目标中所含杂质的比例, 并且混合比可以由目标的归一化偏振度反演得到。本文的结果为散射介质粒子数浓度的探测提供了新的途径, 并且为大气污染物、有毒物质、河流污染物等物质的探测提供了新的思路和方法。

参 考 文 献

- 1 Yang Zhiwen, Gao Shenggang, Wang Peigang. Polarization of reflected light by earth objects[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(2): 241~245 (in Chinese)
杨之文, 高胜钢, 王培纲. 几种地物反射光的偏振特性[J]. *光学学报*, 2005, **25**(2): 241~245
- 2 Deng Yong, Lu Qiang, Luo Qingming. Diffuse backscattering characteristic of linearly and circularly polarized light from turbid media[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(3): 525~529 (in Chinese)
邓 勇, 鲁 强, 骆清铭. 混浊介质中线偏振光和圆偏振光的后向漫散射特征[J]. *光子学报*, 2007, **36**(3): 525~529
- 3 Qin Zhaoyu, Cheng Zhaogu, Zhang Zhiping *et al.*. High speed and real-time measurement of Stokes parameters[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(4): 659~662 (in Chinese)
覃兆宇, 程兆谷, 张志平等. 偏振光斯托克斯参量的高速实时测量技术[J]. *光学学报*, 2007, **27**(4): 659~662
- 4 Wang Zhen, Hong Jing, Qiao Yanli *et al.*. Study of thermal polarization imaging measurement in target recognition [J]. *Optical Technique*, 2007, **33**(2): 196~201 (in Chinese)
汪 震, 洪 津, 乔延利等. 热红外偏振成像技术在目标识别中的实验研究[J]. *光学技术*, 2007, **33**(2): 196~201
- 5 R. J. Doviak, V. Bringi, A. Ryzhkov *et al.*. Consideration for polarimetric upgrades to WSR-88D radar[J]. *J. Atmospheric and Oceanic Technology*, 2000, **17**(3): 257~278
- 6 Li Xuebin, Hu Shunxing, Xu Qingshan *et al.*. Characteristics measurement of extinction and refractive index of aerosol particles [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2007, **19**(2): 207~210 (in Chinese)
李学彬, 胡顺星, 徐青山等. 大气气溶胶消光特性和折射率的测量[J]. *强激光与粒子束*, 2007, **19**(2): 207~210
- 7 Liu Jianbo, Cai Xiping. Experimental study on the laser depolarization of fog[J]. *Chin. J. Laser*, 2003, **30**(3): 219~222 (in Chinese)
刘剑波, 蔡喜平. 雾的激光退偏振现象的实验研究[J]. *中国激光*, 2003, **30**(3): 219~222
- 8 Sébastien Breugnot, Philippe Clémenceau. Modeling and performances of a polarization active imager at $\lambda=806$ nm[J]. *Opt. Engng.*, 2000, **39**(10): 2681~2688
- 9 Shih-Yan Lu, Russell A. Chipman. Interpretation of Müller matrices based on polar decomposition[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1996, **13**(5): 1106~1113
- 10 Ya-Qiu Jin. *Electromagnetic Scattering Modeling for Quantitative Remote Sensing* [M]. Singapore: World Scientific, 1994
- 11 Jin Au Kong, R. Shin. *Theory of Microwave Remote Sensing* [M]. Elsevier, 1985