

文章编号: 0253-2239(2007)11-2075-7

相位恢复算法在量子关联衍射成像中的应用研究*

刘永峰 张明辉 沈 夏 魏 青 韩申生

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘要: 随着研究工作的逐步深入,目前已经利用经典热光源实现了关联衍射成像,使得该技术有望在 X 射线以及中子衍射成像等方面得到广泛应用。在实验利用非相干光得到物体无透镜傅里叶变换频谱的基础上,采用误差消除与输入-输出恢复算法,并结合过采样理论,实现了实验所用物体透射率函数的恢复。分别得到了纯振幅物体的振幅分布函数与纯相位物体的相位分布函数。此外,还讨论了实验所得傅里叶变换频谱的噪声等因素对图像恢复结果的影响。

关键词: 量子光学; 量子信息; 量子关联衍射成像; 相位恢复

中图分类号: O431.2; O436 文献标识码: A

Application of Phase Retrieval Algorithm to Quantum Correlated Diffraction Imaging

Liu Yongfeng Zhang Minghui Shen Xia Wei Qing Han Shensheng

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, the Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

Abstract: With our research going deeply, quantum correlated diffraction imaging can be accomplished by use of classical thermal source now, which indicates its wide application in X-ray and neutron diffraction imaging. The object transmission functions are successfully retrieved from the lensless Fourier transform frequency spectrums, which are obtained in experiment using incoherent light. Using the error reduction algorithm and the input-output algorithm integrated with over sampling theory, the amplitude distribution function of amplitude-only object and the phase distribution function of pure-phase object are retrieved successfully. The influence of the noise of Fourier transform frequency spectrum in the experiment on the retrieval result is also discussed.

Key words: quantum optics; quantum information; quantum correlated diffraction imaging; phase retrieval

1 引 言

在某些情况下,相位信息与振幅信息同样重要。对于相位信息,在频率较低的波段可以直接探测得到,但是在光波段或者波长更短的波段,因为频率高达 10^{14} Hz 以上,目前探测器的响应速度无法实现直接探测,只能借助光场的干涉或衍射强度分布来间接地恢复光场的相位分布。近年来,在光场干涉与衍射研究领域,量子成像作为一个新的物理现象,引起了学者们的关注并开展了理论和实验方面的工作,起初主要是基于非经典纠缠光束开展相关研究

的^[1~3]。随着研究的不断深入,科学家们又基于统计光学理论,提出并验证了利用经典热光场同样可以实现非局域关联成像^[4~8],引导该方面研究走入一个新领域,也就是基于经典热光场的强度关联成像,使量子成像技术向实用化方向迈出重要一步^[9~13]。目前实验上已经用非相干光源实现了物体的无透镜傅里叶变换^[14,15],得到的是光场的衍射强度信息,相位信息可以用相位恢复方法来间接得到,本文结合已有的相位恢复算法来研究量子关联衍射成像中的相位恢复问题。

* 国家自然科学基金(60477007)和上海光科技特别项目基金(034119815)资助课题。

作者简介: 刘永峰(1980—),男,吉林人,硕士研究生,主要从事非局域量子关联成像方面的研究。

E-mail: yfliu349@siom.ac.cn

导师简介: 魏 青(1969—),男,陕西人,副研究员,主要从事生物光子学方面的研究。E-mail: qingw@siom.ac.cn

收稿日期: 2007-03-09; 收到修改稿日期: 2007-05-17

相位恢复问题最早的解决方法是 1972 年 R. W. Gerchberg 和 W. O. Saxton^[16] 提出的迭代算法,此算法是在空域与频域间重复进行快速傅里叶变换(FFT)及快速傅里叶逆变换(IFTT),根据已知的衍射强度分布与物体振幅分布函数逐步恢复物体的相位信息。而对于只有衍射强度为已知的相位恢复问题,可以用 Fienup 提出的误差消除算法来解决^[17],此算法要求从频谱强度分布来推测出物体的范围,因此所推测的物体范围直接影响恢复结果的质量。Gerchberg-Saxton 迭代法与 Fienup 的误差消除方法奠定了用迭代算法解决相位恢复问题的基础,使得该方法被广泛用于波前检测、X 射线全息^[18]、晶体学以及天文学等领域。因为在某些情况下这两种相位恢复方法均存在迭代停滞的问题,为了解决这一问题,又有一些新方法出现,诸如最速下降方法^[19]、输入-输出方法^[20]、共轭梯度方法^[21]等,其中输入-输出方法应用最为广泛。随着相位恢复理论的发展,研究者发现以上这些算法仅对纯振幅型物体与纯相位型物体的恢复可以得到较为理想的结果,而对振幅与相位分布都未知的物体,这些理论在迭代收敛上都会面临很多问题。对此, Sayre 提出了衍射图样的过采样恢复方法,成为一种处理复透射率函数相位恢复问题的有效方法^[21~23],并在很多领域得到广泛应用。2003 年 K. A. Nugent 等^[24]利用加入不同程度的相位弯曲得到一系列衍射频谱的方法,实现了非周期性物体振幅与相位的恢复;2004 年 Faulkner 与 Rodenburg^[25]提出了移动孔径对不同频域进行单独采样的方法,这种算法需要采集一系列的衍射强度,但是可以达到波长量级的恢复精度。2004 年 W. McBride 等^[26]又对过采样方法作了改进,引入校准光束并结合合理的参量选取,恢复了具有对称结构的复透射率物体的振幅与相位。

以上所述的各种相位恢复方法所用的衍射频谱,都是在实验中通过直接探测得到的,现有的获得物体傅里叶频谱的方法主要有远场探测及利用透镜聚焦。对于远场探测方法,探测距离要求非常远,如用 1 nm 波长的光照射孔径为 1 mm 的物体,要在远大于 3 km 的距离才能得到傅里叶频谱。而在透镜的焦平面上探测傅里叶频谱的方法,因无法制作相应波段(如 X 射线)的透镜而受到限制。此外,通过这两种方法获得物体傅里叶频谱,都要求光源的相干性极好,而通过量子关联衍射成像技术来获得傅里叶频谱,不要求光源有相干性,使得这种成像方式

可以直接推广至 X 射线波段。

2 量子关联衍射成像实验结果

非局域量子成像又称鬼成像,指的是纠缠光源或热光源(图 1 所示)发出的光被分束棱镜分成两束,一束通过物体,称为物臂,另一束不通过物体,称为参考臂,理论与实验都已证明,只需得到物臂上某平面 x_1 上的任何一个点的光强信息(可用点探测器采集)或者该平面上的总光强信息(可用桶探测器采集),经过适当的运算,物体的几何像或者衍射像,都可以在不包含物体的参考光路上的某处平面 x_2 上呈现出来。

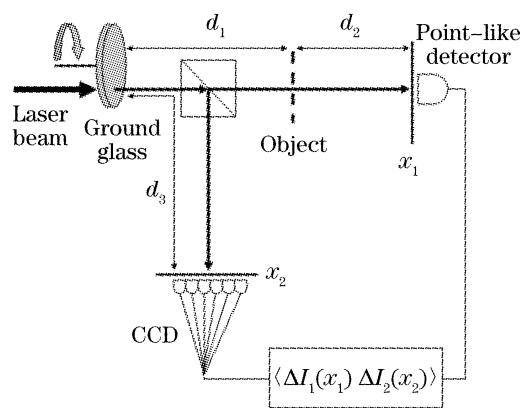


图 1 量子关联衍射成像装置图

Fig. 1 Sketch of quantum correlated diffraction imaging

在图 1 所示的量子关联衍射成像实验装置中,当图中距离满足条件 $d_3 = d_1 + d_2$ 时,可以通过一种强度涨落关联运算得到物体的夫琅禾费衍射图样,即物体的傅里叶变换频谱,此运算结果经推导可得^[5]

$$\langle \Delta I_1(x_1) \Delta I_2(x_2) \rangle = \frac{I_0^2}{\lambda^4 d_2^4} \left| \mathcal{F} \left\{ t \left[\frac{2\pi(x_1 - x_2)}{\lambda d_2} \right] \right\} \right|^2, \quad (1)$$

其中 I_0 为光源光强, $I_1(x_1)$ 为某时刻物光路探测器上位置 x_1 处的光强, $I_2(x_2)$ 为同一时刻参考光路探测器上位置 x_2 处的光强, λ 为波长, t 为物体的透射率函数, \mathcal{F} 为傅里叶变换, $\langle \Delta I_1(x_1) \Delta I_2(x_2) \rangle$ 是对所有时刻光强求统计平均。

在验证上述无透镜傅里叶变换理论的实验中,分别获得了纯振幅物体与纯相位物体的傅里叶频谱。纯振幅物体的振幅分布如图 2(a)所示,经过运算得到的傅里叶频谱如图 3(a)所示。纯相位物体选用的是相邻五条缝,相邻缝间相位差为 π , 相位物体的相位分布如图 2(b)所示,运算所得傅里叶频谱如图 3(b)所示。

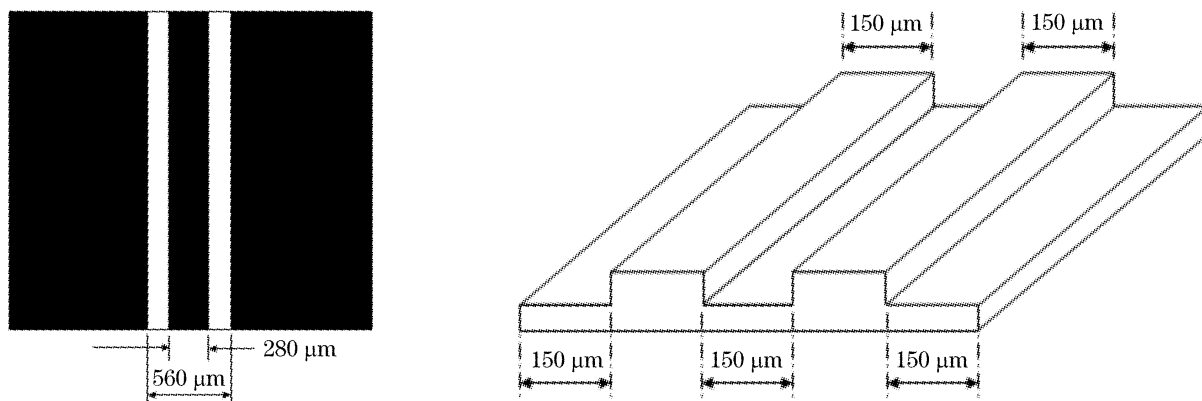


图 2 实验所用纯振幅双缝(a)与纯相位物体(b)实际尺寸

Fig. 2 The actual size of amplitude-only object (a) and pure-phase object (b) used in experiment

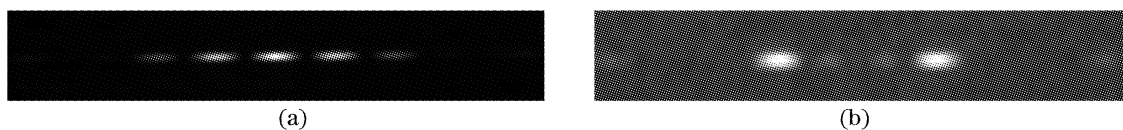


图 3 实验所得纯振幅物体(a)与纯相位物体(b)傅里叶变换频谱

Fig. 3 Experimental results of Fourier transform frequency spectrums of amplitude-only object (a) and pure-phase object (b)

3 相位恢复算法

对于一个光学系统，在输入平面与输出平面上的光场可用波函数 U_1 和 U_2 来表示：

$$\begin{aligned} U_1(x_1, y_1) &= A_1 \exp(i\Phi_1), \\ U_2(x_2, y_2) &= A_2 \exp(i\Phi_2), \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $x_i, y_i (i = 1, 2)$ 为输入平面与输出平面坐标， A_i 为光场振幅， Φ_i 为光场相位。输入平面波函数与输出平面波函数之间关系可以用下式表达：

$$U_2(X_2) = \int G(X_2, X_1) U_1(X_1) dX_1, \quad (3)$$

其中 $X_i (i = 1, 2)$ 为输入平面与输出平面的位置坐标， $G(X_2, X_1)$ 为光学系统的作用函数，若用线性算符 \hat{G} 表示不同光学系统的作用过程，则上式可以记为

$$U_2(X_2) = \hat{G}U_1(X_1), \quad U_1(X_1) = \hat{G}^{-1}U_2(X_2), \quad (4)$$

一般来说，系统中传输的是有带限的连续函数，根据惠特克-香农(Whittaker-Shannon)采样定理，可以用有限数目采样点上的数值来描述波函数，若在输入与输出平面采样点分别为 N_1 与 N_2 ，那么 \hat{G} 为 $N_2 \times N_1$ 的矩阵：

$$\begin{aligned} U_{1l} &= A_{1l} \exp(i\Phi_{1l}), \quad l = 1, 2, \dots, N_1 \\ U_{2m} &= A_{2m} \exp(i\Phi_{2m}), \quad m = 1, 2, \dots, N_2 \\ U_{2m} &= \sum_{l=1}^{N_1} G_{ml} U_{1l}, \end{aligned} \quad (5)$$

输入平面与输出平面的光场都包含振幅与相位信息，即每个方程中包含两个未知数，这样的方程是没有解的。若在方程中已知 U_1 和 U_2 中的部分信息或者增加 U_1 和 U_2 中的已知点，即可以从上述方程中用循环迭代的方法逐渐得到所失去的信息，在 U_1 和 U_2 中增加已知点的过程即是增加函数的采样点，当采样点至少为原方程的两倍时，此方程即可以求解。一般情况下，频谱 U_2 中的振幅信息是已知的，因此可以定义误差

$$\begin{aligned} D(A_1, \Phi_1, A_2, \Phi_2) &= \|U_2 - \hat{G}U_1\| = \\ &= \left[\sum_{m=1}^{N_2} |U_{2m} - (\hat{G}U_1)_m|^2 \right]^{1/2}, \end{aligned} \quad (6)$$

来衡量恢复结果的收敛程度，当它小于某一值时认为达到收敛。

一般来说，相位恢复迭代算法主要包含以下步骤：

$$\begin{cases} G_k(u) = |G_k(u)| \exp[i\phi_k(u)] = \mathcal{F}[g_k(x)], \\ G'_k(u) = |F(u)| \exp[i\phi_k(u)], \\ g'_k(x) = |g'_k(x)| \exp[i\theta'_k(x)] = \mathcal{F}^{-1}[G'_k(u)], \\ g_{k+1}(x) = |f(x)| \exp[i\theta_{k+1}(x)] = |f(x)| \exp[i\theta'_k(x)], \end{cases} \quad (7)$$

其中函数下标 k 表示循环次数, $g_k(x)$ 为第 k 次循环中初始的物平面光场分布, $\phi(u)$ 为频谱中的相位, $G(u)$ 为 $g(x)$ 的傅里叶变换, $|F(u)|$ 为已知的傅里叶频谱振幅分布, $G'(u)$ 为经过频域限制得到的傅里叶频谱, $g'(x)$ 为 $G'(u)$ 的傅里叶逆变换, $\theta'(x)$ 为物平面光场相位, $|f(x)|$ 为物平面振幅限制, 由 $\theta'(x)$ 与 $|f(x)|$ 得到下一次循环的初始物平面光场。

4 相位恢复结果

实验中得到物体的衍射图样, 记录的是透过物体的光场经过光学系统传播到像平面的光强分布, 而相位信息在此过程中丢失, 一旦通过相位恢复方法得到像平面的相位信息, 就能推出物平面处的振幅与相位, 从而完成物体透射率函数的恢复。迭代算法中已知的条件是物体的傅里叶频谱强度分布 $|F(u)|^2$, 对此频谱做傅里叶逆变换, 根据自相关定理可知, 相当于得到物体的自相关函数, 因物体自相关函数的分布范围为物体透射率函数分布范围的两倍, 所以取自相关函数分布范围的一半作为物体的估测范围 γ 。恢复算法具体流程图如图 4 所示, 其中最初的估测物体 $g_0(x)$ 是根据所估计的物体分布范围 γ , 直接产生的 $[0, 1]$ 之间均匀分布的随机矩阵。对 $g_0(x)$ 进行傅里叶变换, 得到频谱 $G_1(u)$, 从中取出相位 ϕ , 结合处理过的傅里叶频谱振幅分布 $|F(u)|$ 来形成 $G'_1(u)$, 再对 $G'_1(u)$ 进行傅里叶逆变换得到 $g'_1(x)$, 在 $g'_1(x)$ 上加入物体本身限制条件 (如果是纯振幅物体, 相当于知道物体处光场为实数并且非负, 即 $g(x) \geq 0$; 如果是纯相位物体, 相当于知道物体处光场的振幅为常量, 即 $|f(x)| = c$), 生成下一次循环的初始物体 $g_2(x)$, 上述过程便实现了一次循环。

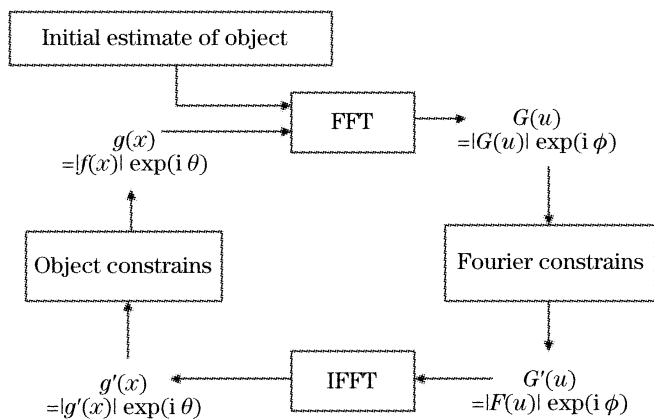


图 4 相位恢复算法流程图

Fig. 4 Block diagram of the phase retrieval algorithm

不同的恢复算法主要差别在于空域限制条件的

不同, 即从 $g'_k(x)$ 得到 $g_{k+1}(x)$ 的过程。在误差消除算法中, 若估测的物体范围为 γ , 物体处的限制条件为

$$g_{k+1}(x) = \begin{cases} g'_k(x), & x \in \gamma \\ 0, & x \notin \gamma \end{cases} \quad (8)$$

而输入-输出算法中物体处的限制条件为

$$g_{k+1}(x) = \begin{cases} g'_k(x), & x \in \gamma \\ g_k(x) - \beta g'_k(x), & x \notin \gamma \end{cases} \quad (9)$$

式中参量 β 为 $[0, 1]$ 上某一常数。

定义每次循环得到的傅里叶变换频谱与 $|F(u)|$ 的方差为迭代的误差:

$$D_k = N^{-2} \sum_u [|G_k(u)| - |F(u)|]^2. \quad (10)$$

因快速傅里叶变换算法对 2^n 矩阵运算效率高, 结合采样定理的要求, 对实验结果进行恢复时采用 512×512 矩阵进行运算。对于实验所得的纯振幅物体的傅里叶变换频谱 [图 3(a)], 首先去除频谱的不均匀背底, 频谱中的不均匀背底主要来自于探测器的本底噪声及光场的不均匀照明, 去除的方法是在一个 10×15 的图像块中取最小值作为图像背景的背景照度矩阵扩展成与原图像大小相同的矩阵, 再把该图像从原始图像中减去。去除不均匀背底后再对所得图像进行滤波以降低频谱中噪声的影响, 频谱中噪声的主要来源一是所模拟的热光源的能量稳定性不够高、光场的强度涨落 (物体信息的载体) 与理论上有一定差距, 另一来源是在做基于统计理论的关联运算时独立样本数不足而引入的统计噪声。经过线性滤波处理得到恢复算法中所用的傅里叶频谱强度 $|F(u)|$, 利用输入-输出恢复算法所得恢复结果如图 5(a) 所示, 所定义的误差约为 0.1, 误差收敛曲线如图 5(b) 所示。迭代恢复算法与图像去背底及滤波均用 Matlab 软件实现, 计算机主频 2.4 GHz, 采用 512×512 矩阵循环运算 500 次所用时间为 6 min。

对纯相位物体 [图 2(b)] 实验所得的傅里叶变换频谱 [图 3(b)] 进行恢复所得的相位分布如图 6(a) 所示, 其中黑色部分与白色部分平均值相差为 π 。对其频谱也是进行去除不均匀背底以及线性滤波操作, 并用误差消除算法进行恢复, 此过程中采用了 1024×1024 矩阵进行恢复, 以增加过采样率。虽然频谱噪声无法很好地滤除, 在此恢复过程中误差仅能减小到 0.3 附近, 但是此物体相位分布比较有规律, 最后得到的相位分布仍与实际分布非常相近。

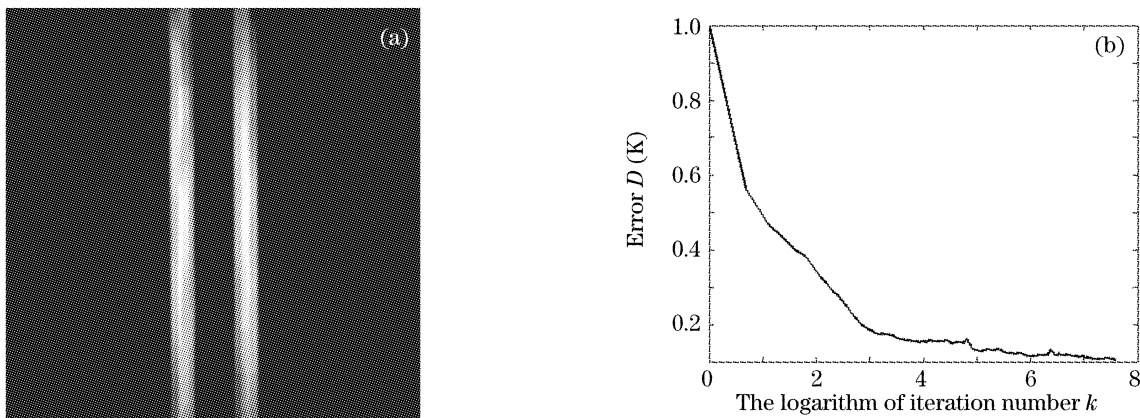


图 5 实验中所用纯振幅双缝[见图 2(a)]复原后得到的振幅分布(a)及误差收敛曲线(b)

Fig. 5 Reconstructed amplitude distribution (a) of the double slits [see Fig. 2(a)] and the error $D(k)$ versus the logarithm of iteration number k (b)

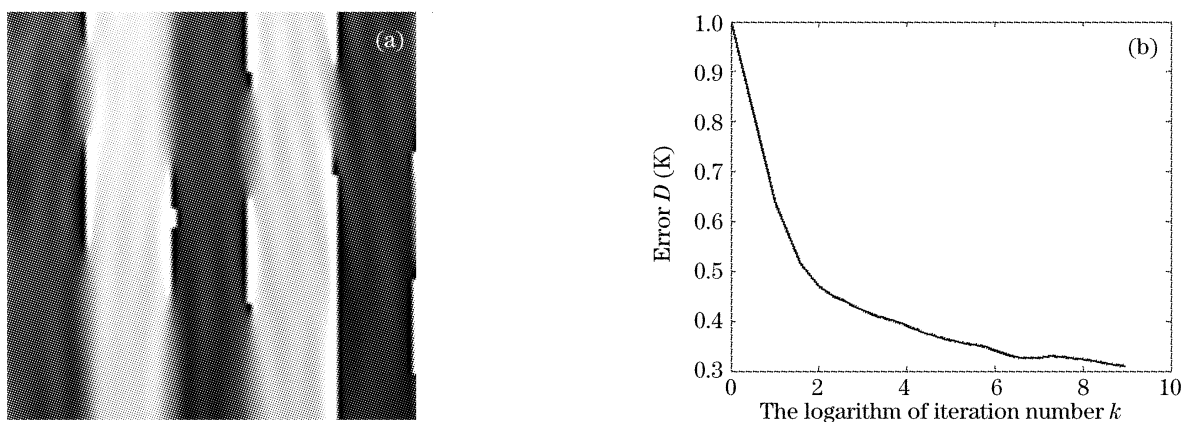


图 6 实验所用纯相位物体[见图 2(b)]复原后得到的相位分布(a)及误差收敛曲线(b)

Fig. 6 Reconstructed phase distribution (a) of the pure-phase object [see Fig. 2(b)] and the error $D(k)$ versus the logarithm of iteration number k (b)

对于频谱成分复杂的物体[图 7(a)],在目前实验条件下,通过物臂与参考臂的强度关联得到的傅里叶变换频谱,因为信噪比不高,所以暂时还未能用于恢复算法。在量子关联衍射成像实验中,仅用物臂所采集的光强信息作自相关运算,可以得到物体振幅分布的傅里叶变换频谱。此时需要将物臂的点探测器换成有空间分辨能力的面探测器,物体振幅分布与自相关强度涨落运算结果关系如下:

$$\langle \Delta I_1(x_1) \Delta I_1(x'_1) \rangle \propto \left| \mathcal{F} \left\{ \left| t \left[\frac{\partial \pi(x'_1 - x_1)}{\lambda d_2} \right] \right|^2 \right\} \right|^2, \quad (11)$$

其中 $I_1(x_1)$ 为物臂上在位置 x_1 处所有时刻的光强, $I_1(x'_1)$ 为物臂上固定位置 x'_1 处所有时刻的光强, t 为物体的透射率函数, \mathcal{F} 为傅里叶变换。

实验上通过自相关得到的频谱,信噪比要比互相关得到的频谱高,目前实验所得结果,已经可以用于相位恢复算法,并得到与实际分布相近的结果。实验上所用的复杂纯振幅物体的振幅分布如图 7(a)所示,图 7(b)是实验中通过自相关运算得到的

强度分布,经过去除背底及滤波去噪后得到的频谱分布,利用输入-输出算法恢复的物体振幅分布如图 7(c)所示,恢复结果的误差可以减小到 0.2,如图 7(d)所示。

在对实验所得的原始频谱[见图 8(a)]进行处理的过程中,首先校正该频谱的不均匀背底,得到的结果见图 8(b),此时图像的噪声还是很高,因为利用此时没经过滤波的频谱进行相位恢复,物体的大致形状都没有得到恢复[见图 8(d)],所以必须通过滤波的方法降低噪声。对频谱的滤波可分为空域滤波与频域滤波,在频域滤波中,采用了理想低通滤波器与高斯低通滤波器对该图像滤除噪声,理想低通滤波中,截止频率取为功率谱的 99.96% 处,得到的滤除噪声的频谱如图 7(b)所示,采用高斯低通滤波器得到的结果与图 7(b)无明显差别,而截止频率范围要取得更大。在空域滤波中,采用线性滤波(如平均值滤波)与中值滤波的效果都要比自适应滤波(维纳滤波)要差,空域滤波所用的掩模都要求很小,否则图像的细节就会变得模糊,而使恢复工作失败,

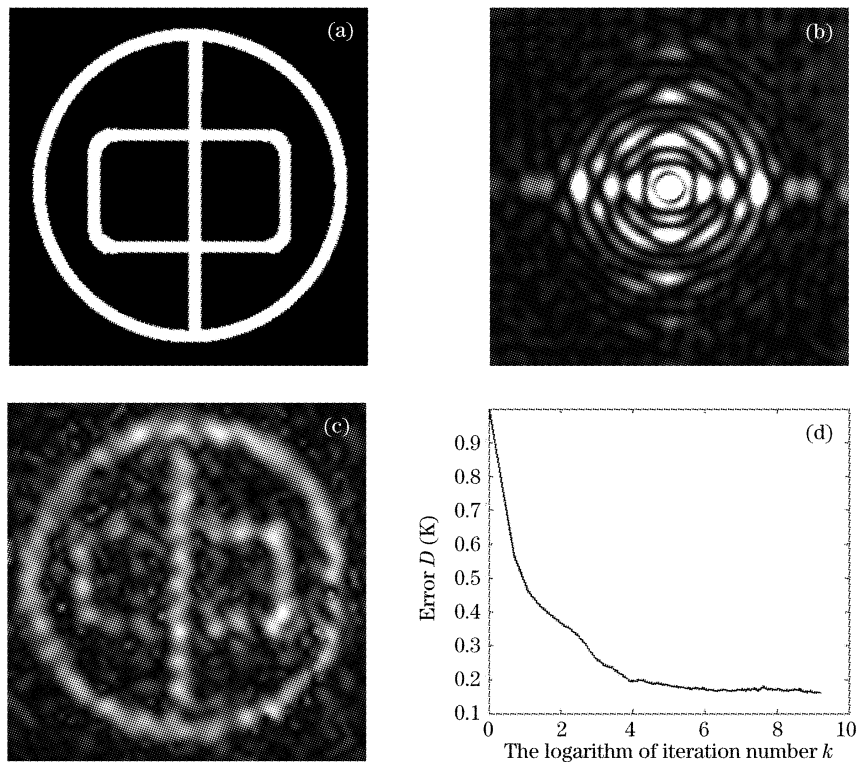


图 7 复杂纯振幅物体的实际恢复结果。(a) 实验中复杂纯振幅物体的振幅分布, (b) 经过处理后的频谱分布, (c) 恢复得到的物体振幅分布, (d) 误差收敛曲线

Fig. 7 Experimental retrieval results of complex amplitude-only object. (a) Amplitude distribution of complex object used in experiment, (b) processed frequency spectrum intensity distribution, (c) reconstructed amplitude distribution of the object, (d) the error $D(k)$ versus the logarithm of iteration number k

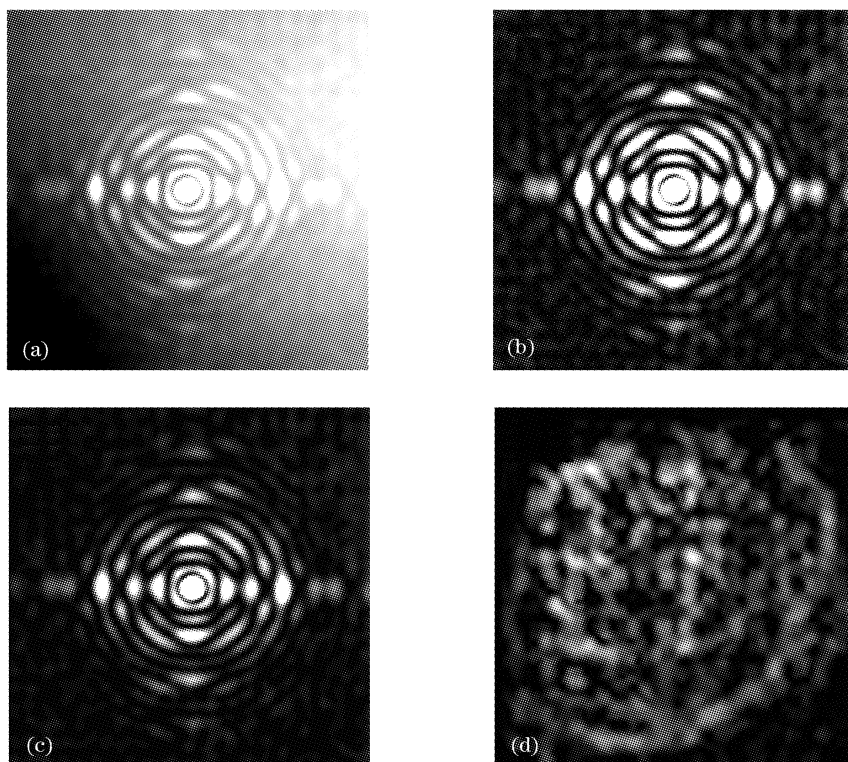


图 8 不同滤波方法对所得频谱的影响。(a) 实验所得自相关强度分布, (b) 去除不均匀背底后的频谱, (c) 在空域用掩模大小为的维纳滤波器滤波后的频谱, (d) 用未经滤波的频谱[图 8(b)]恢复的物体振幅分布

Fig. 8 Different influence on frequency spectrum using various filtering methods. (a) intensity distribution of the object arm autocorrelation, (b) the frequency spectrum after subtracting the unhomogeneous background, (c) the frequency spectrum processed by Wiener filter in space domain, (d) reconstructed amplitude distribution using the spectrum [Fig. 8(b)] that is not filtered

图 8(c)给出了用掩模大小为的维纳滤波器进行滤波得到的频谱。

将不同滤波方法如理想低通滤波与维纳滤波处理过的频谱用于图像恢复算法发现,所恢复的物体透射率函数无本质上的差别,因为这些滤波方法只能有限地提高图像信噪比。对恢复结果影响最大的仍是实验得到的原始频谱的精确程度,通过改进实验条件(如增加独立样本数、提高光源能量稳定性等),可望得到信噪比更高的频谱,进而可以恢复更为精确的物体透射率函数。

5 结 论

利用误差消除算法与输入-输出算法,结合过采样理论,实现了量子关联衍射成像中物体透射率函数的恢复。对于纯振幅物体与纯相位物体,都得到了与实际分布很相近的恢复结果,对于振幅与相位都存在变化分布的复杂物体,其傅里叶频谱的获得及其相应的相位恢复算法都在进一步的研究中,在不久的将来,量子关联衍射成像结合其相位恢复技术可望得到更广泛的应用。研究发现,对实验所得频谱必须进行预处理,去除不均匀背底以及滤波除噪等,才能用于恢复算法,而傅里叶频谱成分越复杂的物体,噪声对恢复结果影响越大,因为这样的频谱中某些有效成分与噪声的性质比较相似,因此在滤除噪声的过程中,同时也将这些有效成分滤除了。频谱中高频成分对应于物体本身的细节,滤波过程对高频成分的影响也比低频成分要大,因此对高频成分多的物体,要选择更加合适的滤波方法。

在量子关联衍射成像的相位恢复中,对频谱的预处理(去除不均匀背底及滤波除噪等)只能有限地提高信噪比,而从改进实验条件入手,如增加独立样本数、提高光源稳定性及增加热光场涨落程度等,得到更加理想的傅里叶频谱,才能从本质上提高相位恢复结果的质量。

参 考 文 献

- 1 T. B. Pittman, Y. H. Shih, D. V. Strekalov *et al.*. Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement[J]. *Phys. Rev. A*, 1995, **52**(5): R3429~R3432
- 2 A. F. Abouraddy, B. E. A. Saleh, A. V. Sergienko *et al.*. Role of entanglement in two-photon imaging[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **87**(12): 123602-1~4
- 3 A. Gatti, E. Brambilla, L. A. Lugiato. Entangled imaging and wave-particle duality: from the microscopic to the macroscopic realm[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **90**(13): 133603-1~4
- 4 Ryan S. Bennink, Sean J. Bentley, R. W. Boyd. Quantum and classical coincidence imaging [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **92**(3): 033601-1~4
- 5 J. Cheng, S. S. Han. Incoherent coincidence imaging and its applicability in X-ray diffraction[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **92**(9): 093903-1~4

- 6 A. Gatti, E. Brambilla, M. Bache *et al.*. Ghost imaging with thermal light: comparing entanglement and classical correlation [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**(9): 093602-1~4
- 7 K. Wang, D.-Z. Cao. Subwavelength coincidence interference with classical thermal light[J]. *Phys. Rev. A*, 2004, **70**(4): 041801-1~4
- 8 Y. J. Cai, S. Y. Zhu. Ghost interference with partially coherent radiation[J]. *Opt. Lett.*, 2004, **29**(23): 2716~2718
- 9 Y.-H. Zhai, X.-H. Chen, D. Zhang *et al.*. Two-photon interference with true thermal light[J]. *Phys. Rev. A*, 2005, **72**(4): 043805-1~4
- 10 J. Xiong, D. Z. Cao, F. Huang *et al.*. Experimental observation of classical subwavelength interference with a pseudothermal light source [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **94**(17): 173601-1~4
- 11 F. Ferri, D. Magatti, A. Gatti *et al.*. High-resolution ghost image and ghost diffraction experiments with thermal light[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **94**(18): 183602-1~4
- 12 D. Z. Cao, J. Xiong, K. Wang. Geometrical optics in correlated imaging systems[J]. *Phys. Rev. A*, 2005, **71**(1): 013801-1~013801-5
- 13 A. Gatti, M. Bache, D. Magatti *et al.*. Coherent imaging with pseudo-thermal incoherent light[J]. *J. Modern Optics*, 2006, **53**(5~6): 739~760
- 14 Zhang Minghui, Wei Qing, Shen Xia *et al.*. Statistical optics based numerical modeling of ghost imaging and its experimental approving[J]. *Acta Optica Sinica*, (to be published) (in Chinese)
- 张明辉,魏青,沈夏等.基于统计光学的无透镜鬼成像数值模拟与实验验证[J]. *光学学报*, (待发表)
- 15 M. Zhang, Q. Wei, X. Shen *et al.*. Lensless Fourier-transform ghost imaging with classical incoherent light[J]. *Phys. Rev. A*, 2007, **75**(2): 021803-1~4
- 16 R. W. Gerchberg, W. O. Saxton. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures [J]. *Optik*, 1972, **35**(2): 237~246
- 17 J. R. Fienup. Reconstruction of an object from the modulus of its Fourier transform[J]. *Opt. Lett.*, 1978, **3**(1): 27~29
- 18 Yang Shaoguang, Xie Xingshu, Zhao Yongfei *et al.*. Phase retrieval reconstruction for soft X-ray in-line hologram[J]. *Acta Optica Sinica*, 1999, **19**(4): 508~512 (in Chinese)
- 杨绍光,谢行恕,赵永飞等.相位恢复法重现软 X 射线同轴全息图[J]. *光学学报*, 1999, **19**(4): 508~512
- 19 J. R. Fienup. Phase retrieval algorithms; a comparison [J]. *Appl. Opt.*, 1982, **21**(15): 2758~2769
- 20 J. R. Fienup, C. C. Wackerman. Phase-retrieval stagnation problems and solutions[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1986, **3**(11): 1897~1907
- 21 J. Miao, D. Sayre, H. N. Chapman. Phase retrieval from the magnitude of the Fourier transforms of nonperiodic objects[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1998, **15**(6): 1662~1669
- 22 J. W. Miao, P. Charalambous, J. Kirz *et al.*. Extending the methodology of X-ray crystallography to allow imaging of micrometre-sized non-crystalline specimens[J]. *Nature*, 1999, **400**(6742): 342~344
- 23 G. J. Williams, M. A. Pfeifer, I. A. Vartanyants *et al.*. Three-dimensional imaging of microstructure in Au nanocrystals [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **90**(17): 175501-1~4
- 24 K. A. Nugent, A. G. Peele, H. N. Chapman *et al.*. Unique phase recovery for nonperiodic objects[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **91**(20): 203902-1~4
- 25 H. M. L. Faulkner, J. M. Rodenburg. Movable aperture lensless transmission microscopy: A novel phase retrieval algorithm[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**(2): 023903-1~4
- 26 W. McBride, N. L. O'Leary, L. J. Allen. Retrieval of a complex-valued object from its diffraction pattern [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**(23): 233902-1~4