

文章编号: 0253-2239(2007)11-2013-8

# 基于靶面温度测量的激光强度时空分布重构方法<sup>\*</sup>

刘 峰<sup>1,2</sup> 吴振森<sup>1</sup> 陈雨生<sup>2</sup> 王立君<sup>2</sup> 王玉恒<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 西安电子科技大学理学院, 西安 710071  
<sup>2</sup> 西北核技术研究所第五研究室, 西安 710024)

**摘要:** 基于靶面温度分布测量反演激光强度时空分布的重构表达式中, 被积函数包含的奇异阿贝尔核函数导致了求解积分表达式的病态和解的不稳定。为了解决这一积分求解问题, 基于广义函数理论和正则变换方法, 对积分函数进行了重新构造, 获得了基于靶面温度时空分布测量反演入射激光强度分布的重构算法, 并分析了重构结果对温度测量误差的敏感性。借助数值模拟方法对重构算法进行了验证, 数值计算给出了重构强度误差与靶板厚度和辐照时间的关系。验证结果表明, 两种背光面边界条件下反演获得的激光束时空分布, 不仅与原始模型激光束达到了较好的一致, 而且不受薄板条件的限制。算法对强激光辐照效应的靶面激光参量监测有实用性。

**关键词:** 激光技术; 激光强度场; 温度时空分布; 阿贝尔核函数; 重构算法

中图分类号: TN249; O434.6 文献标识码: A

## Reconstruction Algorithm for Laser Intensity Temporal-Spatial Distribution from Measured Temperature Distribution on Target Surface

Liu Feng<sup>1,2</sup> Wu Zhensen<sup>1</sup> Chen Yusheng<sup>2</sup> Wang Lijun<sup>2</sup> Wang Yuheng<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> School of Science, Xidian University, Xian 710071  
<sup>2</sup> Fifth Laboratory, Northwest Institute of Nuclear Technology, Xian 710024)

**Abstract:** The reconstruction expressions of the laser temporal-spatial distribution retrieved from temperature field of the heated surface have been obtained. Because the characteristic Abelian kernel function exists in integral representations, the integrations are ill-conditioned and the solutions are instable. In order to solve the ill-conditioned problems, the generalized functions theory and regular transformation method are utilized to reconstruct the integral functions. The reconstruction algorithm for laser intensity temporal-spatial distribution from measured temperature distribution on the target-surface is obtained. The sensitivity of the retrieved intensities to measured temperature error is analyzed. The developed algorithms is verified by numerical simulation. The relations of reconstructed intensity errors varying with target thickness and irradiated time are gained by numerical simulation. The results show that the retrieved intensity distributions accord with those in the initial model for two kinds of boundary conditions on the back surface. The algorithm can be applied to monitor laser parameters on the target surface under intense laser irradiation.

**Key words:** laser physics; laser intensity field; temporal-spatial temperature distribution; Abel kernel function; retrieving algorithm

### 1 引 言

强激光通过大气传输到远场目标时, 确定目标处的激光强度时空分布是一个非常重要问题。但由于远场峰值激光功率密度很高(约 kW/cm<sup>2</sup> 量级), 对激光强度分布实现既可绝对测量、又具时间分辨

能力的直接测量变得非常困难, 目前发展的一些测量方法还不能很好地解决这一问题<sup>[1~3]</sup>。另外, 靶上激光参量的遥测也是当前的热点问题。通过求解热传导逆问题而建立的量热测量方法, 在国外已得到了较广泛的开展, 发展了结合函数指定法

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(60371020)和国防预研项目(513110203)资助课题。

作者简介: 刘 峰(1962—), 男, 陕西榆林人, 研究员, 主要从事激光技术的理论和数值模拟等方面的研究。

E-mail: liufeng-laser@163.com

收稿日期: 2006-12-26; 收到修改稿日期: 2007-04-09

(Function specification method, FSM) 和梯度伴随法(Gradient/adjoint method, GAM)等求热传导逆问题(IHCP)的数值方法<sup>[4~9]</sup>。

借助较高时间、空间分辨力的热像仪测量目标表面的温度分布,反演并重构激光强度场,是实现激光远场强度时空分布测量的一条技术途径。文献[10,11]采用拉普拉斯变换和傅里叶变换,通过引入嵌入法在简化的边界条件下获得了反演表达式,对一维和薄板近似情况进行了数值验证,对有限厚度板的三维正则化反演表达式未做检验。

基于热传导逆问题的求解理论<sup>[11~14]</sup>,获得了反演积分表达式,不满足薄板条件的反演表达式解的稳定性要求,无法直接用来构造反演算法。如何求解这一积分、消除解的不稳定性是非常关键的问题。同时,应用于靶面激光参量监测的反演算法,要求对模型激光束强度场的还原性尽可能不受靶材厚度和辐照时间变化等实验条件的限制,这也是算法构造中要考虑的技术问题。

## 2 重构算法

当加热区域尺度远小于板的横向尺度时,金属板的激光束辐照下的加热过程考虑为无限大平板问题。设激光加热引起靶的温升为  $T(r, z, t)$ ,用三维傅里叶热传导方程描述为

$$\Delta T(r, z, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t}, \quad (1a)$$

初始条件为

$$T(r, z, t) \Big|_{t=0} = 0, \quad (1b)$$

板的迎光面边界条件为

$$k \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial z} \Big|_{z=L} = q_f(r, t), \quad (1c)$$

$$T(r, z, t) \Big|_{z=L} = T_f(r, t),$$

板的背光面边界条件考虑为两种:对流-辐射热流边界  $q_b(r, t)$  [若靶的背光面为绝热,则  $q_b(r, t) = 0$ ] 和恒定温度边界 [若靶的背光面加热沉或致冷,则  $T(r, L, t) = \text{const}(T_1)$ ]。

1) 对流-辐射热流边界

$$k \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial z} \Big|_{z=0} = q_b(r, t), \quad (1d)$$

$$T(r, z, t) \Big|_{z=0} = T_b(r, t),$$

2) 恒定温度边界

$$T(r, z, t) \Big|_{z=0} = T_1, \quad (1e)$$

在  $r(x, y)$  边界上有

$$\begin{aligned} T(\pm \infty, y, z, t) &= T(x, \pm \infty, z, t) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial x} T(\pm \infty, y, z, t) &= \frac{\partial}{\partial y} T(x, \pm \infty, z, t) = 0. \end{aligned} \quad (1f)$$

对于  $0 \leq t \leq t_p$  的激光加热过程,(1c) 式中的  $q_f(r, t)$  和(1d) 式中的  $q_b(r, t)$  分别为<sup>[4]</sup>

$$q_f(r, t) = (1 - R)I(r, t) - \{h_c T_f(r, t) + \epsilon_r \sigma \{ [T_f(r, t) + T_0]^4 - T_0^4 \}\}, \quad (2)$$

$$q_b(r, t) = - \{h_c T_b(r, t) + \epsilon_r \sigma_{sb} \{ [T_b(r, t) + T_0]^4 - T_0^4 \}\},$$

式中  $\alpha = k/\rho c$  为靶材的热扩散系数,  $\rho, c, k$  分别为材料的密度、比热和热传导系数;  $r$  代表  $(r, y)$  坐标;  $I(r, t)$  为入射激光束时空分布,  $t_p$  为激光辐照时间,  $R$  为靶面反射系数;  $L$  为靶板厚度,  $T_0$  为环境温度,  $T_1$  为背光面恒定温度和环境温度的差,  $h_c$  为靶面对流换热系数,  $\epsilon_r$  为靶面辐射系数,  $\sigma_{sb}$  为斯特藩-玻尔兹曼常量 ( $5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ ), 下标  $f$  代表靶板迎光面、下标  $b$  代表靶板背光面。

文献[4]用积分变换和拉普拉斯变换方法对(1a)式~(1f)式进行了求解。当靶背光面为对流-辐射热流边界时,

$$\begin{aligned} \tilde{q}_f(\kappa, s) &= k\gamma \left[ \tilde{T}_f(\kappa, s) \text{cth}(\gamma L) - \tilde{T}_b(\kappa, s) \frac{1}{\text{sh}(\gamma L)} \right], \\ \tilde{T}_b(\kappa, s) &= \frac{1}{\text{ch}(\gamma L)} \left[ \tilde{T}_f(\kappa, s) - \frac{1}{k\gamma} \tilde{q}_b(\kappa, s) \text{sh}(\gamma L) \right], \end{aligned} \quad (3)$$

当靶背光面为恒定温度边界时,

$$\tilde{q}_f(\kappa, s) = k\gamma \tilde{T}_f(\kappa, s) \text{cth}(\gamma L) - k\gamma (T_1/s) \text{csch}(\gamma L), \quad (4)$$

式中  $\gamma = \sqrt{s/\alpha + \kappa^2}$ 。这样,通过拉普拉斯和积分反变换就得到两种背光面条件(热流边界和恒温边界)下,由迎光面温升分布  $T(r, t)$  反演入射激光强度场分布的重构关系 [ $T(r, t) + T_0$  为温度分布]。

### 2.1 反演问题的简化处理

当靶背光面为对流-辐射热流边界时,研究表明<sup>[2,5]</sup>,即使在户外测量条件下,若激光辐照时间不太长时,激光照射期间背光面对流-辐射热损失很小,为了简化分析起见可以忽略不计,将这一部分损失的能量归入

标定系数中;如果在背光面加适当的绝热层,且绝热层的影响很小,完全可以把背光面边界考虑为绝热边界。即假定  $q_b(r, t) \approx 0$ , (3) 式变为

$$\tilde{q}_f(\kappa, s) = k\gamma \tilde{T}_f(\kappa, s) \text{th}(\gamma L), \quad (5a)$$

将(5a)式利用泰勒级数展开成包含  $\exp(-\gamma L)$  项的渐进级数,通过积分和拉普拉斯反变换得到

$$q_f(r, t) = -\frac{k}{4\pi\alpha L} \int_0^t dt' \int_{-\infty}^{+\infty} dr' \frac{T_f(r', t')}{t-t'} \exp\left[-\frac{(r-r')^2}{4\alpha(t-t')}\right] \frac{d}{dt'} \Phi_1(t-t'). \quad (5b)$$

当背光面温升为恒定为  $T_1$  时,为简单起见可以设  $T_1 = 0$ , 这样(4) 式变成

$$\tilde{q}_f(\kappa, s) = k\gamma \tilde{T}_f(\kappa, s) \text{cth}(\gamma L), \quad (6a)$$

同样,将(6a)式利用泰勒级数展开成包含  $\exp(-\gamma L)$  项的渐进级数,通过积分和拉普拉斯反变换得到

$$q_f(r, t) = -\frac{k}{4\pi\alpha L} \int_0^t dt' \int_{-\infty}^{+\infty} dr' \frac{T_f(r', t')}{t-t'} \exp\left[-\frac{(r-r')^2}{4\alpha(t-t')}\right] \frac{d}{dt'} \Phi_2(t-t'), \quad (6b)$$

其中

$$\Phi_1(t-t') = \frac{L}{\sqrt{\pi\alpha} \sqrt{t-t'}} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp\left[-\frac{n^2 L^2}{\alpha(t-t')}\right] \right\}, \quad (7a)$$

$$\Phi_2(t-t') = \frac{L}{\sqrt{\pi\alpha} \sqrt{t-t'}} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{n^2 L^2}{\alpha(t-t')}\right] \right\},$$

若采用留数定理对(5a)式和(6a)式进行拉普拉斯反变换,则  $\Phi_1$ 、 $\Phi_2$  可以表示为

$$\Phi_1(t-t') = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \exp\left[-\frac{(2n+1)^2}{4L^2} \alpha(t-t')\right] = \Theta_1\left(\frac{1}{2}, \frac{\alpha}{L^2}(t-t')\right), \quad (7b)$$

$$\Phi_2(t-t') = 1 + 2 \sum_{n=0}^{\infty} \exp\left[-\frac{n^2 \pi^2}{L^2} \alpha(t-t')\right] = \Theta_2\left(1, \frac{\alpha}{L^2}(t-t')\right),$$

$\Theta_1$ 、 $\Theta_2$  为雅可比函数。同时,对(7b)式用泊松求和公式可以变换到(7a)式。

## 2.2 反演表达式的正则化表示<sup>[12,13]</sup>

根据文献[11,4]的推导,对于(5b)式、(6b)式中的函数  $\Phi_1$ 、 $\Phi_2$  有

$$\lim_{t' \rightarrow t} \Phi_{1,2} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{t-t'}}, \quad \lim_{t' \rightarrow t} \frac{d\Phi_{1,2}}{dt'} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{(t-t')^3}}, \quad (8)$$

因此,(5b)式、(6b)式的被积函数中,都包含了相同的阿贝尔奇异核函数形式

$$\Psi(t') = \frac{1}{\sqrt{(t-t')^5}} \exp\left[-\frac{(r-r')^2}{4\alpha(t-t')}\right], \quad (9)$$

可见,当  $r = r'$  时幂指数项  $(t-t')^{-5/2}$  导致在  $t' = t$  时刻积分是发散的。对于这种包含阿贝尔核函数的积分,只有把奇异的核函数理解为正则函数时才有意义。因此,把  $(t-t')^{-5/2}$  变为广义函数:

$$(t-t')^{-5/2} = \begin{cases} 0, & t' \geq t \\ (t-t')^{-5/2}, & t' < t \end{cases} \quad (10)$$

这样就可以得到  $\lim_{t' \rightarrow t} \Phi_{1,2} = 0$ ,  $\lim_{t' \rightarrow t} \frac{d\Phi_{1,2}}{dt'} = 0$ 。

在(5b)式、(6b)式中,当  $t' \rightarrow t$  时根据广义函数理论有<sup>[13]</sup>

$$T_f(x', y', t') \exp\left[-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{4\alpha(t-t')}\right] = T_f(x', y', t') 4\pi\alpha(t-t') \delta(x-x') \delta(y-y'), \quad (11)$$

所以

$$\iint_{-\infty}^{\infty} T_f(x', y', t') 4\pi\alpha(t-t') \delta(x-x') \delta(y-y') dx' dy' = 4\pi\alpha(t-t') T_f(x, y, t'), \quad (12)$$

且注意到,当  $t' \rightarrow t$  时

$$T_f(x, y, t') = T_f(x, y, t) - \frac{T_f(x, y, t) - T_f(x, y, t')}{t-t'} (t-t') \approx T_f(x, y, t) - \frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial t} (t-t'), \quad (13)$$

令  $\alpha = L/\sqrt{\pi\alpha t}$ , 对应于两种背光面边界条件,把(5b)式、(6b)式中的被积函数取为  $t' \rightarrow t$  时的表达式,得到

$$q_{t_1}(x, y, t) = \underbrace{\frac{k}{\sqrt{\pi\alpha}} \left[ \frac{T_f(x, y, t)}{\sqrt{t}} + \frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial t} \sqrt{t} \right]}_{q_{T_\infty}} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp(-n^2 \pi^2 a^2) \right] + \frac{k}{L} \left[ \frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial t} t \right] \left\{ \pi^2 a^2 - 2 \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{4a^2}{(2n+1)^2} + 2 \right] \exp \left[ -\frac{(2n+1)^2}{4a^2} \right] \right\}, \quad (14)$$

$$q_{t_2}(x, y, t) = \underbrace{\frac{k}{\sqrt{\pi\alpha}} \left[ \frac{T_f(x, y, t)}{\sqrt{t}} + \frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial t} \sqrt{t} \right]}_{q_{T_\infty}} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-n^2 \pi^2 a^2) \right] + \frac{k}{L} \left[ \frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial t} t \right] \left[ \left( \frac{\pi^2 a^2}{3} - 1 \right) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{a^2}{n^2} + 2 \right) \exp \left( -\frac{n^2}{a^2} \right) \right], \quad (15)$$

(14) 式、(15) 式的  $q_{T_1}(x, y, t)$ 、 $q_{T_2}(x, y, t)$ ，分别对应于两种背光面边界条件下忽略沿靶面横向热传导和温升历史影响的反演结果； $q_{T_\infty}$  则对应于半无限大厚度靶的相应推导结果。这样，就可以得到靶板背光面为绝热边界和恒定温度时迎光面加载的正则化热流表达式，并保证  $|q_f(r, t) - q_{T_{1,2}}(r, t)|$  尽可能接近最小值：

1) 靶背光面为绝热边界时：

$$q_f(x, y, t) = -\frac{k}{L} \int_0^t \left\{ \iint_{\infty} \frac{T_f(x', y', t')}{4\pi\alpha(t-t')} \exp \left[ -\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{4\alpha(t-t')} \right] dx' dy' - \left[ T_f(x, y, t) - \frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial t} (t-t') \right] \right\} \frac{d\Phi_1(t-t')}{dt'} dt' + q_{t_1}, \quad (16)$$

2) 背光面恒定温度时：

$$q_f(x, y, t) = -\frac{k}{L} \int_0^t \left\{ \iint_{\infty} \frac{T_f(x', y', t')}{4\pi\alpha(t-t')} \exp \left[ -\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{4\alpha(t-t')} \right] dx' dy' - \left[ T_f(x, y, t) - \frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial t} (t-t') \right] \right\} \frac{d\Phi_2(t-t')}{dt'} dt' + q_{t_2}. \quad (17)$$

### 2.3 反演算法

若靶板面积为  $S$ ，靶上光束束斑区面积为  $S_L$  ( $S_L \ll S$ )，加热区面积为  $S_H$  ( $S_H \ll S$ )，热像仪视场  $\Omega$  覆盖整个靶板。因此，相对于激光照射区面积和激光加热区面积，可以认为  $S \rightarrow \infty$ 。设

$$F_S(x, y, t, t') = \iint_S T_f(x', y', t') \exp \left[ -\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{4\alpha(t-t')} \right] dx' dy'. \quad (18)$$

对于(16)式、(17)式统一归为

$$\begin{aligned} I(x, y, t) &= \frac{1}{1-R} [q_t(x, y, t) + q_d(x, y, t) + q_c(x, y, t)] = I_t(x, y, t) + I_d(x, y, t) + I_c(x, y, t), \\ q_t(x, y, t) &= q_{t_1}, q_{t_2}, \\ q_d(x, y, t) &= \{h_c T_f(r, t) + \varepsilon_r \sigma_{SB} \{ [T_f(r, t) + T_0]^4 - T_0^4 \}\}, \\ q_c(x, y, t) &= -\frac{k}{L} \int_0^t \left[ \frac{1}{4\pi\alpha(t-t')} F_S(x, y, t, t') - T_f(x, y, t) - \frac{\partial T_f(r, t)}{\partial t} (t-t') \right] \frac{d\Phi_{1,2}(t-t')}{dt'} dt', \end{aligned} \quad (19)$$

若热像仪的时间分辨为  $\tau$ ，按照时序积分方法<sup>[6,15]</sup>可以得到

$$q(x, y, t) = q_t(x, y, t) + q_d(x, y, t) + [q_c(x, y, t-\tau) + \Delta q_c(x, y, \tau)], \quad (20)$$

即，当辐照时间由  $t-\tau$  变化到  $t$  时，迎光面温度变化  $\Delta T(x, y, \tau)$ ，激光强度变化  $\Delta I(x, y, \tau)$ 。令  $t-t' = t''$ ，则

$$\Delta q_c(x, y, \tau) = \frac{k}{L} \int_0^\tau \left\{ \frac{1}{4\pi\alpha t''} F_S(x, y, t-t'') - \left[ T_f(x, y, t) t - \frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial t} t'' \right] \right\} \frac{d\Phi_{1,2}(t'')}{dt''} dt'', \quad (21)$$

$$F_S(x, y, t-t'') = \iint_S T_f(x', y', t-t'') \exp \left[ -\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{4\alpha t''} \right] dx' dy'.$$

若取  $\Delta t = \tau/K, \{T[x, y, t - (\lambda - 1)\Delta t], \lambda = 2, 3, \dots, K\}$  由  $[T(x, y, t - \tau), T(x, y, t)]$  的二阶等距插值得到。这样, 得到离散计算公式为

$$I_{i,j}^N = (I_t)_{i,j}^N + (I_d)_{i,j}^N + (I_c)_{i,j}^{N-1} + \sum_{\lambda=1}^K (\Delta I_c)_{i,j}^{N+\lambda}, \quad (\Delta I_c)_{i,j}^{N+\lambda} = \frac{1}{1-R} (\Delta q_c)_{i,j}^{N+\lambda}, \quad (22)$$

$R$  为反射系数, 关于  $K$  的取值, 根据最小二乘法逼近原理, 当  $q(x, y, t)$  是可以用于  $t$  的  $\eta$  次多项式拟合时, 必须至少有  $\eta + 2$  个数据点, 即满足  $K \geq \eta + 1$ , 因此要求  $\Delta t \leq \tau/(\eta + 1)$ 。

### 2.4 迎光面温度测量误差的敏感性

迎光面温升测量误差的敏感性, 可以通过对敏感函数  $\delta T(x, y, z, t)$  的求解获得,  $\delta T(x, y, z, t)$  定义为温度  $T(x, y, z, t)$  在未知函数扰动方向上的方向微商。设  $I(x, y, t)$  存在扰动量  $\delta I(x, y, t)$ , 对应于迎光面温度的扰动量为  $\delta T(x, y, t)$ 。这样, 可以获得  $\delta T_f(x, y, t)$  与  $\delta I(x, y, t)$  的关系:

$$\delta I(x, y, t) = -\frac{k}{4\pi\alpha L(1-R)} \int_0^t dt' \iint_{\infty} dx' dy' \left\{ \frac{\delta T_f(x', y', t')}{t-t'} \exp\left[-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{4\alpha(t-t')}\right] \frac{d\Phi_{1,2}(t-t')}{dt'} \right\}, \quad (23)$$

$\Phi_1$  对应于背光面为绝热边界,  $\Phi_2$  对应于背光面为恒温边界, 其表达式见(5b)式和(6b)式。

当测量温度包含一随机的测量误差  $\delta T_f(x, y, t) \approx \text{const}$  则(23)式为

$$\delta I(r, t) = \frac{k\delta T_f}{L(1-R)} \Phi_{1,2}(t), \quad (24)$$

则反演关系对迎光面温度测量误差的敏感性函数  $\psi_T(x, y, t)$  表达式<sup>[5]</sup> 为

$$\psi_T(x, y, t) = \frac{k}{L(1-R)} \Phi_{1,2}(t) T_f(x, y, t), \quad (25)$$

可见, 对于给定靶板, 反演激光强度分布的敏感性系数与迎光面温度分布和辐照时间相关。

## 3 数值模拟验证

原始模型激光强度和激光场的时空分布为高斯型, 即

$$I(x, y, t) = I_0 \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{r_0^2} - \frac{(t-t_0)^2}{4t_0^2}\right], \quad (29)$$

其中  $I_0 = 1.0 \times 10^7 \text{ W/m}^2, r_0 = 0.05 \text{ m}, t_p = 2t_0 = 2 \text{ s}$ , 为辐照时间。靶板为正方形 30CrMnSi 钢板, 面积  $S = X_0 \times Y_0 = 0.16 \text{ m}^2$  即  $(X_0 = Y_0 = 0.4 \text{ m})$ , 厚度取  $L = (1.0, 4.0, 10.0) \text{ mm}$ ; 材料参量为<sup>[16]</sup> 密度  $\rho = 7.75 \times 10^3 \text{ (kg/m}^3)$ 、导热系数  $k = 27.6 \text{ W/(m} \cdot \text{C)}$ 、比热  $c = 473.0 \text{ J/(kg} \cdot \text{C)}$ , 则  $\alpha \approx 0.753 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}, F_0 = \alpha/L^2 \approx (7.53, 0.471, 0.0753) \text{ s}^{-1}$ , 跨越了文献[4]定义的薄板条件; 靶面激光反射系数  $R = 0.8$ ; 靶面对流换热系数  $10.0 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 、辐射系数  $\epsilon_r = 0.1$ , 背光面恒温条件下温度  $T_1 = 0 \text{ C}$ , 靶板初始温度  $T_0 = 0 \text{ C}$ 。热像仪的帧速每秒 25 帧即时间分辨力为  $\tau = 1.0/N = 0.04 \text{ s}$ , 空间分辨力为  $100 \times 100$  即  $h = x_0/M = y_0/M = 0.004 \text{ m} (M = 100)$ , 对应的靶上单元面积为  $\Delta s = 1.6 \times 10^{-5} \text{ m}^2$ 。所以,  $x_i = ih, y_j = jh, t_n = n\Delta t$ , 单元测量温度  $T_{i,j}^n = T(i, j, n)$ , 单元照射的平均激光强度  $I_{i,j}^n = I(i, j, n)$ 。

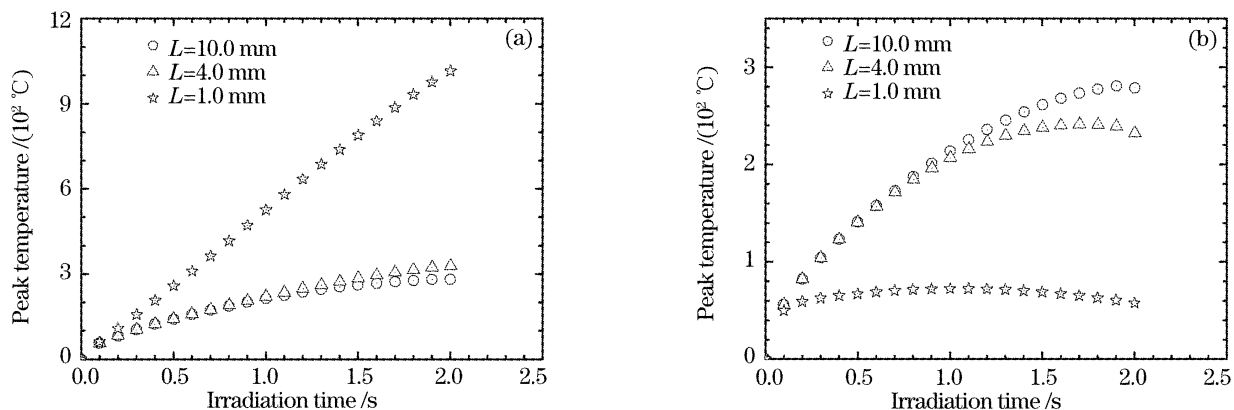


图 1 激光加热引起靶板迎光面光斑中心的温升。(a) 背光面绝热, (b) 背光面恒温  $T_1 = 0 \text{ C}$

Fig. 1 Temperature rise at facula center on the front surface of plate by laser heating. (a) Thermally insulated back surface, (b) a constant temperature of the back surface  $T_1 = 0 \text{ C}$

采用(29)式用给出的模型激光入射,在两种背光面边界条件下采用守恒型有限差分方法<sup>[15]</sup>数值求解热传导方程(1),分别得到靶板迎光面温度分布,以此计算结果模拟热像仪实验测量的温度分布。图1给出了两种背光面边界条件下迎光面热斑中心对应的峰值温升,从图中可以直观地看出不同背光

面条件对激光加热靶板温升的影响。基于这一用数值计算获得的靶板迎光面温度分布,重构入射激光强度的时空分布,验证反演算法的正确性。

当背光面为绝热边界时用(16)式反演,反演计算结果见图2、图3;当背光面为的温度边界时用(17)式反演,反演计算结果见图4、图5。

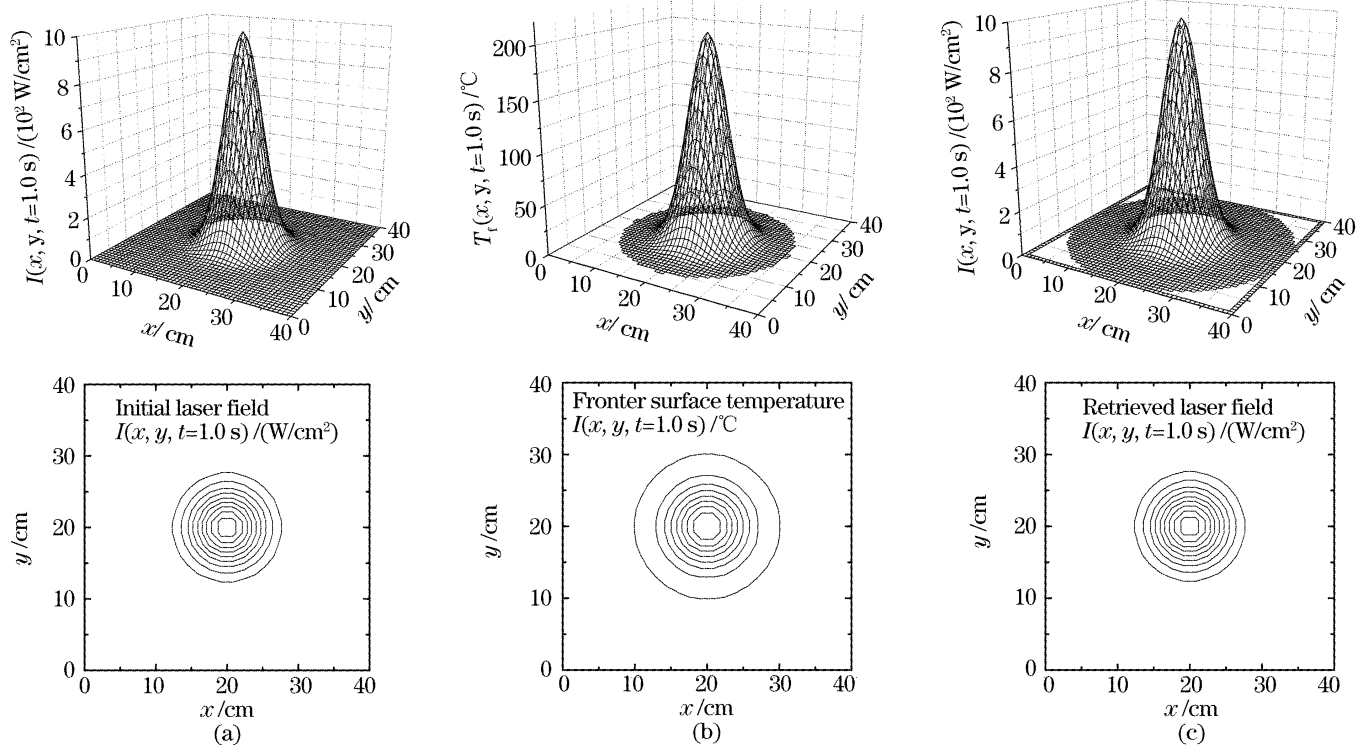


图2 背光面绝热下激光强度空间分布重构( $L=4.0\text{ mm}$ ,  $t=1.0\text{ s}$ )。(a)原始强度分布, (b)迎光面温度分布, (c)重构的强度分布

Fig. 2 Retrieving of the spatial laser intensity distribution. (a) Initial laser intensity distribution, (b) temperature field on the target front surface, (c) retrieved laser intensity field ( $L=4.0\text{ mm}$ ,  $t=1.0\text{ s}$ ) at the thermally insulated backsurface

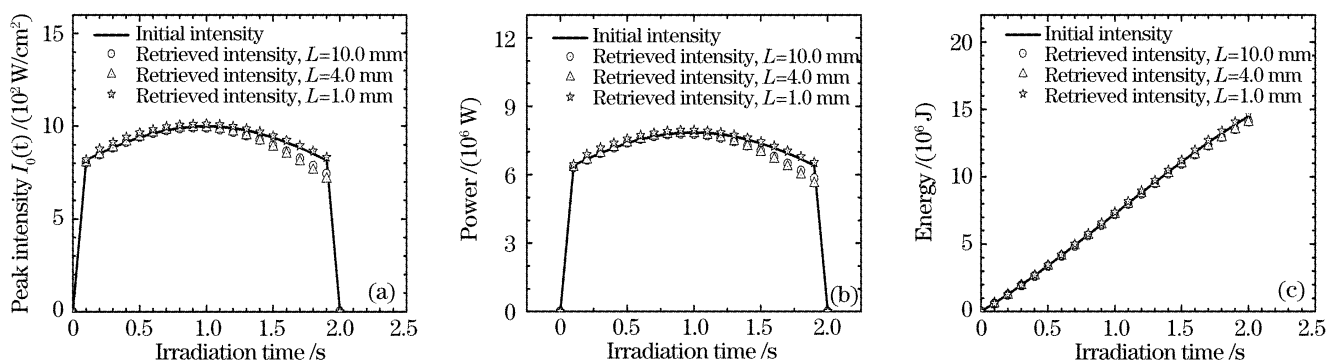


图3 背光面绝热下重构靶面激光束时空分布的时间演化。(a)峰值强度  $I_0(t)$ , (b)激光功率  $P(t)$ , (c)总能量  $E(t)$

Fig. 3 Retrieved temporal-spatial laser field on target surface varying with time. (a) Peak intensity  $I_0(t)$  at focula center, (b) laser power  $P(t)$ , (c) total laser energy  $E(t)$

图2、图4分别给出了靶板厚度为4 mm( $F_0 = 0.471$ )两种背光面边界条件下,激光辐照时间  $t = t_0 = 1.0\text{ s}$ 时刻原始模型激光强度空间分布、靶面温度空间分布和重构靶面激光强度的空间分布。两种背光面条件下重构的激光强度空间分布,对原始模型激光强度空间分布的还原性很好,86.5%功率桶

直径和峰值激光强度的一致性也很好,可以反映远场激光强度空间分布的基本特性。

图3、图5给出了两种背光面边界条件下峰值强度  $I_0(t)$ 、激光功率  $P(t)$ 、远场总能量  $E(t)$ 随辐照时间的变化曲线。在两种背光面条件下,反映远场激光场时间特性的这三个参量重构结果与原始模型

结果基本一致性。靶板厚度会对重构结果产生一定的影响,可以利用 2.5 节的敏感性分析解释,总的来说薄板的重构结果要好于厚板。在具体应用中必有

要根据敏感性分析选择靶板厚度,或根据实验标定结果,在反演计算表达式中引入对厚度影响的修正因子。

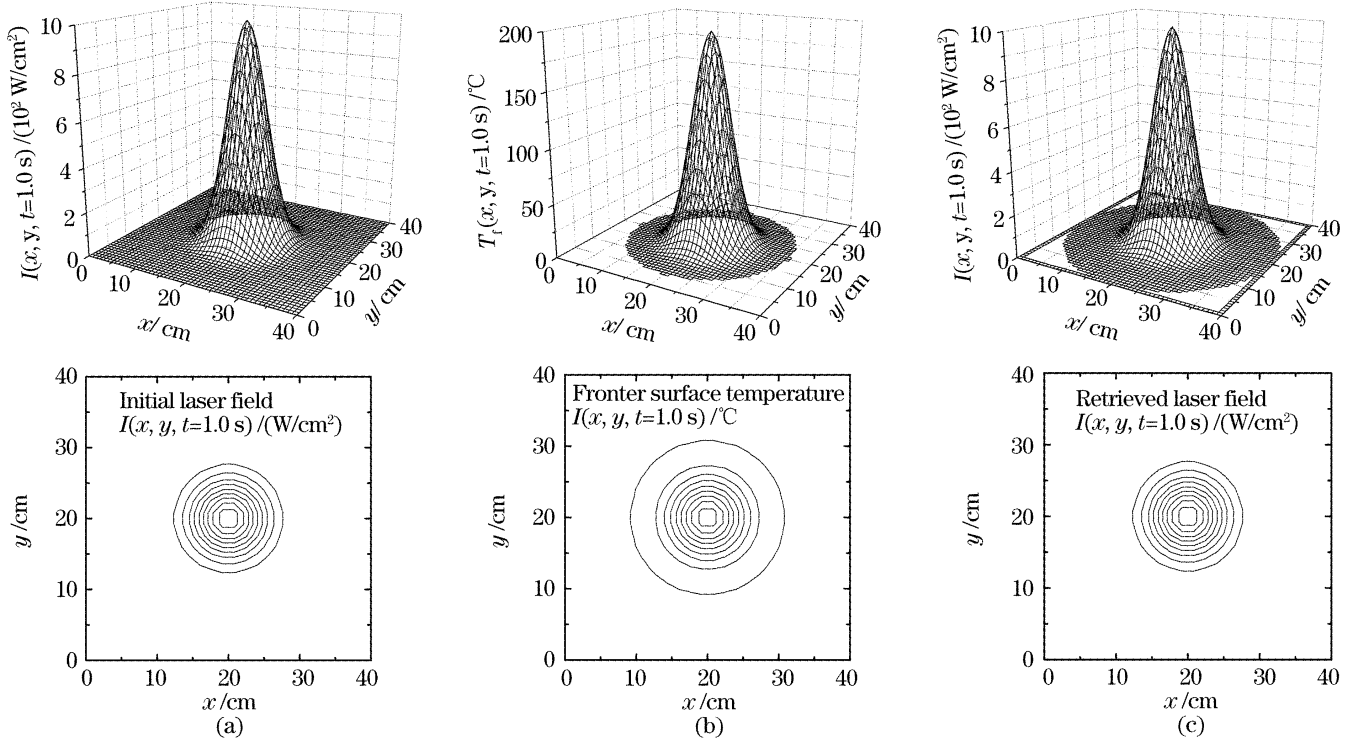


图 4 背光面恒温  $T_1 = 0\text{ }^\circ\text{C}$  激光强度空间分布重构 ( $L = 4.0\text{ mm}, t = 1.0\text{ s}$ )。 (a) 原始强度分布, (b) 迎光面温度分布, (c) 重构的强度分布

Fig. 4 Retrieving of the spatial laser intensity field at a constant temperature of the back surface. (a) Initial laser intensity field, (b) temperature field on the target front surface, (c) retrieved laser intensity field ( $L = 4.0\text{ mm}, t = 1.0\text{ s}$ )

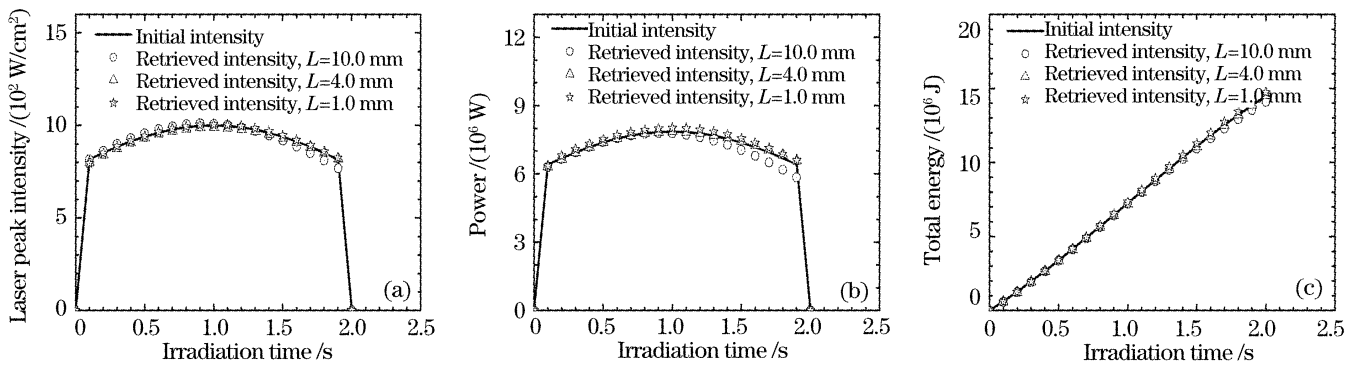


图 5 背光面恒温  $T_1 = 0\text{ }^\circ\text{C}$  重构的靶面激光束时空分布的时间演化。 (a) 峰值强度  $I_0(t)$ , (b) 激光功率  $P(t)$ , (c) 总能量  $E(t)$

Fig. 5 Retrieved temporal-spatial laser field on target surface varying with time. (a) Peak intensity  $I_0(t)$  at focula center, (b) laser power  $P(t)$ , (c) total laser energy  $E(t)$

图 6 给出了两种背光面条件下,靶面重构激光总能量相对于原始模型激光总能量的误差随辐照时间和靶板厚度的变化。对于达到秒量级的连续高能激光,不管对靶板采用那一种背光面边界处理,算法的回推误差基本上可以控制在 4% 以内。虽然对于激光辐照效应的靶面激光参量监测而言,对板厚度和辐照时间不能选择,4% 的算法误差也是可以接受的;对于远场激光参量测量应用,只要激光器工作稳

定,则可以对靶板厚度和辐照时间进行优化选择,降低算法带来的误差以降低测量结果的不确定度。

对比两种背光面边界条件的模拟结果可以看出,采用背光面恒温要比采用背光面绝热的重构结果更好。这反映出靶内储热对迎光面温升的影响,进而对重构靶面激光强度时空分布带来的影响。数值模拟结果说明,给出的重构算法表达式是正确的,而且算法误差很小,可以在实验测量中应用。

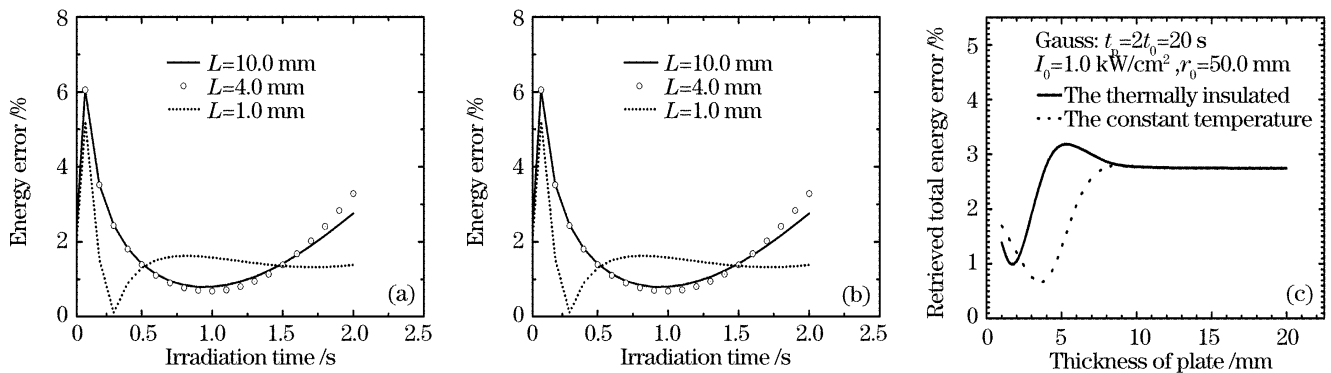


图 6 回推的激光总能量相对于原始模型激光总能量的误差。(a) 背光面绝热, (b) 背光面恒温  $T_0=0\text{ }^\circ\text{C}$ , (c) 辐照结束时刻回推总能量误差随靶板厚度的变化

Fig. 6 Error of the retrieved total laser energy relative to the total laser energy in initial model. (a) Thermally insulated back surface, (b) a constant temperature of the back surface  $T_0=0\text{ }^\circ\text{C}$ , (c) error of the retrieved total laser energy varying with the thickness of plate

## 4 结 论

在背光面为绝热边界和恒温边界两种边界条件下,利用广义函数理论和正则变化方法解决了被积函数中包含阿贝尔核函数的奇异积分求解问题,重新构造了反演的求解表达式。分别针对  $F_0 \gg 1$ 、 $F_0 \approx 1$ 、 $F_0 \ll 1$  三种情况、两种背光面边界条件进行了数值实验验证。数值结果表明,不管是激光光场的空间分布还是时间分布,重构结果与原始模型激光的一致性都很好,不仅说明对包含阿贝尔核函数的奇异积分求解问题的处理方法是可行的,而且为实现对不同厚度靶目标靶面激光参量实时监测提供了一条技术途径。

## 参 考 文 献

- Liu Feng, Wu Zhansen, Xie Yongjie. Reconstruction method of far field laser energy measured with calorimetric array[J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(12): 1615~1620 (in Chinese)  
刘峰,吴振森,谢永杰. 量热阵列测量远场激光能量的重构方法[J]. *中国激光*, 2006, **33**(12): 1615~1620
- Gao Xuesong, Gao Chunqing, Yan Shaozhuang *et al.*. Experimental study on beam parameter measurement system by using area array CCD[J]. *Chin. J. Lasers*, 2005, **32**(7): 993~996 (in Chinese)  
高雪松,高春清,杨绍状. 面阵 CCD 激光束参量测量系统及其实验研究[J]. *中国激光*, 2005, **32**(7): 993~996
- Ma Yiyong, Cheng Zuhai, Ku Geng *et al.*. The easurement of hel beam far field with hole grating beams ampler [J]. *Laser Technology*, 1998, **22**(2): 118~121 (in Chinese)  
马毅勇,程祖海,库耕等. 孔栅束镜测量强激光远场光束质量的研究[J]. *激光技术*, 1998, **22**(2): 118~121
- Liu Feng, Wu Zhansen, Wang Lijun *et al.*. Theory of the laser beam intensity temporal and spatial distribution reconstructed from measurements of thermal image[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(1): 96~104 (in Chinese)  
刘峰,吴振森,王立君等. 热图法测量激光强度时空分布的重构理论研究[J]. *光学学报*, 2007, **27**(1): 96~104
- C. A. A. Mota, M. D. Mikhailov, H. R. B. Orlando *et al.*. Identification of heat flux imposed by an oxyacetylene torch[A].

- 10<sup>th</sup> AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, 2004, New York
- J. V. Beck, D. A. Murio. Combine function specification-regularization procedure for solution of inverse heat conduction problem [C]. *AIAA Aerospace Science Meeting Grob. D. Ristau.*, 1986, **24**(1): 180~185
- Uwe Willamowski, T. Grob, D. Ristau *et al.*. Measuring the absolute absorptance of optical laser components [J]. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(36): 8362~8370
- Uwe Willamowski, Tobias Grss, Detlev Ristau *et al.*. Calorimetric measurement of optical absorption and Transmissivity with sub ppm density[C]. *Proc. SPIE*, 1996, **2775**: 148~158
- O. Balachninaite, M. Barkauskas, R. C. Eckardt *et al.*. Absorptance measurement of nonlinear crystals by calorimetric method at 1064 and 532 nm[C]. *Proc. SPIE*, 2002, **4751**: 291~296
- V. P. Aksenov, Yu. N. Isaev. Reconstruction of laser radiation intensity distribution from temperature along target surface[C]. *Proc. SPIE*, 1993, **1933**: 298~308
- Valerii P. Aksenov, Yusup N. Isaev, Elena Zakharova. Spatial-temporal reconstruction of laser beam intensity distribution from the temperature along surface of the heated target[C]. *Proc. SPIE*, 1996, **2766**: 346~356
- Н. И. Мусхе Лишвили. *Singularity Integral Equations* [M]. Zhu Jina transl., Shanghai: Shanghai Science and Technology Press, 1966. 232 (in Chinese)  
Н. И. 穆斯海里什维里. 奇异积分方程[M]. 朱季纳译, 上海: 上海科学技术出版社, 1966. 232
- Qi Minyou. *Review of Calculus* [M]. Beijing: Chinese Higher Education Press, 2004. 160~179 (in Chinese)  
齐民友. 重温微积分[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004. 160~179
- Oleg M. Alifanov. *Inverse Heat transfer Probems* [M]. Berlin Heidelberg; Springer-Verlag, 1994. 96~123
- Feng Kang *et al.*. *The Method of Numerical Calculation* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1978. 526~541  
冯康等. 数值计算方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 1978. 526~541
- China Engineering Material Applied Handbooks Editor Committee. *Engineering Material Applied Handbooks: Framework-Steel and Stainless-Steel* [M]. Beijing: China Standard Press, 1988. 58 (in Chinese)  
工程材料实用手册编辑委员会. 工程材料实用手册 结构钢 不锈钢[M]. 中国标准出版社, 1988. 58