

文章编号: 0253-2239(2007)11-1929-6

蒙特卡罗模拟四极阱中原子的参变激发*

张鹏飞 许忻平 张海潮 王育竹

(中国科学院上海光学精密机械研究所量子光学重点实验室, 上海 201800)

摘要: 在中性原子的磁囚禁实验中, 磁阱线圈的电流噪声会激发磁阱中的原子运动, 势必对原子团的温度和寿命产生不可忽视的影响。对于非简谐阱, 这种激发具有能量选择特性, 它又取决于电流噪声的频谱分布。选择了实验中常用的四极阱为研究对象, 用直接模拟蒙特卡罗方法来模拟四极阱中原子运动的参变激发现象, 得到了原子温度与原子数损失随激发频率的变化关系, 并进一步计算了两个共振峰处原子温度随调制时间和调制深度的变化曲线。此外, 还研究了弹性碰撞速率对参变激发过程中原子温度上升的影响。这些结果对四极阱参变激发的实验有较好的参考价值。

关键词: 原子与分子物理; 冷原子; 参变激发; 直接模拟蒙特卡罗方法; 四极阱

中图分类号: O562.4 文献标识码: A

Monte Carlo Simulation of Parametric Excitation of Atoms in a Quadrupole Trap

Zhang Pengfei Xu Xinping Zhang Haichao Wang Yuzhu

(Key Laboratory for Quantum Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,
the Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

Abstract: In the experiment of magnetic trapping of neutral atoms, the current noise in the coils will excite the atomic motion, which influences greatly the temperature and the lifetime of the trapped atoms. For anharmonic trap, this excitation has energy-selective characters, and depends on the frequency spectrum of the current noise. The quadrupole trap is chosen as a research object, which is widely used in experiment. The direct simulation Monte Carlo method is used to model the phenomenon of parametric excitation of the atomic motion in the quadrupole trap, and the excitation frequency dependences of the temperature and the trap loss of the atoms are studied. The temperature of the atom cloud is calculated further as the functions of the modulation time and the modulation depth at the two resonant peaks. Furthermore, the influences of the elastic collision rate on the temperature increase of the atom cloud in the process of parametric excitation are also addressed. These results are valuable reference for the experiment of parametric excitation in a quadrupole trap.

Key words: atom and molecular physics; cold atoms; parametric excitation; direct simulation Monte Carlo method; quadrupole trap

1 引 言

近年来, 冷原子运动的参变激发现象成为理论与实验研究中的一个重要课题, 越来越受到人们的重视。激光噪声诱导的参变激发被认为是导致远离共振的光势阱(FORTs)中原子加热的主要因素^[1,2]。最近的实验结果则表明, 对于非简谐阱, 参变激发也可以选择性地剔除势阱中的热原子, 使剩

下的原子通过弹性碰撞达到热平衡, 从而达到冷却原子的目的^[3,4]。此外, 参变激发还是用来测量简谐阱谐振频率的一种有效手段。

此前, 人们主要集中于研究一维近简谐阱中原子的参变激发, 而对于结构最简单也是最常用的四极阱却研究很少。之所以要研究这样一个问题, 一方面是由于实际应用考虑, 可以用来分析电流噪声对磁阱中

* 国家 973 计划(2001CB309307)和国家自然科学基金(10334050, 10474105)资助课题。

作者简介: 张鹏飞(1980—), 男, 安徽桐城人, 博士研究生, 主要从事中性原子的激光冷却与囚禁等方面的研究。

E-mail: pf-zhang@163.com

导师简介: 王育竹(1932—), 男, 河北正定人, 院士, 博士生导师, 主要从事激光冷却与囚禁以及原子频标等方面的研究。

E-mail: yzwang@mail.shcnc.ac.cn

收稿日期: 2007-02-08; 收到修改稿日期: 2007-05-16

原子团的影响;另一方面,由于四极阱是各向异性的线性势阱,非常适合用来研究非简谐性参变激发现象。但是同时,四极阱具有一定的各态遍历特性,磁阱中的原子在各向的运动会发生耦合,使得分析这样一个系统的动力学问题变得相当困难。

目前主要有以下三种方法可以用来研究多粒子系统的动力学行为:玻尔兹曼方程、分子动力学模拟以及直接模拟蒙特卡罗方法(DSMC)^[5]。玻尔兹曼方程能够很精确地描述大量的、稀薄的气体原子在相空间的演化规律。然而,该方程一般没有解析解,而且对于高维情况,其数值求解也变得相当困难。分子动力学模拟方法基本上是一种决定性的研究方法,但是其程序运算复杂度与粒子数的平方成正比,所以不适合用来处理大量粒子的动力学问题。而直接模拟蒙特卡罗方法是一种概率模拟方法,由 Bird^[6] 提出用来用于研究稀薄分子气体的动力学问题。该方法的优点是能够只用少量的模拟粒子来研究具有大量粒子的系统在宏观时间尺度内的行为,程序的运算复杂度也相应地大大降低。本文就采用直接模拟蒙特卡罗方法来研究四极阱中原子运动的参变激发现象。

2 直接模拟蒙特卡罗方法

直接模拟蒙特卡罗方法基于两个最基本的假设:稀薄气体假设和分子混沌性假设。稀薄气体假设使得在很短的时间间隔内粒子的运动与粒子之间的碰撞出现退耦合,即可以将它们分开独立处理,这是直接模拟蒙特卡罗方法的核心思想之一。气体的稀薄性通常用克努森(Knudsen)数 $K_n = \lambda/L$ 来描述(λ 为气体粒子的平均自由程, L 为气体所占空间的特征尺度)。一般情况下,当气体的 $K_n > 0.1$ 时,直接模拟蒙特卡罗方法能够很精确地描述系统的动力学行为。而分子混沌性假设则要求粒子之间的碰撞是各向同性的。在考虑粒子经过足够多的碰撞后的行为时,该假设是近似成立的。值得指出的是,对于我们需要研究的冷原子系统,只要原子团的温度足够低,原子之间的碰撞只有 s 波散射分量,从而原子之间的碰撞本身就是各向同性的。

直接模拟蒙特卡罗方法在实际应用时,要将粒子系统的坐标空间划分成许多个单元,每个单元的尺度 L 都小于粒子的平均自由程 λ , 粒子只和其所在单元中的其它粒子发生碰撞。然后,模拟程序按下面的步骤循环进行:首先,粒子按经典力学方程在位置空间和动量空间进行演化,每一步演化的时间步长 Δt 必须小于系统中粒子的平均碰撞时间 τ 。

其次,根据粒子的空间位置,将所有的粒子归类到不同的单元中。最后,考虑每个单元中粒子之间的相互碰撞。我们把粒子碰撞看成是硬球之间的二体碰撞,碰撞过程满足动量守恒和能量守恒,并假定单元中粒子的碰撞与粒子的位置完全无关。由动力学理论可知,粒子的碰撞几率正比于它们的相对速度,所以可以这样处理碰撞过程:从每个单元中随机地挑选出一对粒子,这对粒子是否发生碰撞完全取决于它们的相对速度 v_r 是否大于该单元中所有粒子之间的最大相对速度 v_r^{\max} 与任一随机数 $R(0 \leq R \leq 1)$ 的乘积 Rv_r^{\max} 。一旦这对粒子发生了碰撞,其空间位置保持不变,所改变的仅仅是碰撞前后粒子的速度。对于弹性碰撞,在质心坐标系中,碰撞后粒子的相对速度的大小保持不变,而方向取 4π 立体角内的随机单位矢量。重复上述碰撞处理程序,直到该单元中粒子的碰撞次数近似等于实际气体中粒子的碰撞次数。直接蒙特卡罗模拟程序的最后一步就是对所有单元中的模拟粒子进行采样以获得系统的宏观物理量。

3 直接模拟蒙特卡罗方法应用于四极阱中的冷原子

在这里,将采用直接蒙特卡罗方法来模拟 1×10^8 个 ^{87}Rb 原子在径向磁场梯度为 $B_q = 0.54 \text{ T/m}$ 的四极阱中的运动,原子团的温度为 $120 \mu\text{K}$ (原子的平均弹性碰撞速率约为 5 s^{-1})。绝热近似下,处于基态 $5S_{1/2}$ 超精细结构磁子能级 $|F=2, m_F=2\rangle$ 上的原子,在四极阱中感受到的势能具有下面的形式:

$$U(x, y, z) = \mu_B B_q \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}, \quad (1)$$

其中 μ_B 为玻尔磁矩, B_q 为磁阱的径向磁场梯度。为便于对四极阱进行划分以及较容易地获得原子团的平衡态位置分布,作如下变量代换是比较方便的:

$$x' = x, \quad y' = y, \quad z' = 2z. \quad (2)$$

于是(1)式变为

$$U(x', y', z') = \mu_B B_q \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} = \mu_B B_q r', \quad (3)$$

这里 $r' = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}$ 。对于这样的一个势阱,可以在球坐标 (r', θ, φ') 下对其进行划分,势阱的外边界也就是原子可能到达的最远位置 r'_{\max} 由势阱的深度参量 η 来决定:

$$\mu_B B_q r'_{\max} = \eta k_B T, \quad (4)$$

其中 k_B 是玻尔兹曼常量, T 是原子团的温度。

数值模拟程序的起点是变量初始化,即需要知道四极阱中原子的位置和速度的初始分布。对于热

平衡系统,原子的位置 \mathbf{r} 和动量 \mathbf{p} 的分布由麦克斯韦-玻尔兹曼方程给出

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) d\mathbf{r}d\mathbf{p} \propto \exp\left[-\frac{p^2/2M + U(x, y, z)}{k_B T}\right] d\mathbf{r}d\mathbf{p}, \quad (5)$$

这里 M 为原子的质量.假设原子的位置分布与动量分布相互独立,并且原子的动量分布与其空间取向无关,则原子在 $i(i = x, y, z)$ 方向的速度 v_i 满足高斯分布:

$$f(v_i) \propto \exp\left(-\frac{Mv_i^2}{2k_B T}\right), \quad (6)$$

产生这样一个分布的随机数的方法很多,图 1 为通过变换抽样法得到的 $N = 20000$ 个原子的速度 v_i 的统计直方图.同样可以得到原子在坐标空间的分布:

$$f(r') \propto r'^2 \exp\left(-\frac{\mu_B B_q r'}{k_B T}\right). \quad (7)$$

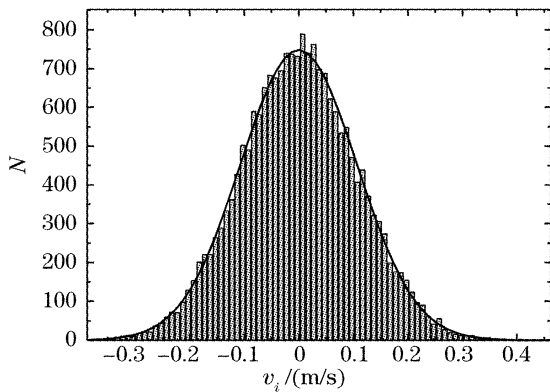


图 1 $N=20000$ 个原子在 $120 \mu\text{K}$ 时速度 v_i 的统计直方图. 实线代表由麦克斯韦-玻尔兹曼方程给出的速度分布

Fig.1 Velocity histogram of $N=20000$ trapped atoms at $120 \mu\text{K}$. The solid line shows the theoretically expected Maxwell-Boltzmann velocity distribution for the sampled case

图 2 为利用 Metropolis 方法^[7](又叫舍弃法或随机游动法)得到的原子径向位置 r' 的统计直方图.原子位矢 \mathbf{r}' 的方向则取 4π 立体角内的随机单位矢量.为了验证由上述抽样法得到的原子的速度和空间位置满足热平衡条件,我们让模拟程序运行足够长的时间以观察系统的宏观物理量是否几乎保持不变.对于原子在运动过程中位置和速度的变化,采用四阶龙格-库塔法来求解经典的牛顿方程而得到.图 3 给出了 20000 个模拟粒子历经 20 次弹性碰撞时间,其温度随时间的变化曲线.可以看出,磁阱中的原子经过长时间演化,其温度基本上保持不变(起伏小于 1%).

作为模拟程序的一个验证,同时也为了研究四

极阱中的原子通过弹性碰撞达到热平衡的过程,我们在一个方向加热原子团来观察系统能量的弛豫.

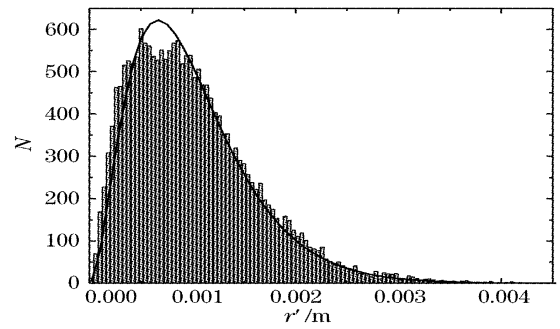


图 2 $N=20000$ 个原子在 $120 \mu\text{K}$ 时径向位置 r' 的统计直方图. 实线代表由麦克斯韦-玻尔兹曼方程给出的原子径向分布

Fig.2 Radial position r' histogram of $N=20000$ trapped atoms at $120 \mu\text{K}$. The solid line shows the theoretically expected Maxwell-Boltzmann radial distribution for the sampled case

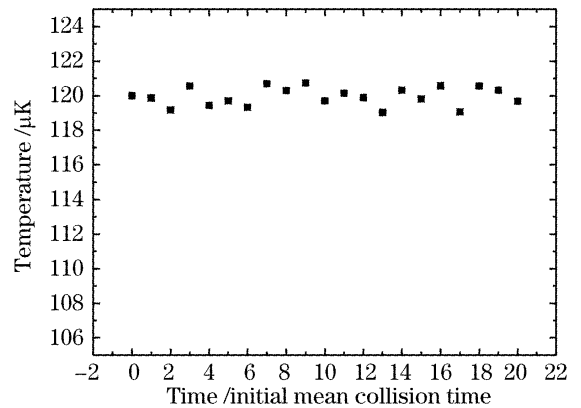


图 3 四极阱中原子团的温度随时间的变化曲线

Fig.3 The evolution of the temperature of the atomic cloud in the quadrupole trap with time

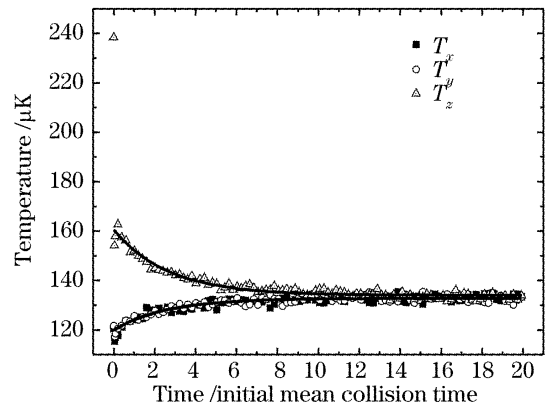


图 4 四极阱中原子在轴向受激发后,三个方向温度随时间的演化. 实线为它们的指数拟合结果

Fig.4 The relaxation of temperature of the three degrees of freedom for atoms in a quadrupole trap after excitation in the axial direction. The solid lines show the exponential fits of them

基于四极阱具有一定的各态遍历特性,在原子间无相互作用时,原子能量就会在径向之间发生耦合,但是径轴向之间的能量耦合却仍然不能发生^[8]。故此,我们在轴向上激发四极阱中的原子,模拟程序是通过简单地将原子轴向的速度乘以 $\sqrt{2}$ 来实现的。图 4 给出了原子团在轴向被激发后三个方向的温度随时间的演化,它们的指数拟合给出了温度变化的时间常数为 $\tau_x = \tau_y = \tau_z = 2.66\tau_0$, τ_0 为原子团在初始时刻的平均碰撞时间。这与 Monroe^[9] 以及 Huang^[10] 在简谐阱中得到的结果是一致的。在这里,原子团在 i 方向($i=x,y,z$)的等效温度 T_i 被用来定义系统在该方向的平均动能, $\frac{1}{2}k_B T_i = \frac{1}{2}M\langle v_i^2 \rangle$ 。

4 四极阱中原子的参变激发

现在采用直接模拟蒙特卡罗方法来研究四极阱中铷原子的参变激发过程。原子运动的参变激发是通过正弦调制磁阱的磁场梯度来实现的:

$$B'_q = B_q[1 + \epsilon \cdot \sin(\omega t)], \quad (8)$$

这里 ϵ 为调制深度, ω 为调制频率。待模拟的系统具有以下参量:原子团的原子数目为 1×10^8 ,初始温度为 $120 \mu\text{K}$,磁阱的径向磁场梯度为 $B_q = 0.54 \text{ T/m}$ (此时原子的弹性碰撞速率为 5 s^{-1})。模拟程序中,取磁阱的深度为 $\eta = 20$,一方面能够抑制自然蒸发冷却,另一方面允许一部分原子加热后能从磁阱中逃逸出去,以研究原子数损失对调制频率的依赖关系。图 5 即为经过 4 s 调制后,原子团的温度以及磁阱中剩余原子数的百分比随调制频率的变化曲线,此时磁阱的调制深度为 $\epsilon = 10\%$ 。由图 5 可以看出,在调制频率 ω 为 $2\pi \cdot 40 \text{ Hz}$ 和 $2\pi \cdot 80 \text{ Hz}$ 处,原子团的温度明显上升。这与简谐阱中的原子在调制频率为 $2\omega_h/n$ (ω_h 为简谐阱的谐振频率, n 为自然数)时受到激发的现象很类似。为了获得四极阱一般的、本质的特性,引入四极阱的特征能量 $\epsilon_0 = [(\mu_B B_q \hbar)^2 / M]^{1/3}$ 作为能量单位^[11],这里 \hbar 为普朗克常量。所以对于一般的四极阱来说,原子团温度激发的峰值位置所对应的调制频率为 $0.0213\epsilon_0/\hbar$ 和 $0.0426\epsilon_0/\hbar$ 。另外,从图 5 还可以看出,磁阱中的原子数在 $2\pi \cdot 32 \text{ Hz}$ 和 $2\pi \cdot 64 \text{ Hz}$ 左右损失最多。原子数损失的峰值位置与原子团温度上升的峰值位置不重合是由四极阱的非简谐特性决定的:基于四极阱的非简谐特性,磁阱边缘原子的振荡频率要低于磁阱中心处原子的振荡频率^[11]。所以在调制频率 ω 分别较低的 $2\pi \cdot 32 \text{ Hz}$ 和 $2\pi \cdot 64 \text{ Hz}$ 处,受到

激发的是磁阱边缘的热原子,这部分原子一旦受到激发很容易从磁阱中逃逸出去,从而造成原子数的损失。但是,它们同时又会将自己的能量带走,使得剩下的原子的温度不至于升高。而在调制频率分别较高的 $2\pi \cdot 40 \text{ Hz}$ 和 $2\pi \cdot 80 \text{ Hz}$ 处,受到激发的是靠近磁阱中心的温度较低的原子,这部分原子受到激发后很难从磁阱中逃逸出去,所以原子数几乎不会有损失,但是会造成系统温度的升高。

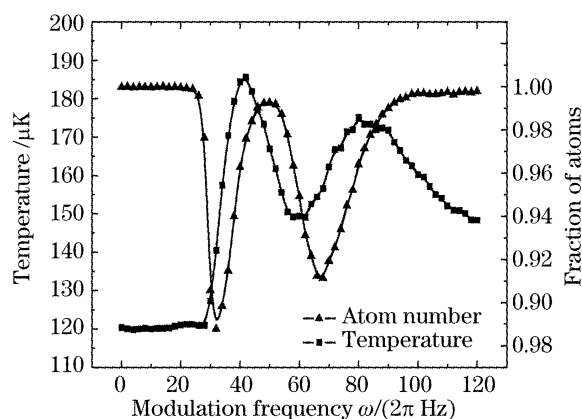


图 5 受到激发后的原子团温度及磁阱中剩余原子数的百分比对调制频率的依赖关系

Fig. 5 The temperature and the fraction of atoms left in the trap after parametric excitation versus the modulation frequency

下面着重在 $2\pi \cdot 40 \text{ Hz}$ 以及 $2\pi \cdot 80 \text{ Hz}$ 调制频率处,研究四极阱中原子的温度对调制时间的依赖关系。此时,保持系统其它参量不变,而将磁阱的深度增大为 $\eta = 40$,使得在调制的初始阶段能够抑制受激发的原子从磁阱中逃逸。图 6 给出了调制深度为 $\epsilon = 10\%$ 时原子团的温度以及磁阱中剩余原子数的百分比随时间的演化。可以看出,在调制的初始阶段,当原子还不能从磁阱中逃逸时,无论是在 $2\pi \cdot 40 \text{ Hz}$ 处还是在 $2\pi \cdot 80 \text{ Hz}$ 处,原子团的温度都随调制时间线性上升。而随着调制时间的增长,受激发的原子会从磁阱中逃逸出去从而导致系统的温度不再继续上升,而是保持一个基本恒定的值,该恒定值约为磁阱深度的 $1/10$ 。此时,参变激发导致的原子加热和由于热原子逃逸导致的原子冷却达到了平衡状态。

紧接着来研究一下四极阱中的原子受到激发后,其温度的上升幅度对磁阱调制深度的依赖关系。模拟程序中,将磁阱的深度继续增加为 $\eta = 80$ 以完全抑制原子从磁阱中逃逸出去。图 7 即为调制频率 ω 为 $2\pi \cdot 40 \text{ Hz}$ 和 $2\pi \cdot 80 \text{ Hz}$ 时,不同的调制深度下原子团温度的增加幅度,磁阱的调制时间为 4 s。对它们进行幂指数拟合,结果指出:在 $2\pi \cdot 40 \text{ Hz}$

和 $2\pi \cdot 80$ Hz 处,受调制后原子团的温度的增加幅度分别与调制深度的 1.49 次方和 1.34 次方成正比。结合上一节的模拟结果可知,在这两个调制频率处,原子团温度的上升速率也分别与调制深度的 1.49 次方和 1.34 次方成正比。但是,从量子力学的角度出发,由一阶微扰论可知,系统任意两个能级 m 和 n 之间的跃迁速率与激发场的分数幅度 $\alpha(t)$ 的单侧功率谱 $S(\omega_{nm})$ (ω_{nm} 为相关的两个能级之间的频率差)成正比^[12]:

$$S(\omega_{nm}) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} d\tau \cos \omega_{nm} \tau \langle \alpha(t) \alpha(t + \tau) \rangle. \quad (9)$$

对于这里研究的参变激发过程, $\alpha(t) = \epsilon \sin \omega t$, 所以

任意两个能级之间的跃迁速率以及由此带来的系统能量的增加速率与调制深度的平方成正比。而由位力定理可知,四极阱中原子的平均动能 \bar{T} 与平均能量 \bar{E} 之间存在以下关系, $\bar{T} = 1/3 \bar{E}$ 。也就是说系统温度的增加速率也应该与调制深度的平方成正比。之所以出现这种差别,一方面是由于四极阱的能级结构相当复杂,参与激发的能级数目不止一个;另一方面是由于存在碰撞过程,系统温度的变化只是一部分来自于激发导致的能级跃迁,而另一部分则来自于弹性碰撞导致的原子的重新布居。可以肯定的是,系统的弹性碰撞速率越高,这种差别就越明显。

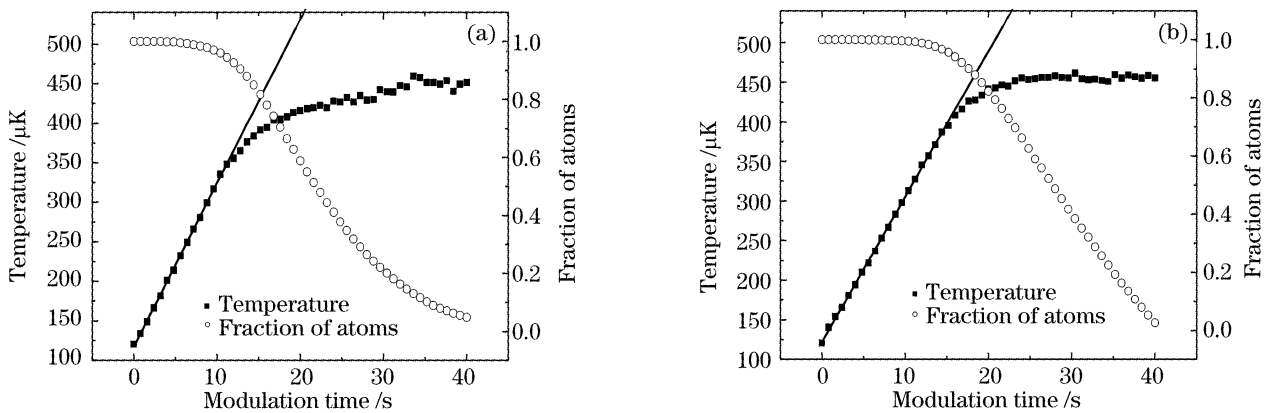


图 6 四极阱中的原子受到激发后,其温度及剩余原子数的百分数随调制时间的变化关系。实线为温度在初始阶段的线性拟合曲线。(a) 调制频率为 $2\pi \cdot 40$ Hz, (b) 调制频率为 $2\pi \cdot 80$ Hz

Fig. 6 The temperature and the fraction of atoms left in the trap after parametric excitation vs. modulation time. The solid lines are the linear fits of the temperature in the initial phase. The modulation frequency is (a) $2\pi \cdot 40$ Hz, (b) $2\pi \cdot 80$ Hz

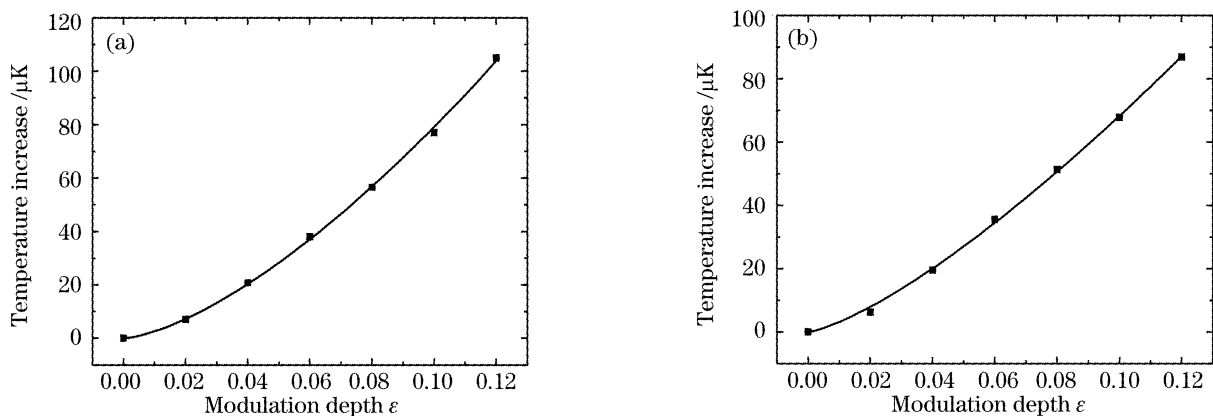


图 7 四极阱中的原子受到激发后,其温度上升幅度对调制深度的依赖关系。实线为它们的幂指数拟合曲线。(a) 调制频率为 $2\pi \cdot 40$ Hz, (b) 调制频率为 $2\pi \cdot 80$ Hz

Fig. 7 The increase of the temperature after parametric excitation vs. the modulation depth. The solid lines are the fits of them with power exponent functions. The modulation frequency is (a) $2\pi \cdot 40$ Hz, (b) $2\pi \cdot 80$ Hz

前面的模拟过程中,系统的弹性碰撞速率均为 5 s^{-1} 。而从上一节的讨论可知,弹性碰撞在参变激发过程中担任着一个很重要的角色。它会影响原子团温度上升的速率,不过它不会影响温度上升的峰值位置。所以最后来研究四极阱中的原子分别在 ω

为 $2\pi \cdot 40$ Hz 和为 $2\pi \cdot 80$ Hz 处受激发后,其温度对弹性碰撞速率的依赖关系。图 8 即为直接模拟蒙特卡罗方法给出的不同弹性碰撞速率下原子团的温度。此时,磁阱的调制深度为 $\epsilon = 10\%$, 调制时间为 4 s。由图 8 可以看出,无论在 ω 为 $2\pi \cdot 40$ Hz 还是

在 ω 为 $2\pi \cdot 80$ Hz 处, 弹性碰撞速率越高, 受激发的原子团的温度也就越高。这一点也是由四极阱的非简谐特性决定的: 由于四极阱的非简谐特性, 在磁阱的磁场梯度受到正弦调制时, 并不是处于所有能级的原子都能受到激发。参变激发过程会将原子从一个能够受到激发的能级抽运到其它不能受到激发

的能级, 从而使参与激发的原子数目减少。而弹性碰撞会使得系统趋于热平衡状态, 相当于不断地向能够受到激发的状态补充原子。弹性碰撞速率越高, 系统趋于热平衡的时间越短, 在特定时刻参与激发的原子数目也就越多, 原子团的温度当然也会越高。

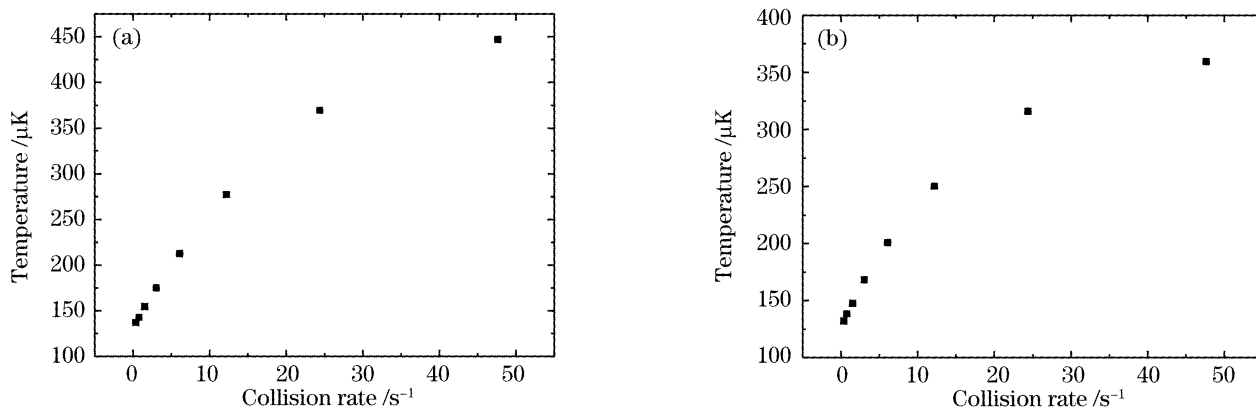


图 8 四极阱中的原子受到激发后, 其温度对弹性碰撞速率的依赖关系。(a) 调制频率 ω 为 $2\pi \cdot 40$ Hz, (b) 调制频率 ω 为 $2\pi \cdot 80$ Hz

Fig. 8 The dependences of the temperature of the atoms on the elastic collision rate after parametric excitation.

The modulation frequency is (a) $2\pi \cdot 40$ Hz, (b) $2\pi \cdot 80$ Hz

5 结 论

本文采用直接模拟蒙特卡罗方法, 首先研究了四极阱的磁场梯度受到正弦调制后, 原子团的温度以及磁阱中剩余原子数的百分比对调制频率的依赖关系, 发现原子团温度上升的峰值位置所对应的调制频率为 $0.0213\epsilon_0/\hbar$ 和 $0.0426\epsilon_0/\hbar$, 而原子数损失的峰值位置要分别略低于这两个频率。其次, 在这两个频率处得出, 受到激发的原子团的温度随调制时间线性上升, 直到稳定在 $1/10$ 倍磁阱深度处; 而原子团温度上升的幅度分别与调制深度的 1.49 次方和 1.34 次方成正比, 取决于系统的弹性碰撞速率的大小。另外, 还在这两个频率处研究了弹性碰撞对参变激发过程中原子团温度上升的影响, 得出: 弹性碰撞速率越大, 原子团的温度上升得越高。

参 考 文 献

- 1 T. A. Savard, K. M. O'Hara, J. E. Thomas. Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps[J]. *Phys. Rev. A*, 1997, **56**(2): R1095~R1098
- 2 C. W. Gardiner, J. Ye, H. C. Nagerl *et al.*. Evaluation of heating effects on atoms trapped in an optical trap[J]. *Phys. Rev. A*, 2000, **61**(4): 045801-1~045801-3
- 3 N. Poli, R. J. Brecha, G. Roati *et al.*. Cooling atoms in an optical trap by selective parametric excitation[J]. *Phys. Rev. A*,

- 2002, **65**(2): 021401-1~021401-4
- 4 M. Kumakura, Y. Shirahata, Y. Takasu *et al.*. Shaking-induced cooling of cold atoms in a magnetic trap[J]. *Phys. Rev. A*, 2003, **68**(2): 021401-1~021401-4
- 5 Gao Weijian, Wang Wenbao, Yin Jianping *et al.*. Study of evanescent light-wave cooling of neutral atoms in gravitational laser trap with Monte-Carlo simulation[J]. *Acta Optica Sinica*, 1999, **19**(12): 1585~1591 (in Chinese)
- 高伟建, 王文宝, 印建平 等. 重力光学势阱中消逝波冷却原子的蒙特卡罗研究[J]. *光学学报*, 1999, **19**(12): 1585~1591
- 6 G. A. Bird. *Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows* [M]. Oxford: Oxford University Press, 1994. 1~458
- 7 N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth *et al.*. Equation of state calculations by fast computing machines[J]. *J. Chem. Phys.*, 1953, **21**(6): 1087~1092
- 8 J. M. Walter Krüger. Numerical simulations of cooling and topological excitations of quantum gases [D]. Konstanz: University of Konstanz, 2004. 1~153
- 9 C. R. Monroe, E. A. Cornell, C. A. Sackett *et al.*. Measurement of Cs-Cs elastic scattering at $T=30$ μ K[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**(4): 414~417
- 10 Wu Huang, J. Foot Christopher. Direct simulation of evaporative cooling[J]. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 1996, **29**(8): L321~L328
- 11 T. H. Bergman, P. McNicholl, J. Kycia *et al.*. Quantized motion of atoms in a quadrupole magnetostatic trap[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1989, **6**(11): 2249~2256
- 12 R. Jáuregui, N. Poli, G. Roati *et al.*. Anharmonic parametric excitation in optical lattices[J]. *Phys. Rev. A*, 2001, **64**(3): 033403-1~033403-7